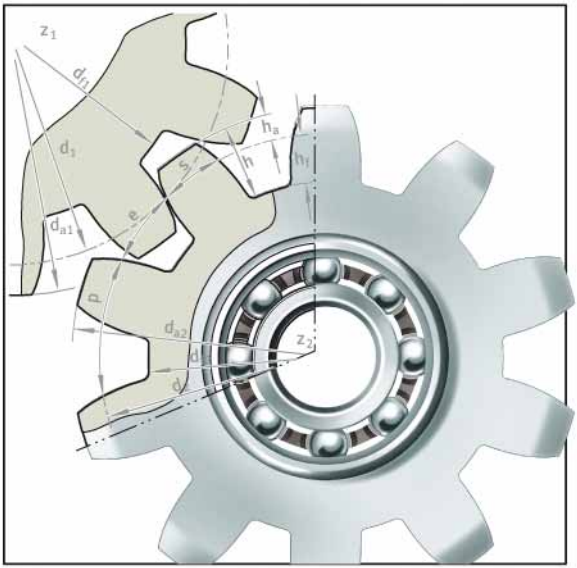
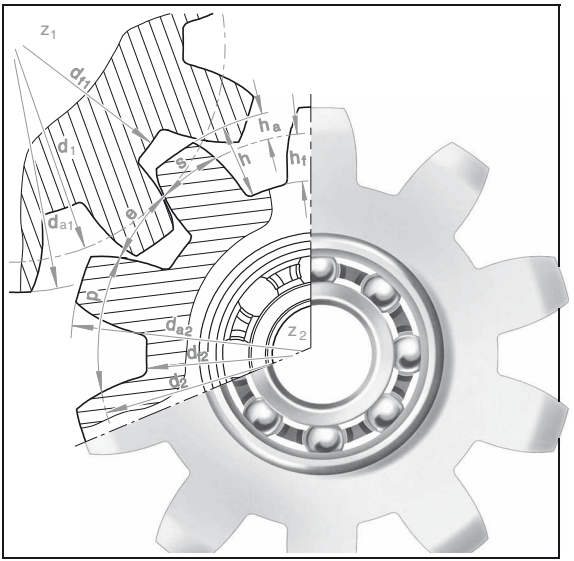


Technisches Taschenbuch

INA



Technisches Taschenbuch

INA

Dieses technische Taschenbuch wurde mit großer Sorgfalt erstellt
und alle Angaben auf ihre Richtigkeit hin überprüft.
Für etwaige fehlerhafte oder unvollständige Angaben
kann jedoch keine Haftung übernommen werden.

Die Normblattangaben werden mit Genehmigung des
Deutschen Normenausschusses wiedergegeben.
Maßgebend ist die jeweils neueste Ausgabe des Normblattes
(Beuth-Vertrieb GmbH, Berlin und Köln).

Herausgeber:

Schaeffler KG
91072 Herzogenaurach

Hausadresse:
Industriestraße 1 – 3
91074 Herzogenaurach

www.ina.com

© Schaeffler KG · 2002, Mai · 7., veränderter Nachdruck

Zusammenstellung und Bearbeitung:
Prof. em. Dr.-Ing. Ernst-Günter Paland, Universität Hannover

Alle Rechte vorbehalten.
Nachdruck, auch auszugsweise,
ohne unsere Genehmigung nicht gestattet.

Gesamtherstellung: Stürtz GmbH, 97080 Würzburg

Printed in Germany

Vorwort

I. Technische Tabellen

Das Technische Taschenbuch liegt nunmehr mit der 6. Auflage in einer überarbeiteten Ausgabe vor. Gegenüber der 5. Auflage wurden sämtliche Normenangaben auf den neuesten Stand gebracht. Durch die Umstellung eines großen Teils der DIN-Normen auf EN- oder ISO-Normen ergaben sich insbesondere in den Abschnitten 9 und 10 wesentliche Änderungen.

Das Taschenbuch will in erster Linie dem Ingenieur und Techniker sowie den Studierenden des Maschinenbaues nicht als Lehrbuch, sondern als Nachschlagewerk dienen. Eine umfassende Darstellung bestimmter Themengebiete ist im Rahmen eines Taschenbuches nicht möglich.

Ich danke allen, die durch Anregungen, Vorschläge und Hinweise zur weiteren Ausgestaltung des Technischen Taschenbuches beigetragen haben.

Hannover, Januar 2001
Prof. em. Dr.-Ing. Paland

II. Wälzlagertechnik

INA steht weltweit für

- durchdachte Wälzlagertechnik
- modernste Produktionsstätten
- höchste Qualitätsstandards.

Dieser Teil des Technischen Taschenbuches zeigt einen repräsentativen Querschnitt aus dem aktuellen INA-Produktprogramm. Darin finden sich INA-Qualitätsprodukte in den unterschiedlichsten Abmessungen für rotierende und lineare Bewegungen sowie für ganz spezielle Anwendungen. Abgerundet wird dieser Teil durch einen Auszug aus den aktuellen INA-Katalogen zu „Grundlagen der Wälzlagertechnik“

Herzogenaurach, Mai 2002
Schaeffler KG

I. Technische Tabellen

1. Maßeinheiten
2. Mathematik
3. Technische Statistik
4. Physik
5. Chemie
6. Mechanik (Dynamik)
7. Mechanische Schwingungen
8. Festigkeitsberechnung
9. Konstruktionswerkstoffe
10. Technische Zeichnungen
11. Toleranzen
12. ISO-Toleranzen und ISO-Passungen
13. Konstruktionselemente
14. Hydraulik – Pneumatik
15. Betriebstechnik
16. Anhang
17. Stichwortverzeichnis

II. Wälzlagertechnik

1. Wälzlager-Bauformen-Übersicht
2. INA-Katalogprogramm
3. Grundlagen (Auszug aus INA-Katalogen)

Inhaltsverzeichnis

I. Technische Tabellen 11

1 Maßeinheiten 11
1.1 Das SI-System 11
1.2 Nicht mehr anzuwendende Einheitensysteme 17
1.3 Längen-, Flächen- und Raum-Maße 18
1.4 Umrechnung der wichtigsten Einheiten des fps- in das SI-System 19
1.5 Volumeneinheiten, Durchflussmenge 20

2 Mathematik 21
2.1 Mathematische Zeichen 21
2.2 Häufig gebrauchte Zahlen 21
2.3 Einige pythagoreische Zahlen 21
2.4 Primzahlen 22
2.5 Die Binominalkoeffizienten 22
2.6 Logarithmen 23
2.7 Formeln der Arithmetik 24
2.8 Formeln der Algebra 25
2.9 Folgen und Reihen 26
2.10 Zinseszinsrechnung 27
2.11 Winkelfunktionen 28
2.12 Tafel der Winkelfunktionen 30
2.13 Flächen-Berechnungen 34
2.14 Schwerpunktlagen von ebenen Flächen 35
2.15 Bogenlängen, Bogenhöhen, Sehnenlängen und Kreisabschnitte für den Halbmesser r = 1 36
2.16 Geometrische Grundlagen 38
2.17 Körper-Berechnungen 40
2.18 Schwerpunkte von Körpern 41
2.19 Schwerpunktlagen von Linien 42
2.20 Ableitungen und Differentiale 43
2.21 Grundintegrale 44
2.22 Zeichen der Mengenlehre 45
2.23 Zahlensysteme in der Datenverarbeitung 46

3 Technische Statistik 49
3.1 Begriffe und Größen der Statistik 49
3.2 Beispiel für eine statistische Auswertung 51
3.3 Normal- oder Gauß-Verteilung 54
3.4 Weibull-Verteilung 56
3.5 Regression und Korrelation 57

4 Physik 58
4.1 Grundbausteine der Materie 58
4.2 Atomphysikalische und andere Größen 59

4.3 Wichtige physikalische Konstanten 60
4.4 Elektromagnetische Strahlung 62
4.5 Unser Sonnensystem 63
4.6 Größenzahlen der Erde 63
4.7 Wissenswerte Geschwindigkeiten 63
4.8 Astronomische Einheiten 64
4.9 Temperatureinheiten-Umrechnungstabelle 65
4.10 Wichtige Temperaturpunkte 65
4.11 Wärmeausdehnung von Körpern und Gasen 66
4.12 Ähnlichkeitskennzahlen 67

5 Chemie 68
5.1 Das Periodensystem der Elemente 68
5.2 Chemische Elemente 70
5.3 Schmelztemperaturen von Salzen für Salzbäder 72
5.4 Bezeichnungen und Formeln technisch wichtiger chemischer Stoffe 73
5.5 Stoffwerte einiger Flüssigkeiten 75
5.6 Stoffwerte einiger fester Stoffe 76
5.7 Stoffwerte einiger Gase und Dämpfe 77
5.8 Metallsalze im Wasser 77
5.9 Elektrolytische Spannungsreihe 78
5.10 Thermoelektrische Spannungsreihe 78

6 Mechanik (Dynamik) 79
6.1 Größen und Einheiten in der Mechanik 79
6.2 Die Bewegungsgleichungen 80
6.3 Einfache Bewegungsvorgänge 81
6.4 Zusammenstellung der wichtigsten Kräfte der Kinetik 82
6.5 Der Energiesatz 84
6.6 Zusammenstellung der wichtigsten Energieformen der Kinetik 85
6.7 Massenmomente 2. Grades von homogenen Körpern 86
6.8 Der Impulssatz 87
6.9 Der Drehimpulssatz 87
6.10 Stoßgesetze 89
6.10.1 Der zentrale Kraftstoß 89
6.10.2 Der Drehstoß 90
6.11 Stoßgesetze für den Stoß fester Körper 91
6.11.1 Gerader, zentraler Stoß 91
6.11.2 Schiefer, zentraler Stoß 92
6.11.3 Gerader, exzentrischer Stoß 92
6.11.4 Schiefer, exzentrischer Stoß 93

7 Mechanische Schwingungen 94
7.1 Begriffe, Formelzeichen und Einheiten 95
7.2 Freie, ungedämpfte Schwingungen 96
7.3 Bewegungsgleichungen für den freien, ungedämpften und gedämpften Schwinger 101
7.4 Bewegungsgleichungen für den fremderregten, ungedämpften Schwinger 102
7.5 Vergrößerungsfunktion für die erzwungene, ungedämpfte Schwingung 103
7.6 Bewegungsgleichungen für den fremderregten, gedämpften Schwinger 104
7.7 Vergrößerungsfunktionen für die erzwungene, gedämpfte Schwingung 106

8 Festigkeitsberechnung . . . 109
8.1 Größen und Einheiten in der Festigkeitsberechnung . . . 110
8.2 Werkstoffkennwerte . . . 111
8.3 Zusammenstellung der wichtigsten Beanspruchungsarten . . . 112
8.4 Knickung schlanker Stäbe . . . 115
8.5 Mechanismus der Bruchformen für den einachsigen Spannungszustand . . . 117
8.6 Die wichtigsten Festigkeitshypothesen für den mehrachsigen Spannungszustand . . . 118
8.7 Axiale Flächenmomente 2. Grades und Widerstandsmomente . . . 119
8.8 Flächenmomente 2. Grades und Widerstandsmomente für Kreisquerschnitte . . . 121
8.9 Flächenmomente 2. Grades für verschiedene Bezugsachsen . . . 122
8.10 Torsionsflächenmomente und -widerstandsmomente . . . 123
8.11 Schubmittelpunkte von dünnwandigen Profilen . . . 124
8.12 Ebene Auflagerarten und Zwischenelemente . . . 125
8.13 Lagerreaktionen, Momenten- und Querkraftverläufe für einfache, belastete Träger . . . 126
8.14 Gleichung der elastischen Biegelinie für einfache, belastete Träger . . . 127
8.15 Prinzip der passiven Formänderungsarbeit . . . 128
8.16 Tafeln der Integrale $\int M \cdot \overline{M} \cdot dx$ . . . 129
8.17 Berechnungsgleichungen für wichtige HERTZsche Kontaktpaarungen . . . 133
8.17.1 Beiwerte nach HERTZ für die Berührung gekrümmter Oberflächen unter Last . . . 134
8.17.2 Hilfswerte zur Berechnung der HERTZschen Pressung in Wälzlagern . . . 136
8.17.3 Spannungszustand unter HERTZschen Kontakten . . . 137
8.18 Dynamische Beanspruchung – Gestaltfestigkeit . . . 141
8.19 Dauerfestigkeit der allgemeinen Baustähle . . . 142

9 Konstruktionswerkstoffe . . . 143
9.1 Unlegierte Baustähle DIN EN 10 025 (März 1994) Auszug . . . 143
9.2 Vergütungsstähle DIN EN 10 083 (Oktober 1996) Auszug . . . 144
9.3 Einsatzstähle DIN EN 10 084 (Juni 1998), Auszug . . . 147
9.4 Wälzlagerstähle DIN EN ISO 683-17 (April 2000) . . . 148
9.5 Automatenstähle DIN EN 10 087 (Januar 1999), Auszug . . . 149
9.6 Gusseisen mit Lamellengraphit DIN EN 1561 (August 1997), Auszug . . . 150
9.7 Gusseisen mit Kugelgraphit DIN EN 1563 (August 1997), Auszug . . . 151
9.8 Stahlguss für allgemeine Verwendungszwecke DIN 1681 (Juni 1985), Auszug . . . 152
9.9 Warmfester Stahlguss DIN EN 10 213-2 (Januar 1996), Auszug . . . 152
9.10 Temperguss DIN EN 156 2 (August 1997), Auszug . . . 153
9.11 Kunststoffe . . . 154
9.11.1 Aufbau und Eigenschaften . . . 154
9.11.2 Einteilung der Kunststoffe . . . 155
9.11.3 Festigkeitskennwerte und Formbeständigkeit thermoplastischer Kunststoffe, unverstärkt . . . 156
9.11.4 Festigkeitskennwerte und Formbeständigkeit thermoplastischer Kunststoffe, verstärkt . . . 157
9.11.5 Festigkeitskennwerte und Formbeständigkeit duroplastischer Kunststoffe . . . 158
9.11.6 Verarbeitungsverfahren und besondere Verwendungsformen der wichtigsten Kunststoffe . . . 160

10 Technische Zeichnungen . . . 161
10.1 Normzahlen und Normzahlreihen DIN 323 (August 1974) . . . 161
10.2 Blattgrößen nach DIN EN ISO 5457 (Juli 1999) . . . 162
10.3 Isometrische und dimetrische Projektion nach DIN ISO 5456 (April 1998) . . . 162
10.4 Linienarten und Liniengruppen nach DIN ISO 128-20 (Dez. 1997) . . . 163

10.5 Maßstäbe nach DIN ISO 5455 (Dezember 1979) . . . 164
10.6 ISO-Normschrift nach DIN EN ISO 3098 (April 1998) . . . 164
10.7 Angabe der Oberflächenbeschaffenheit in Zeichnungen DIN ISO 1302 (Dez.1993) . 165
10.8 Oberflächen-Rauheitskenngrößen . . . 168
10.9 Erreichbare Mittenrauwerte R_a nach DIN 4766-2 (März 1981) . . . 170

11 Toleranzen . . . 171

11.1 Allgemeintoleranzen . . . 171
11.2 Angabe der Form- und Lagetoleranzen in Zeichnungen DIN ISO 1101 . . . 172

12 ISO-Toleranzen und ISO-Passungen . . . 177

12.1 Das ISO-Toleranzsystem . . . 177
12.2 Bildung von ISO-Toleranzfeldern aus den ISO-Grundabmaßen und ISO-Grundtoleranzen . . . 178
12.3 ISO-Toleranzen für Wellen (Auswahl) . . . 182
12.4 ISO-Toleranzen für Bohrungen (Auswahl) . . . 184
12.5 Passsysteme „Einheitswelle“ und „Einheitsbohrung“ . . . 186
12.6 Anwendungsbeispiele von ISO-Passtoleranzfeldern . . . 187
12.7 Wälzlagertoleranzen und ISO-Toleranzen für Wellen und Gehäuse . . . 188
12.8 Wahl der Einbau-Passtoleranzfelder für Wälzlager in Abhängigkeit von den Umlaufverhältnissen . . . 188

13 Konstruktionselemente . . . 189

13.1 Schraubenverbindungen . . . 189
13.1.1 Befestigungsschrauben . . . 189
13.1.2 Übersicht über genormte Schrauben . . . 190
13.1.3 Übersicht über genormte Muttern . . . 191
13.1.4 Metrisches ISO-Gewinde nach DIN 13, Teil 1 . . . 192
13.1.5 Auswahl für Regel- und Feingewinde nach DIN 13, Teil 2 . . . 193
13.1.6 Festigkeitsklassen für Schrauben . . . 194
13.1.7 Festigkeitsklassen für Muttern . . . 194
13.1.8 Berechnung von Schraubenverbindungen . . . 195
13.1.9 Reibungszahlen μ_G und μ_K (VDI 2230) . . . 196
13.1.10 Vorspannkraft F_V und Anziehdrehmoment M_A . . . 197
13.1.11 Beanspruchung der Schraubenverbindung . . . 198
13.1.12 Flächenpressungen in den Kopf- und Mutternauflageflächen . . . 200
13.2 Wellen – Nabenverbindungen . . . 201
13.2.1 Übersicht . . . 201
13.2.2 Passfeder-Verbindung . . . 202
13.2.3 Passfedern, Nuten, hohe Form DIN 6885 Teil 1/Teil 2 . . . 203
13.2.4 Zylindrische Pressverbände . . . 205
13.2.5 Berechnung eines zylindrischen Pressverbandes (Elastische Beanspruchung) . . . 206
13.2.6 Der axial vorgespannte Kegelpressverband . . . 208
13.3 Elastische Elemente, Federn . . . 209
13.3.1 Federraten, Verformungen und Beanspruchung metallischer Federn . . . 210
13.3.2 Federraten für einige elastische Systeme . . . 211
13.3.3 Verformung, Federrate und Beanspruchung von Gummifedern . . . 212
13.3.4 Eigenschaften von Elastomeren für Gummifedern . . . 213
13.4 Wälzlager . . . 214
13.4.1 Wälzlager-Bauformen-Übersicht . . . 214
13.4.2 Wälzlager-Bauformen und ihre Bezeichnungen . . . 215
13.4.3 Maßreihen nach DIN 616 . . . 216
13.4.4 Bohrungskennzahlen für die Lagerbohrung . . . 216

13.4.5 Tragfähigkeit und Lebensdauer 217
13.4.5.1 Dynamische Tragfähigkeit und Lebensdauer 217
13.4.5.2 Statische Tragfähigkeit 223
13.4.6 Lagerluft und Betriebsspiel 224
13.4.7 Schmierung 226

14 Hydraulik – Pneumatik 231

14.1 Hydrogetriebe 232
14.2 Größen, Einheiten und Beziehungen für Hydropumpen 232
14.3 Übersicht über gebräuchliche Hydropumpen und übliche Betriebswerte 233
14.4 Einteilung der hydrostatischen Standgetriebe mit einigen ihrer charakteristischen Merkmale 235
14.5 Sinnbilder und Benennung für ölhydraulische Anlagen 235
14.6 Sinnbilder und Benennung für pneumatische Anlagen 240

15 Betriebstechnik 241

15.1 Wärmebehandlung von Stahl 241
15.1.1 Übersicht über die wichtigsten Wärmebehandlungsverfahren 241
15.1.2 Zustandsschaubild Eisen-Kohlenstoff 243
15.1.3 Übliche Temperaturen beim Einsatzhärten von Einsatzstählen nach DIN EN 10084 244
15.1.4 Wärmebehandlung von Wälzlagerstählen 245
15.1.5 Umwertungstabelle für Vickershärte, Brinellhärte, Rockwellhärte und Zugfestigkeit 246
15.2 Schalltechnik 247
15.2.1 Schall, Schalldruck, Schallpegel 247
15.2.2 Größen, Einheiten und Beziehungen der Schalltechnik 248

16 Anhang 249

16.1 Alphabete 249
16.2 Buchstabiertafel 250
16.3 Morsealphabet 250
16.4 Nationalitätskennzeichen 251
16.5 Römisches Zahlensystem 252
16.6 Kalendarische Berechnungen 252

17 Stichwortverzeichnis 253

II. Wälzlagertechnik 259

Fasziniert von allem, was sich bewegt?

Kommen Sie zur Schaeffler Gruppe.

www.ina.de www.fag.de www.luk.de Gemeinsam bewegen wir die Welt

Sie haben etwas gegen Stillstand? Möchten keine ruhige Kugel schieben? Stattdessen brennen Sie darauf, technische Entwicklungen ins Rollen zu bringen, die die Welt bewegen. Dann bewerben Sie sich bei uns. Als Praktikant, Diplomand oder Berufseinsteiger. Beweisen Sie Ihr Können in einem starken Team der Schaeffler Gruppe.

Die Schaeffler Gruppe ist ein führender Anbieter in der Wälzlagerindustrie und gefragter Partner im internationalen Automobilbau. Sie ist bekannt für Innovationskraft und internationalen Erfolg, ihre starken Marken LuK, INA und FAG für Präzision und höchste Qualität.

Schaeffler KG
Bewerbermanagement (INA)
Industriestraße 1–3
91074 Herzogenaurach
bewerbung.ina@schaeffler.com

Schaeffler KG
Bewerbermanagement (FAG)
Postfach 1260
97419 Schweinfurt
bewerbung.fag@schaeffler.com

LuK GmbH & Co. oHG
Bewerbermanagement
Industriestraße 3
77815 Bühl (Baden)
jobs@luk.de

LuK INA FAG

SCHAEFFLER GRUPPE

1 Maßeinheiten

1.1 Das SI-System

Am 2. Juli 1970 trat das Gesetz über Einheiten im Messwesen vom 2. Juli 1969 in Kraft. In diesem Gesetz sind für den geschäftlichen Verkehr die bis spätestens zum 31. 12. 1977 einzuführenden gesetzlichen Einheiten im Messwesen und insbesondere die Basisgrößen und Basiseinheiten des Internationalen Einheitensystems (SI = Système International d'unités) festgelegt.

Basisgröße	Basiseinheit		Definition
	Bezeichnung	Kurz-zeichen	
Länge	Meter	m	Die Basiseinheit 1 Meter ist die Länge der Strecke, die Licht im Vakuum während der Zeit von 1/299 792 458 Sekunden durchläuft. 17. CGPM 1983 [1)]
Masse	Kilogramm	kg	Die Basiseinheit 1 Kilogramm ist die Masse des Internationalen Kilogrammprototyps. 1. CGPM 1889 und 3. CGPM 1901
Zeit	Sekunde	s	Die Basiseinheit 1 Sekunde ist das 9 192 631 770fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids ^{133}Cs entsprechenden Strahlung. 13. CGPM 1967
Elektrische Stromstärke	Ampere	A	Die Basiseinheit Ampere ist die Stärke eines zeitlich unveränderlichen Stromes, der, durch zwei im Vakuum parallel im Abstand 1 Meter voneinander angeordnete, geradlinige, unendlich lange Leiter von vernachlässigbar kleinem kreisförmigem Querschnitt fließend, zwischen diesen Leitern je 1 Meter Leiterlänge elektrodynamisch die Kraft 1/5 000 000 Kilogrammeter durch Sekundenquadrat hervorrufen würde. 9. CGPM 1948
Thermodyn. Temperatur	Kelvin	K	Die Basiseinheit 1 Kelvin ist der 273,16te Teil der thermodynamischen Temperatur des Tripelpunktes[2)] des Wassers. 13. CGPM 1967
Stoffmenge	Mol	mol	Die Basiseinheit 1 Mol ist die Stoffmenge eines Systems, das aus ebensoviel Einzelteilchen besteht, wie Atome in 12/1000 Kilogramm des Kohlenstoffnuklids ^{12}C enthalten sind. Bei Verwendung des Mol müssen die Einzelteilchen des Systems spezifiziert sein und können Atome, Moleküle, Ionen, Elektronen sowie andere Teilchen oder Gruppen solcher Teilchen genau angegebener Zusammensetzung sein. 14. CGPM 1971
Lichtstärke	Candela	cd	**Basiseinheit der Lichtstärke** Die Candela ist die Lichtstärke einer Strahlungsquelle, welche monochromatische Strahlung der Frequenz $540 \cdot 10^{12}$ Hertz in eine bestimmte Richtung aussendet, in der die Strahlstärke 1/683 Watt durch Steradiant beträgt. 16. CGPM – 1979 – Resolution 3

1) CGPM: Conférence Génerale des Poids et Mesures (Generalkonferenz für Maß und Gewicht)

2) Fixpunkt der internationalen Temperaturskala. Der Tripelpunkt ist der einzige Zustand, bei dem alle drei Aggregatzustände (fest, flüssig, gasförmig) miteinander im Gleichgewicht stehen (bei 1013,25 hPa). Er liegt mit 273,16 K um 0,01 K über dem Eispunkt des Wassers (273,15).

3) Ein „Schwarzer Strahler" ist dadurch gekennzeichnet, dass er die auf ihn fallende Licht- und Wärmestrahlung restlos verschluckt und daher, wenn er erhitzt wird, das Maximum an Licht aussendet, das ein Körper auszustrahlen vermag.

Masse, Wägewert, Kraft, Gewichtskraft, Gewicht, Last

Da im SI-System die Masse als Basisgröße definiert ist, muss die Kraft aufgrund des NEWTONschen Gesetzes eine abgeleitete Größe sein, der man als kohärente Größe den neuen Einheitennamen „NEWTON“ mit dem Kurzzeichen „N“ gab.

$$\text{Kraft} = \text{Masse} \cdot \text{Beschleunigung}$$
$$1\ \text{N} = 1\ \text{kg} \cdot 1\ \text{m/s}^2$$

Begriffe DIN 1305 (Jan. 1988)

1 Anwendungsbereich

Diese Norm gilt für den Bereich der klassischen Physik und ihrer Anwendung in Technik und Wirtschaft.

2 Masse

Die Masse m beschreibt die Eigenschaft eines Körpers, die sich sowohl in Trägheitswirkungen gegenüber einer Änderung seines Bewegungszustandes als auch in der Anziehung auf andere Körper äußert.

3 Wägewert

Bei einer Wägung in einem Fluid (Flüssigkeit oder Gas) der Dichte ϱ_{fl} ist der Wägewert W durch folgende Beziehung festgelegt:

$$W = m \frac{1 - \frac{\varrho_{fl}}{\varrho}}{1 - \frac{\varrho_{fl}}{\varrho_G}} \quad . \qquad (1)$$

Dabei ist ϱ die Dichte des Wägegutes und ϱ_G die Dichte der Gewichtstücke.

Anmerkung: Der Wägewert eines Wägegutes (einer Ware) ist gleich der Masse der Gewichtstücke, die die Waage im Gleichgewicht halten bzw. die gleiche Anzeige an der Waage wie das Wägegut liefern.

4 Konventioneller Wägewert

Der konventionelle Wägewert W_{std} wird aus Gleichung (1) mit den Standardbedingungen $\varrho_{fl} = 1{,}2\ \text{kg/m}^3$ und $\varrho_G = 8000\ \text{kg/m}^3$ errechnet. Dabei ist für ϱ die Dichte des Wägegutes bei 20 °C einzusetzen.

5 Kraft

Die Kraft F ist das Produkt aus der Masse m eines Körpers und der Beschleunigung a, die er durch die Kraft F erfährt oder erfahren würde:

$$F = m\,a. \qquad (2)$$

6 Gewichtskraft

Die Gewichtskraft F_G eines Körpers der Masse m ist das Produkt aus Masse m und Fallbeschleunigung g.

$$F_G = m\,g. \qquad (3)$$

7 Gewicht

Das Wort Gewicht wird vorwiegend in drei verschiedenen Bedeutungen gebraucht:

a) anstelle von Wägewert;
b) als Kurzform für Gewichtskraft;
c) als Kurzform für Gewichtstück (siehe DIN 8120 Teil 2).

Wenn Missverständnisse zu befürchten sind, soll anstelle des Wortes Gewicht die jeweils zutreffende Benennung Wägewert, Gewichtskraft oder Gewichtstück verwendet werden.

8 Last

Das Wort Last wird in der Technik mit unterschiedlichen Bedeutungen verwendet (z. B. für die Leistung, die Kraft oder für einen Gegenstand).

Wenn Missverständnisse zu befürchten sind, soll das Wort Last vermieden werden.

Erläuterungen

Wir leben und wägen auf dem Boden eines Luftozeans. Bei kaum einer Wägung wird – wie es eigentlich erforderlich wäre – der Luftauftrieb korrigiert. Man begnügt sich fast immer mit dem unkorrigierten Messwert, der auch die Grundlage für Abrechnungen im Handel ist, wenn Waren nach Gewicht verkauft werden. Es ist aber erforderlich, zwischen der Masse und dem Ergebnis einer Wägung in Luft – dem Wägewert – zu unterscheiden. Bei Wägegütern geringer Dichte, wie z. B. Mineralölen, beträgt der relative Unterschied zwischen Masse und Wägewert etwa 1 Promille. Bei Wägegütern hoher Dichte ist er kleiner. Luft hat den Wägewert Null. Körper mit gleicher Masse, aber unterschiedlicher Dichte haben verschiedene Wägewerte. Außerdem ändert sich der Wägewert eines Körpers, wenn sich die Dichte der umgebenden Luft ändert. Der Wägewert ist vom Wetter abhängig.

SI-Einheiten und daraus abgeleitete Einheiten

Größe	Formelzeichen	Gesetzliche Einheiten ab 2. 7. 1970			Seit dem 1.1.1978 nicht mehr anzuwendende Einheiten und ihre Umrechnung
		Einheitennamen		Einheiten-zeichen	
		SI-Einheiten	Weitere Einheiten	Umrechnung	
Länge	l	Meter	–	m	Mikron 1 μ = 1 μm = 10^{-6} m
		–	Seemeile	1 sm = 1852 m	
Fläche	A	Quadratmeter	–	m^2	Angström 1 A = 10^{-10} m
		–	Ar	1 a = 100 m^2	
		–	Hektar	1 ha = 10^4 m^2	X-Einheit 1 XE = 10^{-13} m
Volumen	V	Kubikmeter	–	m^3	
		–	Liter	1 l = 10^{-3} m^3	
Dehnung	ε	o[1)]	–	m/m	
Ebener Winkel	α β γ	Radiant	–	1 rad = 1 m/m^2[2)]	Rechter Winkel 1∟ = (π/2) rad
		–	Grad	1° = π/180 rad	Neugrad 1 g = 1 gon
		–	Minute	1′ = π/10800 rad	Neuminute 1′ = 1 cgon
		–	Sekunde	1″ = π/648000 rad	
		–	Gon	1 gon = π/200 rad	Neusekunde 1″ = 0,1 mgon
Raumwinkel	Ω	Steradiant	–	1 sr = 1 m^2/m^2	
Masse	m	Kilogramm	–	kg	Gamma 1 γ = 1 μg
Masse von Edelsteinen		–	Gramm	1 g = 10^{-3} kg	Doppelzentner 1 dz = 100 kg
		–	Tonne	1 t = 10^3 kg	
		–	Metr. Karat	1 Kt = 0,2.10^{-3} kg	
Masse/Länge Masse von textilen Fasern	m′	o	–	kg/m	
	–	–	Tex	1 tex = 10^{-6} kg/m	
Masse/Fläche	m″	o	–	kg/m^2	Der Zahlenwert der Wichte in kp/m^3 ist gleich dem Zahlenwert der Dichte
Dichte	ϱ	o	–	kg/m^3	
Spez. Volumen	v	o	–	m^3/kg	
Zeit	t	Sekunde	–	s	
		–	Minute	1 min = 60 s	
		–	Stunde	1 h = 3600 s	
		–	Tag	1 d = 86400 s	
		–	Jahr	1 a = 365 d	
Drehzahl	n	o	–	1/s	U/min weiterhin zulässig, jedoch besser durch min^{-1} ersetzen
		–	Umdr./Minute	1 U/min = 1 min^{-1}	

SI-Einheiten und daraus abgeleitete Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Gesetzliche Einheiten ab 2. 7. 1970			Seit dem 1.1.1978 nicht mehr anzuwendende Einheiten und ihre Umrechnung
		Einheitennamen		Einheiten-zeichen	
		SI-Einheiten	Weitere Einheiten	Umrechnung	
Frequenz	f	Hertz	–	1 Hz = 1/s	
Kreisfrequenz	ω	–	1/s		
Geschwindigkeit	v	o	–	m/s	
		–	Kilom./Std.	1 km/h = (1/3,6) m/s	
			Knoten	1 kn = 1 sm/h	
Beschleunigung	a	o	–	m/s^2	
Winkelgeschw.	ω	o	–	rad/s	
Winkelbeschl.	$\dot{\omega}$	o	–	rad/s^2	
Volumenstrom	$\dot{V}$	o	–	m^3/s	
Massenstrom	$\dot{m}$	o	–	kg/s	
Kraft	F	Newton	–	1 N = 1 kg m/s^2	Kilopond 1 kp = 9,80665 N Techn. Atmosphäre 1 at = 1 kp/cm^2 Physik. Atmosphäre 1 atm = 1,01325 bar Wassersäule 1 mm WS = 1 kp/m^2 Quecksilbersäule 1 mm Hg = 1,3332 hPa
Impuls	p	o	–	kg m/s	
Drehimpuls	L	o	–	kg m^2/s	
Druck	p	Pascal	–	1 Pa = 1 N/m^2	
Spannung	σ τ	o	Newton/Quadratmillimeter	1 N/mm^2 = 1 MPa	
		o	Bar	1 bar = 10^5 Pa	
Arbeit, Energie Wärmemenge	W E Q	Joule	–	1 J = 1 N m	Kilopondmeter 1 kpm = 9,81 J PS-Stunde 1 PSh = 0,7355 kWh Kilocalorie 1 kcal = 4,1868 kJ
		Wattsekunde	–	1 Ws = 1 kg m^2/s^2	
		–	Kilowatt-stunde	1 kW h = 3,6 MJ	
Moment einer Kraft	M	Newtonmeter	–	N m	Kilopondmeter 1 kpm = 9,81 Nm
Leistung, Energiestrom, Wärmestrom	P $\dot{Q}$	Watt	– –	1 W = 1 J/s = 1 N m/s	Pferdestärke 1 PS = 0,7355 kW 1 kcal/s = 4,1868 kW
Dynamische Viskosität	η	Pascal-sekunde	–	1 Pa s = 1 N s/m^2	Poise 1 P = 0,1 Pa s Zentipoise 1 cP = 1 mPa s
Kinematische Viskosität	ν	o	–	m^2/s	Stokes 1 St = 10^{-4} m^2/s Zentistokes 1 cSt = 1 mm^2/s

SI-Einheiten und daraus abgeleitete Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Gesetzliche Einheiten ab 2. 7. 1970			Seit dem 1.1.1978 nicht mehr anzuwendende Einheiten und ihre Umrechnung
		Einheitennamen		Einheiten-zeichen	
		SI-Einheiten	Weitere Einheiten	Umrechnung	
Elektr. Stromstärke	I	Ampere	–	A	
Elektr. Spannung	U	Volt	–	1 V = 1 W/A	
Elektr. Widerstand	R	Ohm	–	1 Ω = 1 V/A	
Elektr. Leitwert	G	Siemens	–	1 S = 1/Ω	
Scheinleistung	S	–	Voltampere	1 W = 1 VA	
Blindleistung	Q	–	var	1 var = 1 W	
Elektrizitätsmenge, Elektr. Ladung	Q	Coulomb	–	1 C = 1 A s	
		–	Ampere-stunde	1 A h = 3600 C	
Elektr. Kapazität	C	Farad	–	1 F = 1 C/V	
Elektr. Fluss	ψ	–	–	C	
Elektr. Flussdichte	D	–	–	C/m^2	
Elektr. Feldstärke	E	–	–	V/m	
Magn. Fluss	Φ	Weber	–	1 Wb = 1 V s	Maxwell 1 M = 10^{-8} Wb
Magn. Flussdichte	B	Tesla	–	1 T = 1 Wb/m^2	Gauß 1 G = 10^{-4} T
Induktivität	L	Henry	–	1 H = 1 Wb/A	
Magn. Feldstärke	H	–	–	A/m	Oerstedt 1 Oe = $10^3/(4\pi)$A/m = 79,58 A/m
Temperatur	T	Kelvin		K	
Celsius-Temperatur	t	–	Grad Celsius	1 °C = 1 K[3)]	
Temperaturleitfähigkeit	a	–	–	m^2/s	
Spez. Wärmekapazität	c	–	–	J/(kg K)	1 kcal/(kg grd) = 4,187 kJ/(kg K)
Entropie	S	–	–	J/kg	
Spez. Entropie	s	–	–	J/(kg K)	
Enthalpie	H	Joule	–	J	
Wärmeleitfähigkeit	λ	–	–	W/(m K)	1 kcal/(m h grad) = 1,163 W/(m K)
Wärmeübergangszahl	α	–	–	$W/(m^2 K)$	
Wärmedurchgangszahl	k	–	–	$W/(m^2 K)$	

SI-Einheiten und daraus abgeleitete Einheiten (Fortsetzung)

Größe	Formelzeichen	Gesetzliche Einheiten ab 2. 7. 1970			Seit dem 1.1.1978 nicht mehr anzuwendende Einheiten und ihre Umrechnung
		Einheitennamen		Einheiten-zeichen	
		SI-Einheiten	Weitere Einheiten	Umrechnung	
Stoffmenge	n	Mol	–	mol	
Atomare Masseneinheit	u	–	–	$1{,}6606.10^{-27}$ kg	
Energie	W	Elektronvolt	–	1 eV = $1{,}6022.10^{-19}$ J	
Aktivität einer radioaktiven Substanz	A	Becquerel	–	1 Bq = 1 s^{-1}	Curie 1 Ci = $3{,}7.10^{10}$ s^{-1}
Energiedosis	D	Gray	–	1 Gy = 1 J/kg	Rem 1 rem = 10^{-2} J/kg
Energiedosisrate	$\dot{D}$	–	–	W/kg	
Ionendosis	J	–	–	C/kg	Röntgen 1 R = 258.10^{-6} C/kg
Ionendosisrate	$\dot{J}$	–	–	A/kg	
Lichtstärke	I	Candela	–	cd	
Leuchtdichte	L	–	–	cd/m^2	Stilb 1 sb = 10^4 cd/m^2 Apostilb 1 asb = $1/\pi$ cd/m^2
Lichtstrom	Φ	Lumen	–	1 lm = 1 cd sr	
Lichtmenge	Q	–	–	lm s	
Beleuchtungs-stärke	E	Lux	–	1 lx = 1 lm/m^2	
Brechwert von Linsen	D	–	Dioptrie	1 dpt = 1/m	

1) SI-Einheiten ohne besonderen Einheitennamen. Die Einheiten werden aus den Einheiten der Basisgrößen gebildet

2) Die Einheit rad kann beim Rechnen durch „1“ ersetzt werden.

3) Celsius-Temperatur t wird die besondere Differenz einer beliebigen thermodynamischen Temperatur T gegenüber der Temperatur T_0 = 273,15 K genannt. Es ist also $t = T - T_0 = T - 273{,}15$ K.

Der Grad Celsius ist der besondere Name für das Kelvin bei der Angabe von Celsius-Temperaturen.

Temperaturdifferenzen sind bei zusammengesetzten Einheiten in K anzugeben, z. B. kJ/(m s K).

Schreibweise bei Toleranzangaben für Celsius-Temperaturen, z. B. t = (50 ± 2) °C oder t = 50 °C ± 2 °C oder t = 50 °C ± 2 K.

Weitere aus den Basisgrößen abgeleitete Größen und deren Einheiten sind in den jeweiligen Abschnitten angegeben.

International festgelegte Vorsätze

Dezimale Teile oder Vielfache der SI-Einheiten werden durch Vorsätze vor den Namen der Einheit bzw. Vorsatzzeichen vor den Einheitenzeichen bezeichnet. Das Vorsatzzeichen wird ohne Zwischenraum vor das Einheitenzeichen gesetzt und bildet mit diesem eine eigene Maßeinheit, z. B. Millimeter (mm). Zusammengesetzte Vorsätze, z. B. Millikilogramm (mkg) dürfen nicht verwendet werden.

Bei den Winkeleinheiten Grad, Minute, Sekunde, den Zeiteinheiten Minute, Stunde, Jahr und Tag und der Temperatureinheit Grad Celsius dürfen keine Vorsätze verwendet werden.

Faktor, mit dem die Einheit multipliziert wird		Vorsatz	Vorsatzzeichen	Faktor, mit dem die Einheit multipliziert wird		Vorsatz	Vorsatzzeichen
10^{-18}	Trillionstel	Atto	a	10^{1}	Zehn	Deka	da
10^{-15}	Billiardstel	Femto	f	10^{2}	Hundert	Hekto	h
10^{-12}	Billionstel	Piko	p	10^{3}	Tausend, Tsd.	Kilo	k
10^{-9}	Milliardstel	Nano	n	10^{6}	Million, Mio.	Mega	M
10^{-6}	Millionstel	Mikro	µ	10^{9}	Milliarde, Mrd.[1)]	Giga	G
10^{-3}	Tausendstel	Milli	m	10^{12}	Billion, Bio.[1)]	Tera	T
10^{-2}	Hundertstel	Zenti	c	10^{15}	Billiarde	Peta	P
10^{-1}	Zehntel	Dezi	d	10^{18}	Trillion	Exa	E

1) In den USA: 10^9 = 1 Billion, 10^{12} = 1 Trillion

1.2 Nicht mehr anzuwendende Einheitensysteme

Das Physikalische Maßsystem
Das Physikalische Maßsystem verwendete wie das SI die Basisgrößen Länge, Masse und Zeit, benützte aber dafür die Basiseinheiten:

Basisgröße	Basiseinheit	
	Name	Zeichen
Länge	Zentimeter	cm
Masse	Gramm	g
Zeit	Sekunde	s

Das Technische Maßsystem
Das Technische Maßsystem verwendete folgende Basisgrößen und Basiseinheiten:

Basisgröße	Basiseinheit	
	Name	Zeichen
Länge	Meter	m
Kraft	Kilopond	kp
Zeit	Sekunde	s

Im Technischen Maßsystem war die Kraft als Basisgröße mit dem Einheitennamen „Kilopond“ (kp) festgelegt worden. Alle Kräfte wurden mit der Anziehungskraft der Erde – der Gewichtskraft – verglichen. Die Fallbeschleunigung und damit die Gewichtskraft sind jedoch – im Gegensatz zur Masse – ortsabhängig. Es wurde deshalb folgende Definition getroffen:

1 Kilopond ist die Kraft, mit der die Masse von 1 Kilogramm am Ort der Normfallbeschleunigung (g_n = 9,80665 m/s^2) auf ihre Unterlage drückt

$$1\ \text{kp} = 1\ \text{kg} \cdot 9{,}80665\ \text{m/s}^2 = 9{,}80665\ \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$$

Der Zusammenhang zwischen dem Internationalen Maßsystem und dem Technischen Maßsystem ist dadurch gegeben, dass im SI-System für die Kraft die abgeleitete, kohärente Größe mit dem Einheitennamen „Newton“

$$1\text{N} = \frac{\text{kg m}}{\text{s}^2}$$

festgelegt wurde. Damit ist

$$1\ \text{kp} = 9{,}80665\ \text{N}$$

Für technische Umrechnungen von einem System in das andere reicht meistens aus:

$$1\ \text{kp} = 9{,}81\ \text{N}.$$

1.3 Längen-, Flächen- und Raum-Maße

Umwandlung deutscher und englischer Maße

Längenmaße

1 mm = 0,03937014 inches (Zoll)	1 inch = 25,399956 mm
1 cm = 0,39370147 inches	1 foot = 12 inch = 304,799472 mm
1 m = 3,280851 feet (Fuß)	= 0,304799 m
1 m = 1,093616 yards	1 yard = 3 feet
1 m = 0,546808 fathoms	= 36 inch = 0,914398 m
1 km = 0,621372 statute miles	1 fathom = 2 yards
1 km = 0,539614 nautical miles	= 6 feet
1 km = 0,539037 admirality miles	= 72 inch = 1,828797 m
1 deutsche Landmeile = 7,5 km	1 stat. mile = 880 fathoms
1 deutsche Seemeile = 1,852 km	= 1760 yards
1 geografische Meile = 7,42043854 km	= 5280 feet
(15 Meilen = 1 Äquatorgrad)	= 1 engl. Meile = 1,609341 km
1 Äquatorgrad = 111,3066 km	1 gewöhnliche engl. Meile
1 Meridiangrad = 111,1206 km	= 5000 feet = 1,523995 km
	1 naut. mile = 6080 feet = 1,853178 km
	1 adm. mile = 6086,5 feet = 1,85516 km
	= 1/4 geografische Meile
	= 1/60 des Äquatorgrades

Flächenmaße

1 mm^2 = 0,00155001 square in. ($Zoll^2$)	1 sq. inch = 6,451578 cm^2
1 cm^2 = 0,15500635 square in. ($Zoll^2$)	1 sq. foot = 144 sq. inch = 929,0272 cm^2
1 m^2 = 10,76398328 square feet ($Fuß^2$)	= 0,092903 m^2
1 m^2 = 1,19599596 square yards	1 sq. yard = 9 sq. feet = 8361,24480 cm^2
1 a = 100 m^2 = 0,024711 acres	1 acres = 160 sq. poles
1 ha = 100 a = 2,471063 acres	= 4840 sq. yards
1 km^2 = 100 ha	= 40,4684 a = 4046,8425 m^2
= 0,386100 square miles	1 sq. mile = 640 acres = 2,59 km^2
1 geografische Quadratmeile	1 sq. poles = 25,298676 m^2
= 55,06291 km^2	1 circular inch
	= π/4 sq. inch = 5,067057 cm^2

Raummaße

1 cm^3 = 0,061024 cubic inch ($Zoll^3$)	1 cub. inch = 16,386979 cm^3
1 dm^3 = 0,035315 cubic feet ($Fuß^3$)	1 cub. foot = 1728 cub. inch = 28,316700 dm^3
= 61,024061 cubic inch	1 cub. yard = 27 cub. feet = 0,764551 m^3
1 m^3 = 1,307957 cubic yards	1 reg. ton = 100 cub. feet = 2,831670 m^3
= 35,314850 $feet^3$	1 imperial gallon
1 m^3 = 0,353148 register tons	= 277,26 cubic inch
1 l = 0,220097 imperial gallons	= 4,543454 l
1 l = 0,027512 bushels	1 bushel = 8 gallons = 36,347632 l
1 l = 0,003439 imperial quarters	1 imperial quarter
1 hl = 100 l	= 8 bushel = 64 gallons
= 0,343901 imperial quarters	= 290,781056 l = 2,907811 hl

1.4 Umrechnung der wichtigsten Einheiten des fps- in das SI-System

	fps		SI (MKS)	
Länge	1 ft	= 1/3 yd = 12 in	1 ft	= 0,3048 m
Fläche	1 ft^2	= 144 in^2	1 ft^2	= 0,092903 m^2
Volumen	1 ft^3 1 gal (US)	= 1728 in^3 = 6,2282 gal (UK) = 0,83268 gal (UK)	1 ft^3	= 0,0283169 m^2
Geschwindigkeit	1 ft/s 1 knot	 = 1,15767 mile/h = 1,6877 ft/s	1 ft/s	= 0,3048 m/s
Beschleunigung	1 ft/s^2		1 ft/s^2	= 0,3048 m/s^2
Masse	1 lb 1 slug	= cwt/112 = 32,174 lb	1 lb 1 slug	= 0,453592 kg = 14,5939 kg
Kraft	1 lbf 1 pdl	 = 0,031081 lbf	1 lbf 1 pdl	= 4,44822 N = 0,138255 N
Arbeit	1 ft lb 1 btu	= 0,323832 cal_{IT} = 252 cal_{IT} = 778,21 ft lb	1 ft lb 1 btu	= 1,35582 J = 1,05506 kJ
Druck	1 lb/ft^2 1 lb/in^2 1 atm	= 6,9444 · 10^{-3} lb/in^2 = 0,068046 atm = 29,92 in Hg = 33,90 ft water	1 lb/ft^2 1 lb/in^2 1 atem	= 47,88 N/m^2 = 6894,76 N/m^2 = 1,01325 bar
Dichte	1lb/ft^3 1lb/gal	= 5,78704 · 10^{-4} lb/in^3 = 6,2282 lb/ft^3	1 lb/ft^3 1 lb/gal	= 16,0185 kg/m^3 = 99,7633 kg/m^3
Temperatur	32 deg F 212 deg F	= 0 °C = 100 °C	1 deg F	= 0,5556 °C
Leistung	1 ft lb/s	= 1,8148 · 10^{-3} hp = 1,28182 · 10^{-3} btu/s	1 ft lb/s	= 1,35334 W
spezifische Wärmekapazität	1 btu/(lb deg F)		1 btu/ (lb deg F)	= 4,1868 kJ/(kg K)
Wärmeleitzahl	1 btu/(ft h deg F)		1 btu/ (ft h deg F)	= 1,7306 W/(m K)
Wärmeübergangs-(durchgangs) koeffizient	1 btu/(ft^2 h deg F)		1 btu/ (ft^2 h deg F)	= 5,6778 W/(m^2 K)
Viskosität kinematisch dynamisch	 1 ft^2/s 1 lb/(ft s)		 1 ft^2/s 1 lb/(ft s)	 = 0,092903 m^2/s = 1,48816 kg /(m s)

Quelle: DUBBEL, 14. Auflage

1.5 Volumeneinheiten, Durchflussmenge

	Umrechnung von								
	in^3	ft^3	yd^3	pt (UK)	liq pt (US)	gal (UK)	gal (US)	barrel petrol.	ft^3min cfm
	in cm^3	in l	in m^3	in l	in l	in l	in l	in l	in m^3/h
1,0	16,4	28,3	0,765	0,568	0,473	4,55	3,79	159	1,70
1,1	18,0	31,1	0,841	0,625	0,520	5,00	4,16	175	1,87
1,2	19,7	34,0	0,917	0,682	0,568	5,46	4,54	191	2,04
1,3	21,3	36,8	0,994	0,739	0,615	5,91	4,92	207	2,21
1,4	22,9	39,6	1,07	0,796	0,662	6,36	5,30	223	2,38
1,5	24,6	42,5	1,15	0,852	0,710	6,82	5,68	238	2,55
1,6	26,2	45,3	1,22	0,909	0,757	7,27	6,06	254	2,72
1,7	27,9	48,1	1,30	0,966	0,804	7,73	6,44	270	2,89
1,8	29,5	51,0	1,38	1,02	0,852	8,18	6,81	286	3,06
1,9	31,1	53,8	1,45	1,08	0,899	8,64	7,19	302	3,23
2,0	32,8	56,6	1,53	1,14	0,946	9,09	7,57	318	3,40
2,1	34,4	59,5	1,61	1,19	0,994	9,55	7,95	334	3,57
2,2	36,1	62,3	1,68	1,25	1,04	10,0	8,33	350	3,74
2,3	37,7	65,1	1,76	1,31	1,09	10,5	8,71	366	3,91
2,4	39,3	68,0	1,83	1,36	1,14	10,9	9,08	382	4,08
2,5	41,0	70,8	1,91	1,42	1,18	11,4	9,46	397	4,25
2,6	42,6	73,6	1,99	1,48	1,23	11,8	9,84	413	4,42
2,7	44,2	76,5	2,06	1,53	1,28	12,3	10,2	429	4,59
2,8	45,9	79,3	2,14	1,59	1,32	12,7	10,6	445	4,76
2,9	47,5	82,1	2,22	1,65	1,37	13,2	11,0	461	4,93
3,0	49,2	85,0	2,29	1,70	1,42	13,6	11,4	477	5,10
3,2	52,4	90,6	2,45	1,82	1,51	14,5	12,1	509	5,44
3,4	55,7	96,3	2,60	1,93	1,61	15,5	12,9	541	5,78
3,6	59,0	102	2,75	2,05	1,70	16,4	13,6	572	6,12
3,8	62,3	108	2,91	2,16	1,80	17,3	14,4	604	6,46
4,0	65,5	113	3,06	2,27	1,89	18,2	15,1	636	6,80
4,2	68,8	119	3,21	2,39	1,99	19,1	15,9	668	7,14
4,4	72,1	125	3,36	2,50	2,08	20,0	16,7	700	7,48
4,6	75,4	130	3,52	2,61	2,18	20,9	17,4	731	7,82
4,8	78,7	136	3,67	2,73	2,27	21,8	18,2	763	8,16
5,0	81,9	142	3,82	2,84	2,37	22,7	18,9	795	8,50
5,2	85,2	147	3,98	2,95	2,46	23,6	19,7	827	8,83
5,4	88,5	153	4,13	3,07	2,56	24,5	20,4	859	9,17
5,6	91,8	159	4,28	3,18	2,65	25,5	21,2	890	9,51
5,8	95,0	164	4,43	3,30	2,74	26,4	22,0	922	9,85
6,0	98,3	170	4,59	3,41	2,84	27,3	22,7	954	10,2
6,2	102	176	4,74	3,52	2,93	28,2	23,5	986	10,5
6,4	105	181	4,89	3,64	3,03	29,1	24,2	1018	10,9
6,6	108	187	5,05	3,75	3,12	30,0	25,0	1049	11,2
6,8	111	193	5,20	3,86	3,22	30,9	25,7	1081	11,6
7,0	115	198	5,35	3,98	3,31	31,8	26,5	1113	11,9
7,5	123	212	5,73	4,26	3,55	34,1	28,4	1192	12,7
8,0	131	227	6,12	4,55	3,79	36,4	30,3	1272	13,6
8,5	139	241	6,50	4,83	4,02	38,6	32,2	1351	14,4
9,0	147	255	6,88	5,11	4,26	40,9	34,1	1431	15,3
9,5	156	269	7,26	5,40	4,50	43,2	36,0	1510	16,1

Die Tabelle gilt auch für dezimale Vielfache und Teile
Beispiele: 1 in^3 = 16,4 cm^3; 3 gal (UK) = 13,6 l; 30 gal (UK) = 136 l

Quelle: Bosch, Kraftfahrtechnisches Taschenbuch

2 Mathematik

2.1 Mathematische Zeichen

+	plus
–	minus
· oder ×	mal
– oder / oder :	geteilt durch
=	gleich
≠	nicht gleich
<	kleiner als
≤	kleiner oder gleich
>	größer als
≥	größer oder gleich
≈	ungefähr gleich
≪	sehr klein gegen
≫	sehr groß gegen
≙	entspricht
...	und so weiter, bis
~	proportional
Σ	Summe
Π	Produkt

$\sqrt{\ }$	Wurzel aus ($\sqrt[n]{\ }$ n-te Wurzel aus)
n!	n Fakultät (z. B. 3! = 1 · 2 · 3 = 6)
|x|	Betrag von x
→	nähert sich, strebt nach
∞	unendlich
i oder j	imaginäre Einheit, $i^2 = -1$
⊥	rechtwinklig zu
II	parallel zu
∢	Winkel
△	Dreieck
lim	limes (Grenzwert)
Δ	Delta (Differenz zweier Werte)
d	vollständiges Differential
δ	partielles Differential
∫	Integral
log	Logarithmus
ln	Logarithmus zur Basis e
	e = 1 + 1/1! + 1/2! + 1/3! + ...
lg	Logarithmus zur Basis 10

2.2 Häufig gebrauchte Zahlen

e	= 2,718282	ln 10	= 2,302585	π	= 3,14159
e^2	= 7,389056	1/ln 10	= 0,434294	$\sqrt{\pi}$	= 1,77245
1/e	= 0,367879	$\sqrt{2}$	= 1,41421	1/π	= 0,31831
lg e	= 0,434294	$1/\sqrt{2}$	= 0,70711	π^2	= 9,86960
$\sqrt{e}$	= 1,648721	$\sqrt{3}$	= 1,73205	180/π	= 57,29578
1/lg e	= 2,302585	g_n	= 9,80665 m/s²	π/180	= 0,017453

Umrechnung von Logarithmen

lgN = 0,434294 · ln N,
lnN = 2,302585 · lgN

Goldener Schnitt (stetige Teilung)

1 : x = x : (1 – x), daraus x = 0,618

2.3 Einige pythagoreische Zahlen

Pythagoreische Zahlen sind ganze Zahlen x, y, z, zwischen denen die Gleichung $x^2 + y^2 = z^2$ gilt. Setzt man x = 2 p q, $y = p^2 - q^2$, $z = p^2 + q^2$, worin p, q beliebige ganze Zahlen sind, so erhält man pythagoreische Zahlen.

p	q	x	y	z	p	q	x	y	z
2	1	4	3	5	4	2	16	12	20
3	1	6	8	10	5	2	20	21	29
4	1	8	15	17	4	3	24	7	25
5	1	10	24	26	5	3	30	16	34
3	2	12	5	13	5	4	40	9	41

Die aus den Seiten x, y, z in beliebiger Längeneinheit gebildeten Dreiecke sind rechtwinklig.

2.4 **Primzahlen** und die nicht durch 2, 3 oder 5 teilbaren zusammengesetzten Zahlen mit ihren kleinsten Faktoren, unter 1000

1		103		203	7	307		407	11	509		611	13	709		811		913	11
7		107		209	11	311		409		511	7	613		713	23	817	19	917	7
11		109		211		313		413	7	517	11	617		719		821		919	
13		113		217	7	317		419		521		619		721	7	823		923	13
17		119	7	221	13	319	11	421		523		623	7	727		827		929	
19		121	11	223		323	17	427	7	527	17	629	17	731	17	829		931	7
23		127		227		329	7	431		529	23	631		733		833	7	937	
29		131		229		331		433		533	13	637	7	737	11	839		941	
31		133	7	233		337		437	19	539	7	641		739		841	29	943	23
37		137		239		341	11	439		541		643		743		847	7	947	
41		139		241		343	7	443		547		647		749	7	851	23	949	13
43		143	11	247	13	347		449		551	19	649	11	751		853		953	
47		149		251		349		451	11	553	7	653		757		857		959	7
49	7	151		253	11	353		457		557		659		761		859		961	31
53		157		257		359		461		559	13	661		763	7	863		967	
59		161	7	259	7	361	19	463		563		667	23	767	13	869	11	971	
61		163		263		367		467		569		671	11	769		871	13	973	7
67		167		269		371	7	469	7	571		673		773		877		977	
71		169	13	271		373		473	11	577		677		779	19	881		979	11
73		173		277		377	13	479		581	7	679	7	781	11	883		983	
77	7	179		281		379		481	13	583	11	683		787		887		989	23
79		181		283		383		487		587		689	13	791	7	889	7	991	
83		187	11	287	7	389		491		589	19	691		793	13	893	19	997	
89		191		289	17	391	17	493	17	593		697	17	797		899	29		
91	7	193		293		397		497	7	599		701		799	17	901	17		
97		197		299	13	401		499		601		703	19	803	11	907			
101		199		301	7	403	13	503		607		707	7	809		911			

2.5 **Die Binominalkoeffizienten** $\binom{n}{1}$ bis $\binom{n}{15}$

n	$\binom{n}{0}$	$\binom{n}{1}$	$\binom{n}{2}$	$\binom{n}{3}$	$\binom{n}{4}$	$\binom{n}{5}$	$\binom{n}{6}$	$\binom{n}{7}$	$\binom{n}{8}$	$\binom{n}{9}$	$\binom{n}{10}$	$\binom{n}{11}$	$\binom{n}{12}$	$\binom{n}{13}$	$\binom{n}{14}$	$\binom{n}{15}$
1	1	1														
2	1	2	1													
3	1	3	3	1												
4	1	4	6	4	1											
5	1	5	10	10	5	1										
6	1	6	15	20	15	6	1									
7	1	7	21	35	35	21	7	1								
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1							
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1						
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1					
11	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1				
12	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66	12	1			
13	1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286	78	13	1		
14	1	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001	364	91	14	1	
15	1	15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435	5005	3003	1365	455	105	15	1

2.6 Logarithmen

Allgemeiner Logarithmus:

$^{b}\log a = c$ b Basis, a Numerus, c Logarithmus.

$^{b}\log a = c$ bedeutet $b^c = a$. (Es soll $a > 0$, $b > 1$ sein.)

$^{b}\log 0 = -\infty$ $^{b}\log 1 = 0$ $^{b}\log b = 1$ $^{b}\log \infty = \infty$

$^{b}\log (a\,c) = {}^{b}\log a + {}^{b}\log c$

$^{b}\log \frac{a}{c} = {}^{b}\log a - {}^{b}\log c$

$^{b}\log (a^n) = n\ {}^{b}\log a$

$^{b}\log \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n}\ {}^{b}\log a$

Natürlicher Logarithmus:

Die Logarithmen für die Grundzahl e = 2,718281828459... heißen natürliche Logarithmen.
Man schreibt ln a statt $^{e}\log a$.

$M_b = {}^{b}\log e = 1 : \ln b$ heißt Modul des Systems mit Basis b.

$^{b}\log a = M_b \ln a$.

Briggsscher Logarithmus:

Die Logarithmen für die Grundzahl 10 heißen Briggssche Logarithmen.
Man schreibt lg a statt $^{10}\log a$.

Es ist $\lg (10^n) = n$ $\lg (10^{-n}) = -n$ $\lg (a \cdot 10^n) = \lg a + n$

$\lg (a : 10^n) = \lg a - n$ Ferner $\ln (e^{\pm n}) = \pm n$

$\ln (a \cdot 10^n) = \ln a + \ln (10^n)$ $\ln (a : 10^n) = \ln a - \ln (10^n)$.

Die (positiven oder negativen) ganzen Einheiten eines gewöhnlichen Logarithmus nennt man die Kennziffer und den echten Dezimalbruch die Mantisse des Logarithmus. Für $10 > a > 1$ hat lg a die Kennziffer 0.

$M_{10} = 0{,}4342944819 = \lg e = 1 : \ln 10 = 1 : 2{,}3025850930$

$\ln x = \ln 10 \lg x = 2{,}3025850930 \lg x$ $\ln 10 \lg e = 1$

$\lg x = \lg e \ln x = 0{,}4342944819 \ln x$

Logarithmengesetze:

$\lg (u \cdot v) = \lg u + \lg v$ $\lg \frac{u}{v} = \lg u - \lg v$

$\lg \frac{v}{u} = -\lg \frac{u}{v}$ $\lg u^n = n \cdot \lg u$ $\lg \sqrt[n]{u} = \frac{1}{n} \cdot \lg u$

2.7 Formeln der Arithmetik

Vorzeichenregeln

$a + (-b) = a - b$ $\quad a - (-b) = a + b$ $\quad a \cdot (-b) = -ab$

$(-a) \cdot (-b) = ab$ $\quad (-a) \cdot b = -ab$ $\quad (-a) : b = -\frac{a}{b}$

$a : (-b) = -\frac{a}{b}$ $\quad (-a) : (-b) = \frac{a}{b}$

Kommutatives Gesetz $\quad a + b = b + a$ $\quad a \cdot b = b \cdot a$

Assoziatives Gesetz $\quad (a + b) + c = a + (b + c)$ $\quad (ab) \cdot c = a \cdot (bc) = a \cdot b \cdot c$

Produkte algebraischer Summen, Binome

$(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$

$(a + b)^2 = a^2 + 2\,ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2\,ab + b^2$

$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3\,a^2b + 3\,ab^2 \pm b^3$

$(a \pm b)^4 = a^4 \pm 4\,a^3b + 6\,a^2b^2 \pm 4\,ab^3 + b^4$

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2\,ab + 2\,ac + 2\,bc$

Mittelwerte

Arithmetisches Mittel: $\frac{a+b}{2}$; $\frac{a+b+c}{3}$ usw.

Geometrisches Mittel: $\sqrt{a \cdot b}$; $\sqrt[3]{a \cdot b \cdot c}$ usw.

Harmonisches Mittel: $\frac{2\,ab}{a+b}$

Potenzen

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ $\quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $\quad a^n \cdot b^n = (ab)^n$

$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ $\quad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$ $\quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$0^n = 0$ $\quad a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$

Wurzeln

$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ $\quad (\sqrt[n]{a})^n = a$ $\quad \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$

$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ $\quad \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$ $\quad \sqrt[np]{a^{mp}} = \sqrt[n]{a^m}$

$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$ $\quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

2.8 Formeln der Algebra

Algebraische Gleichung 2. Grades

$ax^2 + bx + c = 0$

Lösung der quadratischen Gleichung

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = x_1, x_2$$

Normalform:
$x^2 + px + q = 0$

Lösungsformel:

$$x_{1,\,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{(p/2)^2 - q}$$

Diskriminante $\Delta = (p/2)^2 - q$

$\Delta > 0$ ergibt 2 verschiedene reelle Lösungen

$\Delta = 0$ ergibt 2 gleiche reelle Lösungen

$\Delta < 0$ ergibt 2 konjugiert komplexe Lösungen

Komplexe Zahlen

Eine komplexe Zahl besteht aus einem reellen und einem imaginären Teil:

$z = x + iy$ Betrag von z ist: $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

i = imaginäre Einheit

$i = \sqrt{-1}$; $i^2 = -1$; $i^3 = -i$; $i^4 = 1$; $1/i = -i$; $(a + b\,i)\,(a - b\,i) = a^2 + b^2$

Konjugierte von z ist: $z^* = x - iy$;

Argument von z ist: $\tan \varphi = y/x$ bzw. $\varphi = \arctan y/x$;

Normalform von z ist: $z = x + iy = r\,(\cos \varphi + i \sin \varphi)$

Exponentialform der komplexen Zahl:

$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$ **(Eulersche Gleichung)**

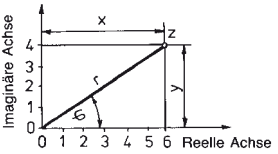
$z = r\,(\cos \varphi + i \sin \varphi) = r \cdot e^{i\varphi}$

$e^{-i\varphi} = \cos \varphi - i \sin \varphi$

Potenzieren einer komplexen Zahl:

$z^n = r^n\,(\cos n\,\varphi + i \sin n\,\varphi)$

Die komplexe Zahl z entspricht einem Punkt in einer Zahlenebene:



Darstellung der komplexen Zahl

$z = 6 + i\,4$

$x = 6;\ y = 4$

$r = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = 7,2$

$\varphi = \arctan y/x = \arctan 0{,}0667$

$\varphi = 33{,}7°$

$z = 7{,}2\,(\cos 33{,}7° + i \sin 33{,}7°)$

Zwei Gleichungen 1. Grades mit 2 Unbekannten

$a_{11}\,x_1 + a_{12}\,x_2 = k_1$

$a_{21}\,x_1 + a_{22}\,x_2 = k_2$

Determinante D $= \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}\,a_{22} - a_{21}\,a_{12}$

Zählerdeterminanten $D_{x1} = \begin{vmatrix} k_1 & a_{12} \\ k_2 & a_{22} \end{vmatrix} = k_1 \cdot a_{22} - k_2 \cdot a_{12}$

$D_{x2} = \begin{vmatrix} a_{11} & k_1 \\ a_{21} & k_2 \end{vmatrix} = a_{11} \cdot k_2 - a_{21} \cdot k_1$

Lösung des Gleichungssystems für $D \neq 0$

$x_1 = \dfrac{D_{x1}}{D}; \qquad x_2 = \dfrac{D_{x2}}{D}$ eindeutige Lösung

2.9 Folgen und Reihen

Arithmetische Folge

$a,\ a + d,\ a + 2d,\ a + 3d,\ \cdots,\ a + (n-1)\,d$

Die **Differenz** d zweier aufeinander folgender Glieder ist konstant.

Arithmetische Reihe

$a + (a + d) + (a + 2d) + (a + 3d) \cdots + [a + (n-1)\,d]$

k-tes Glied $a_k = a + (k-1) \cdot d$

Endglied $a_n = a + (n-1) \cdot d$

Summe $s = \dfrac{n}{2} \cdot (a + a_n) = \dfrac{n}{2}\,[2a + (n-1) \cdot d]$

Geometrische Folge

$a_1,\ a_1q,\ a_1q^2,\ a_1q^3,\ \cdots,\ a_1q^n{-1}$

Der **Quotient** q zweier aufeinander folgender Glieder ist konstant.

Geometrische Reihe

$a_1 + a_1q + a_1q^2 + a_1q^3 + \cdots + a_1q^{n-1}$

k-tes Glied $a_k = a_1 + q^{k-1}$

Endglied $a_n = a_1 + q^{n-1}$

Summe $s = \dfrac{a_1 - a_nq}{1-q}\,(q < 1) \qquad s = \dfrac{a_n \cdot q - a_1}{q-1}\,(q > 1);$

$s = \dfrac{a_1 \cdot (1 - q^n)}{1-q}\,(q < 1); \quad s = \dfrac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q-1}\,(q > 1)$

2.10 Zinseszinsrechnung

b Anfangsbetrag, p Zinssatz in %, b_n Endbetrag nach n Jahren

Zinsfaktor: $q = 1 + \frac{p}{100}$

Endbetrag nach n Jahren bei Zinseszins:

$$b_n = b \cdot q^n = b \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Beispiel:

Auf welchen Endbetrag wachsen 30 000 € zu 5,5% verzinst in 5 Jahren an?

Lösung:

$$b_5 = 30\,000\ € \cdot \left(1 + \frac{5{,}5}{100}\right)^5 = 39\,209\ €$$

Zinseszinstabelle

Wachstum eines Kapitals von b = 1 € durch Zins und Zinseszins bei jährlichem Zinszuschlag nach der Formel

$$b_n = b \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n = b \cdot q^n$$

Zinssatz p in %	q^n für n Jahre									
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
3,00	1,159	1,344	1,558	1,806	2,094	2,427	2,814	3,262	3,782	4,384
3,25	1,173	1,377	1,616	1,896	2,225	2,610	3,063	3,594	4,217	4,949
3,50	1,188	1,411	1,675	1,990	2,363	2,807	3,334	3,959	4,702	5,585
3,75	1,202	1,445	1,737	2,088	2,510	3,017	3,627	4,360	5,242	6,301
4,00	1,217	1,480	1,801	2,191	2,666	3,243	3,946	4,801	5,841	7,107
4,25	1,231	1,516	1,867	2,299	2,831	3,486	4,295	5,285	6,508	8,013
4,50	1,246	1,553	1,935	2,412	3,005	3,745	4,667	5,816	7,248	9,033
5,00	1,286	1,629	2,079	2,653	3,386	4,322	5,516	7,040	8,985	11,47
5,50	1,307	1,708	2,232	2,918	3,813	4,984	6,514	8,513	11,13	14,54
6,00	1,338	1,791	2,397	3,207	4,292	5,743	7,686	10,29	13,76	18,42
7,00	1,403	1,967	2,759	3,870	5,427	7,612	10,68	14,97	21,00	29,46
8,00	1,469	2,159	3,172	4,661	6,848	10,06	14,79	21,72	31,92	46,90
9,00	1,539	2,367	3,642	5,604	8,623	13,27	20,41	31,41	48,33	74,36
10,00	1,611	2,594	4,177	6,727	10,83	17,45	28,10	45,26	72,89	117,4

Vermehrung eines auf Zinseszins gegebenen Grundbetrags durch regelmäßige Zuzahlungen:

b_0 Grundbetrag, r regelmäßige Zuzahlung am Ende eines jeden Jahres, Endbetrag b_n nach n Jahren:

$$b_n = b_0 \cdot q^n + \frac{r(q^n - 1)}{q - 1}$$

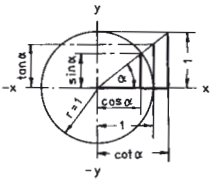
Verminderung eines auf Zinseszins gegebenen Grundbetrags durch **regelmäßige Rückzahlungen** (Rente) am Ende eines jeden Jahres:

Endbetrag nach n Jahren:

$$b_n = b_0 \cdot q^n - \frac{r(q^n - 1)}{q - 1}.$$

Für $b_n = 0$ ergibt sich die **Tilgungsformel:** $b_0 \cdot q^n = \frac{r(q^n - 1)}{q - 1}$

2.11 Winkelfunktionen



φ =	$\pm\alpha$	$90 \pm \alpha$	$180 \pm \alpha$	$270 \pm \alpha$
$\sin\varphi$ =	$\pm\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\mp\sin\alpha$	$-\cos\alpha$
$\cos\varphi$ =	$+\cos\alpha$	$\mp\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$\pm\sin\alpha$
$\tan\varphi$ =	$\pm\tan\alpha$	$\mp\cot\alpha$	$\pm\tan\alpha$	$\mp\cot\alpha$
$\cot\varphi$ =	$\pm\cot\alpha$	$\mp\tan\alpha$	$\pm\cot\alpha$	$\mp\tan\alpha$

$\widehat{\alpha} = \text{arc}\,\alpha = \frac{\pi \cdot \alpha}{180°}\,\text{rad} = \frac{\alpha}{57{,}3°}$ $\quad \widehat{1°} = \text{arc}\,1° = \frac{\pi}{180} = 0{,}017453$

arc 57,3° = 1

$\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$

$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{1}{\cot\alpha}$

$\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$

$\text{cosec}\,\alpha = \frac{1}{\sin\alpha}$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\tan 2\alpha = \frac{2}{\cot\alpha - \tan\alpha}$

$\cot 2\alpha = \frac{\cot\alpha - \tan\alpha}{2}$

$\sin 3\alpha = 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$

$\cos 3\alpha = 4\cos^3\alpha - 3\cos\alpha$

$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{2 - 2\cos\alpha}$

$\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{2 + 2\cos\alpha}$

Additionstheoreme

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$

$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha\tan\beta}$

$\cot(\alpha \pm \beta) = \frac{\cot\alpha \cdot \cot\beta \mp 1}{\cot\beta \pm \cot\alpha}$

$\sin\alpha \pm \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha \pm \beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha \mp \beta}{2}$

$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha + \beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha - \beta}{2}$

$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha + \beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha - \beta}{2}$

$\tan\alpha \pm \tan\beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos\alpha \cdot \cos\beta}$

$\cot\alpha \pm \cot\beta = \frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\sin\alpha \cdot \sin\beta}$

$\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$; $\cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$ wobei $i = \sqrt{-1}$

Eulersche Formel (Grundlage der symbolischen Rechnung): $e^{\pm ix} = \cos x \pm i.\sin x$

Hyperbelfunktionen (sinh wird gelesen „Sinus hypberbolicus“ usw.)

$\sinh x = (e^x - e^{-x})/2$

$\cosh x = (e^x + e^{-x})/2$

$\tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

$\coth x = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$

$\sinh x + \cosh x = e^x$

$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$

$\coth x = \frac{\cosh x}{\sinh x}$

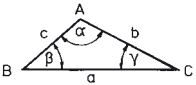
$\sinh 2x = 2\sinh x\cosh x$

$\cosh 2x = \cosh^2 x + \sinh^2 x$

$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$

ist y = sinh x, dann ist x = ar sinh y (ar wird gelesen „Area“)

Formeln für das ebene Dreieck



$\alpha + \beta + \gamma = 180°$

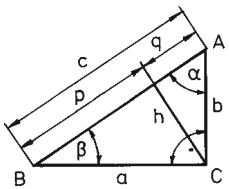
Der Sinussatz:

$a : b : c = \sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma$

Der Kosinussatz:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$

Formeln für das rechtwinklige Dreieck



Satz des Pythagoras:

$c^2 = a^2 + b^2; \quad c = \sqrt{a^2 + b^2}$

Höhensatz:

$h^2 = p \cdot q; \quad h = \sqrt{p \cdot q}$

Kathetensatz:

$a^2 = p \cdot c; \quad a = \sqrt{p \cdot c}$

$b^2 = q \cdot c; \quad b = \sqrt{q \cdot c}$

Trigonometrische Funktionen

Seitenverhältnis

$\sin\alpha = a : c$	Gegenkathete : Hypotenuse	$\sin\beta = b : c$
$\cos\alpha = b : c$	Ankathete : Hypotenuse	$\cos\beta = a : c$
$\tan\alpha = a : b$	Gegenkathete : Ankathete	$\tan\beta = b : a$
$\cot\alpha = b : a$	Ankathete : Gegenkathete	$\cot\beta = a : b$

Kathete	$a =$	$\sqrt{c^2 - b^2}$	$b \cdot \tan\alpha$	$b \cdot \cot\beta$	$c \cdot \sin\alpha$	$c \cdot \cos\beta$
Kathete	$b =$	$\sqrt{c^2 - a^2}$	$a \cdot \tan\beta$	$a \cdot \cot\alpha$	$c \cdot \sin\beta$	$c \cdot \cos\alpha$
Hypotenuse	$c =$	$\sqrt{a^2 + b^2}$	$\frac{a}{\sin\alpha}$	$\frac{a}{\cos\beta}$	$\frac{b}{\sin\beta}$	$\frac{b}{\cos\alpha}$
Winkel	$\alpha =$	$90° - \beta$	$\sin\alpha = \frac{a}{c}$	$\tan\alpha = \frac{a}{b}$	$\cos\alpha = \frac{b}{c}$	$\cot\alpha = \frac{b}{a}$
Winkel	$\beta =$	$90° - \alpha$	$\sin\beta = \frac{b}{c}$	$\tan\beta = \frac{b}{a}$	$\cos\beta = \frac{a}{c}$	$\cot\beta = \frac{a}{b}$
Fläche	$A =$	$\frac{a \cdot b}{2}$	$\frac{a \cdot c \cdot \sin\beta}{2}$	$\frac{a^2 \cdot \tan\beta}{2}$	$\frac{b \cdot c \cdot \cos\beta}{2}$	$\frac{b^2 \cdot \cot\beta}{2}$
		$\frac{c^2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha}{2}$	$\frac{b \cdot c \cdot \sin\alpha}{2}$	$\frac{b^2 \cdot \tan\alpha}{2}$	$\frac{a \cdot c \cdot \cos\alpha}{2}$	$\frac{a^2 \cdot \cot\alpha}{2}$

2.12 Tafel der Winkelfunktionen

Grad	sin							
	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
0°	0,00000	0,00291	0,00582	0,00873	0,01164	0,01454	0,01745	89°
1	0,01745	0,02036	0,02327	0,02618	0,02908	0,03199	0,03490	88
2	0,03490	0,03781	0,04071	0,04362	0,04653	0,04943	0,05234	87
3	0,05234	0,05524	0,05814	0,06105	0,06395	0,06685	0,06976	86
4	0,06976	0,07266	0,07556	0,07846	0,08136	0,08426	0,08716	85
5	0,08716	0,09005	0,09295	0,09585	0,09874	0,10164	0,10453	84
6	0,10453	0,10742	0,11031	0,11320	0,11609	0,11898	0,12187	83
7	0,12187	0,12476	0,12764	0,13053	0,13341	0,13629	0,13917	82
8	0,13917	0,14205	0,14493	0,14781	0,15069	0,15356	0,15643	81
9	0,15643	0,15931	0,16218	0,16505	0,16792	0,17078	0,17365	80
10	0,17365	0,17651	0,17937	0,18224	0,18509	0,18795	0,19081	79
11	0,19081	0,19366	0,19652	0,19937	0,20222	0,20507	0,20791	78
12	0,20791	0,21076	0,21360	0,21644	0,21928	0,22212	0,22495	77
13	0,22495	0,22778	0,23062	0,23345	0,23627	0,23910	0,24192	76
14	0,24192	0,24474	0,24756	0,25038	0,25320	0,25601	0,25882	75
15	0,25882	0,26163	0,26443	0,26724	0,20704	0,27284	0,27564	74
16	0,27564	0,27843	0,28123	0,28402	0,28680	0,28959	0,29237	73
17	0,29237	0,29515	0,29793	0,30071	0,30348	0,30625	0,30902	72
18	0,30902	0,31178	0,31454	0,31730	0,32006	0,32282	0,32557	71
19	0,32557	0,32832	0,33106	0,33381	0,33655	0,33929	0,34202	70
20	0,34202	0,34475	0,34748	0,35021	0,35293	0,35565	0,35837	69
21	0,35837	0,36108	0,36379	0,36650	0,36921	0,37191	0,37461	68
22	0,37461	0,37730	0,37999	0,38268	0,38537	0,38805	0,39073	67
23	0,39073	0,39341	0,39608	0,39875	0,40141	0,40408	0,40674	66
24	0,40674	0,40939	0,41204	0,41469	0,41734	0,41998	0,42262	65
25	0,42262	0,42525	0,42788	0,43051	0,43313	0,43575	0,43837	64
26	0,43837	0,44098	0,44359	0,44620	0,44880	0,45140	0,45399	63
27	0,45399	0,45658	0,45917	0,46175	0,46433	0,46690	0,46947	62
28	0,46947	0,47204	0,47460	0,47716	0,47971	0,48226	0,48481	61
29	0,48481	0,48735	0,48989	0,49242	0,49495	0,49748	0,50000	60
30	0,50000	0,50252	0,50503	0,50754	0,51004	0,51254	0,51504	59
31	0,51504	0,51753	0,52002	0,52250	0,52498	0,52743	0,52992	58
32	0,52992	0,53238	0,53484	0,53730	0,53975	0,54220	0,54464	57
33	0,54464	0,54708	0,54951	0,55194	0,55436	0,55678	0,55919	56
34	0,55919	0,56160	0,56401	0,56641	0,56880	0,57119	0,57358	55
35	0,57358	0,57596	0,57833	0,58070	0,58307	0,58543	0,58779	54
36	0,58779	0,59014	0,59248	0,59482	0,59716	0,59949	0,60182	53
37	0,60182	0,60414	0,60645	0,60876	0,61107	0,61337	0,61566	52
38	0,61566	0,61795	0,62024	0,62251	0,62479	0,62706	0,62932	51
39	0,62932	0,63158	0,63383	0,63608	0,63832	0,64056	0,64279	50
40	0,64279	0,64501	0,64723	0,64945	0,65166	0,65386	0,65606	49
41	0,65606	0,65825	0,66044	0,66262	0,66480	0,66697	0,66913	48
42	0,66913	0,67129	0,67344	0,67559	0,67773	0,67987	0,68200	47
43	0,68200	0,68412	0,68624	0,68835	0,69046	0,69256	0,69466	46
44°	0,69466	0,69675	0,69883	0,70091	0,70298	0,70505	0,70711	45°
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	Grad
	cos							

2.12 Tafel der Winkelfunktionen (Fortsetzung)

Grad	cos							
	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
0°	1,00000	1,00000	0,99998	0,99996	0,99993	0,99989	0,99985	89°
1	0,99985	0,99979	0,99973	0,99966	0,99958	0,99949	0,99939	88
2	0,99939	0,99929	0,99917	0,99905	0,99892	0,99878	0,99863	87
3	0,99863	0,99847	0,99831	0,99813	0,99795	0,99776	0,99756	86
4	0,99756	0,99736	0,99714	0,99692	0,99668	0,99644	0,99619	85
5	0,99619	0,99594	0,99567	0,99540	0,99511	0,99482	0,99452	84
6	0,99452	0,99421	0,99390	0,99357	0,99324	0,99290	0,99255	83
7	0,99255	0,99219	0,99182	0,99144	0,99106	0,99067	0,99027	82
8	0,99027	0,98986	0,98914	0,98902	0,98858	0,98814	0,98769	81
9	0,98769	0,98723	0,98676	0,98629	0,98580	0,98531	0,98481	80
10	0,98481	0,98430	0,98378	0,98325	0,98272	0,98218	0,98163	79
11	0,98163	0,98107	0,98050	0,97992	0,97934	0,97875	0,97815	78
12	0,97815	0,97754	0,97692	0,97630	0,97566	0,97502	0,97437	77
13	0,97437	0,97371	0,97304	0,97237	0,97169	0,97100	0,97030	76
14	0,97030	0,96959	0,96887	0,96815	0,96742	0,96667	0,96593	75
15	0,96593	0,96517	0,96440	0,96363	0,96285	0,96206	0,96126	74
16	0,96126	0,96046	0,95964	0,95882	0,95799	0,95715	0,95630	73
17	0,95630	0,95545	0,95459	0,95372	0,95284	0,95195	0,95106	72
18	0,95106	0,95015	0,94924	0,94832	0,94740	0,94646	0,94552	71
19	0,94552	0,94457	0,94361	0,94264	0,94167	0,94068	0,93969	70
20	0,93969	0,93869	0,93769	0,93667	0,93565	0,93462	0,93358	69
21	0,93358	0,93253	0,93148	0,93042	0,92935	0,92827	0,92718	68
22	0,92718	0,92609	0,92499	0,92388	0,92276	0,92164	0,92050	67
23	0,92050	0,91936	0,91822	0,91706	0,91590	0,91472	0,91355	66
24	0,91355	0,91236	0,91116	0,90996	0,90875	0,90753	0,90631	65
25	0,90631	0,90507	0,90383	0,90259	0,80133	0,90007	0,89879	64
26	0,89879	0,89752	0,89623	0,89493	0,89363	0,89232	0,89101	63
27	0,89101	0,88968	0,88835	0,88701	0,88566	0,88431	0,88295	62
28	0,88295	0,88158	0,88020	0,87882	0,87743	0,87603	0,87462	61
29	0,87462	0,87321	0,87178	0,87036	0,86892	0,86748	0,86603	60
30	0,86603	0,86457	0,86310	0,86163	0,86015	0,85866	0,85717	59
31	0,85717	0,85567	0,85416	0,85264	0,85112	0,84959	0,84805	58
32	0,84805	0,84650	0,84495	0,84339	0,84182	0,84025	0,83867	57
33	0,83867	0,83708	0,83549	0,83389	0,83228	0,83066	0,82904	56
34	0,82904	0,82741	0,82577	0,82413	0,82248	0,82082	0,81915	55
35	0,81915	0,81748	0,81580	0,81412	0,81242	0,81072	0,80902	54
36	0,80902	0,80730	0,80558	0,80386	0,80212	0,80038	0,79864	53
37	0,79864	0,79688	0,79512	0,79335	0,79158	0,78980	0,78801	52
38	0,78801	0,78622	0,78442	0,78261	0,78079	0,77897	0,77715	51
39	0,77715	0,77531	0,77347	0,77162	0,76977	0,76791	0,76604	50
40	0,76604	0,76417	0,76229	0,76041	0,75851	0,75661	0,75471	49
41	0,75471	0,75280	0,75088	0,74696	0,74703	0,74509	0,74314	48
42	0,74314	0,74120	0,73924	0,73728	0,73531	0,73333	0,73135	47
43	0,73135	0,72937	0,72737	0,72537	0,72337	0,72136	0,71934	46
44°	0,71934	0,71732	0,71529	0,71325	0,71121	0,70916	0,70711	45°
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	Grad
	sin							

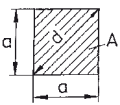
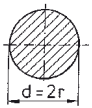
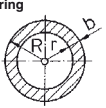
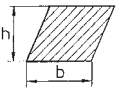
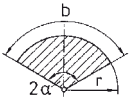
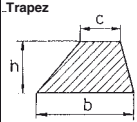
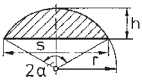
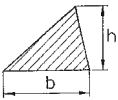
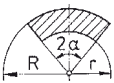
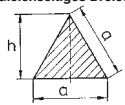
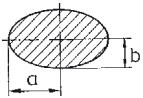
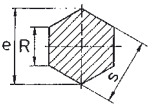
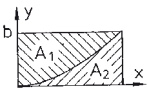
2.12 Tafel der Winkelfunktionen (Fortsetzung)

Grad	tan							
	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
0°	0,00000	0,00291	0,00582	0,00873	0,01164	0,01455	0,01746	89°
1	0,01746	0,02036	0,02328	0,02619	0,02910	0,03201	0,03492	88
2	0,03492	0,03783	0,04075	0,04366	0,04658	0,04949	0,05241	87
3	0,05241	0,05533	0,05824	0,06116	0,06408	0,06700	0,06993	86
4	0,06993	0,07285	0,07578	0,07870	0,08163	0,08456	0,08749	85
5	0,08749	0,09042	0,09335	0,09629	0,09923	0,10216	0,10510	84
6	0,10510	0,10805	0,11099	0,11394	0,11688	0,11983	0,12278	83
7	0,12278	0,12574	0,12869	0,13165	0,13461	0,13758	0,14054	82
8	0,14054	0,14351	0,14648	0,14945	0,15243	0,15540	0,15838	81
9	0,15838	0,16137	0,16435	0,16734	0,17033	0,17333	0,17633	80
10	0,17633	0,17933	0,18233	0,18534	0,18835	0,19136	0,19438	79
11	0,19438	0,19740	0,20042	0,20345	0,20648	0,20952	0,21256	78
12	0,21256	0,21560	0,21864	0,22169	0,22475	0,22781	0,23087	77
13	0,23087	0,23393	0,23700	0,24008	0,24316	0,24624	0,24933	76
14	0,24933	0,25242	0,25552	0,25862	0,26172	0,26483	0,26795	75
15	0,26795	0,27107	0,27419	0,27732	0,28046	0,28360	0,28675	74
16	0,28675	0,28990	0,29305	0,29621	0,29938	0,30255	0,30573	73
17	0,30573	0,30891	0,31210	0,31530	0,31850	0,32171	0,32492	72
18	0,32492	0,32814	0,33136	0,33460	0,33783	0,34108	0,34433	71
19	0,34433	0,34758	0,35085	0,35412	0,35740	0,36068	0,36397	70
20	0,36397	0,36727	0,37057	0,37388	0,37720	0,38053	0,38386	69
21	0,38386	0,38721	0,39055	0,39391	0,39727	0,40065	0,40403	68
22	0,40403	0,40741	0,41081	0,41421	0,41763	0,42105	0,42447	67
23	0,42447	0,42791	0,43136	0,43481	0,43828	0,44175	0,44523	66
24	0,44523	0,44872	0,45222	0,45573	0,45924	0,46277	0,46631	65
25	0,46631	0,46985	0,47341	0,47698	0,48055	0,48414	0,48773	64
26	0,48773	0,49134	0,49495	0,49858	0,50222	0,50587	0,50953	63
27	0,50953	0,51319	0,51688	0,52057	0,52427	0,52798	0,53171	62
28	0,53171	0,53545	0,53920	0,54296	0,54673	0,55051	0,55431	61
29	0,55431	0,55812	0,56194	0,56577	0,56962	0,57348	0,57735	60
30	0,57735	0,58124	0,58513	0,58905	0,59297	0,59691	0,60086	59
31	0,60086	0,60183	0,60881	0,61280	0,61681	0,62083	0,62487	58
32	0,62487	0,62892	0,63299	0,63707	0,64117	0,64528	0,64941	57
33	0,64941	0,65355	0,65771	0,66189	0,66608	0,67028	0,67451	56
34	0,67451	0,67875	0,68301	0,68728	0,69157	0,69588	0,70021	55
35	0,70021	0,70455	0,70891	0,71329	0,71769	0,72211	0,72654	54
36	0,72654	0,73100	0,73547	0,73996	0,74447	0,74900	0,75355	53
37	0,75355	0,75812	0,76272	0,76733	0,77196	0,77661	0,78129	52
38	0,78129	0,78598	0,79070	0,79544	0,80020	0,80498	0,80978	51
39	0,80978	0,81461	0,81946	0,82434	0,82923	0,83415	0,83910	50
40	0,83910	0,84407	0,84906	0,85408	0,85912	0,86419	0,86929	49
41	0,86929	0,87441	0,87955	0,88473	0,88992	0,89515	0,90040	48
42	0,90040	0,90569	0,91099	0,91633	0,92170	0,92709	0,93252	47
43	0,93252	0,93797	0,94345	0,94896	0,95451	0,96008	0,96569	46
44°	0,96569	0,97133	0,97700	0,98270	0,98843	0,99420	1,00000	45°
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	Grad
	cot							

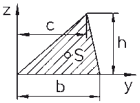
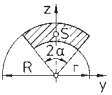
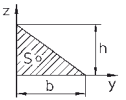
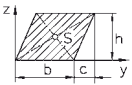
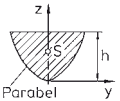
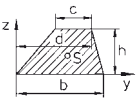
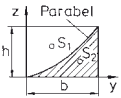
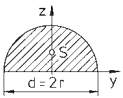
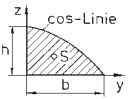
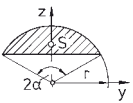
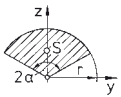
2.12 **Tafel der Winkelfunktionen** (Fortsetzung)

Grad	cot							
	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
0°	∞	343,77371	171,88540	114,58865	85,93979	68,75009	57,28996	89°
1	57,28996	49,10388	42,96408	38,18846	34,36777	31,24158	28,63625	88
2	28,63625	26,43160	24,54176	22,90377	21,47040	20,20555	19,08114	87
3	19,08114	18,07498	17,16934	16,34986	15,60478	14,92442	14,30067	86
4	14,30067	13,72674	13,19688	12,70621	12,25051	11,82617	11,43005	85
5	11,43005	11,05943	10,71191	10,38540	10,07803	9,78817	9,51436	84
6	9,51436	9,25530	9,00983	8,77689	8,55555	8,34496	8,14435	83
7	8,14435	7,95302	7,77035	7,59575	7,42871	7,26873	7,11537	82
8	7,11537	6,96823	6,82694	6,69116	6,56055	6,43484	6,31375	81
9	6,31375	6,19703	6,08444	5,97576	5,87080	5,76937	5,67128	80
10	5,67128	5,57638	5,48451	5,39552	5,30928	5,22566	5,14455	79
11	5,14455	5,06584	4,98940	4,91516	4,84300	4,77286	4,70463	78
12	4,70463	4,63825	4,57363	4,51071	4,44942	4,38969	4,33148	77
13	4,33148	4,27471	4,21933	4,16530	4,11256	4,06107	4,01078	76
14	4,01078	3,96165	3,91364	3,86671	3,82083	3,77595	3,73205	75
15	3,73205	3,68909	3,64705	3,60588	3,56557	3,52609	3,48741	74
16	3,48741	3,44951	3,41236	3,37594	3,34023	3,30521	3,27085	73
17	3,27085	3,23714	3,20406	3,17159	3,13972	3,10842	3,07768	72
18	3,07768	3,04749	3,01783	2,98869	2,96004	2,93189	2,90421	71
19	2,90421	2,87700	2,85023	2,82391	2,79802	2,77254	2,74748	70
20	2,74748	2,72281	2,69853	2,67462	2,65109	2,62791	2,60509	69
21	2,60509	2,58261	2,56046	2,53865	2,51715	2,49597	2,47509	68
22	2,47509	2,45451	2,43422	2,41421	2,39449	2,37504	2,35585	67
23	2,35585	2,33693	2,31826	2,29984	2,28167	2,26374	2,24604	66
24	2,24604	2,22857	2,21132	2,19430	2,17749	2,16090	2,14451	65
25	2,14451	2,12832	2,11233	2,09654	2,08094	2,06553	2,05030	64
26	2,05030	2,03526	2,02039	2,00569	1,99116	1,97680	1,96261	63
27	1,96261	1,94858	1,93470	1,92098	1,90741	1,89400	1,88073	62
28	1,88073	1,86760	1,85462	1,84177	1,82966	1,81649	1,80405	61
29	1,80405	1,79174	1,77955	1,76749	1,75556	1,74375	1,73205	60
30	1,73205	1,72047	1,70901	1,69766	1,68643	1,67530	1,66428	59
31	1,66428	1,65337	1,64256	1,63185	1,62125	1,61074	1,60033	58
32	1,60033	1,59002	1,57981	1,56969	1,55966	1,54972	1,53987	57
33	1,53987	1,53010	1,52043	1,51084	1,50133	1,49190	1,48256	56
34	1,48256	1,47330	1,46411	1,45501	1,44598	1,43703	1,42815	55
35	1,42815	1,41934	1,41061	1,40195	1,39336	1,38484	1,37638	54
36	1,37638	1,36800	1,35958	1,35142	1,34323	1,33511	1,32704	53
37	1,32704	1,31904	1,31110	1,30323	1,29541	1,28764	1,27994	52
38	1,27994	1,27230	1,26471	1,25717	1,24969	1,24227	1,23490	51
39	1,23490	1,22758	1,22031	1,21310	1,20593	1,19882	1,19175	50
40	1,19175	1,18474	1,17777	1,17085	1,16398	1,15715	1,15037	49
41	1,15037	1,14363	1,13694	1,13029	1,12369	1,11713	1,11061	48
42	1,11061	1,10414	1,09770	1,09131	1,08496	1,07864	1,07237	47
43	1,07237	1,06613	1,05994	1,05378	1,04766	1,04158	1,03553	46
44°	1,03553	1,02952	1,02355	1,01761	1,01170	1,00583	1,00000	45°
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	Grad
	tan							

2.13 Flächen-Berechnungen

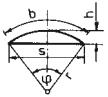
Quadrat 	$A = a^2$ $a = \sqrt{A}$ $d = a\sqrt{2}$	**Kreis** 	$A = \frac{d^2\pi}{4} = r^2\pi$ $\approx 0{,}785\ d^2$ $U = 2\,r\,\pi = d\,\pi$
Rechteck	$a = b\,h$ $d = \sqrt{b^2 + h^2}$	**Kreisring** 	$A = \pi\,(R^2 - r^2)$ $\approx (2r + b)\,\pi\,b$ $b = R - r$
Parallelogramm 	$A = b\,h$ $b = \frac{A}{h}$	**Kreisausschnitt** 	$A = \frac{r^2\pi\alpha^\circ}{360^\circ}$ $= \frac{b\,r}{2}$ $b = \frac{r\pi\alpha^\circ}{180^\circ}$
Trapez 	$m = \frac{b + c}{2}$ $A = m\,h$	**Kreisabschnitt** 	$A = \frac{h}{6\,s}(3h^2 + 4s^2)$ $s = 2\,r\sin\alpha$ $r = \frac{h}{2} + \frac{s^2}{8\,h}$ $h = r(1 - \cos\alpha) = \frac{s}{2}\tan\frac{\alpha}{2}$
Dreieck 	$A = \frac{b\,h}{2}$ $b = \frac{2\,A}{h}$	**Kreisringausschnitt** 	$A = \frac{\pi(R^2 - r^2)\alpha^\circ}{180^\circ}$
Gleichseitiges Dreieck 	$A = \frac{a^2}{4}\sqrt{3}$ $h = \frac{a}{2}\sqrt{3}$	**Ellipse** 	$A = a\,b\,\pi$ $U = (a + b)\,\pi$
Sechseck 	$A = \frac{3\,R^2\sqrt{3}}{2}$ $e = 2\,R$ $e = 1{,}155\ s$ $s = 0{,}866\ e$	**Polynomfläche** 	$y = b(x/a)^n$ $A_1 = \frac{n}{n+1}\,a\,b$ $A_2 = \frac{1}{n+1}\,a\,b$

2.14 Schwerpunktlagen von ebenen Flächen

Dreieck 	$y_S = \frac{b+c}{3}$ $z_S = \frac{h}{3}$	**Kreisringausschnitt** 	$z_S = \frac{2(R^3 - r^3)\sin\alpha}{3(R^2 - r^2)\alpha}$
Rechtw. Dreieck 	$y_S = \frac{b}{3}$ $z_S = \frac{h}{3}$	**Ellipsenabschnitt**	$z_S = \frac{4r\sin^3\alpha}{3(2\alpha - \sin 2\alpha)}$
Parallelogramm 	$y_S = \frac{b+c}{2}$ $z_S = \frac{h}{2}$	**Parabelabschnitt** 	$z_S = \frac{3}{5}h$
Trapez 	$y_S = \frac{b^2 - c^2 + d(b+2c)}{3(b+c)}$ $z_S = \frac{h(b+2c)}{3(b+c)}$	**Parabelabschnitt** 	$y_{S_1} = \frac{3}{8}b;\quad y_{S_2} = \frac{3}{4}b$ $z_{S_1} = \frac{3}{5}h;\quad z_{S_2} = \frac{3}{10}h$
Halbkreis 	$z_S = \frac{4r}{3\pi}$	**Cos.-Abschnitt** 	$y_S = \left(1 - \frac{2}{\pi}\right)b$ $z_S = \frac{\pi}{8}h$
Kreisabschnitt 	$z_S = \frac{4\ r\sin^3\alpha}{3(2\alpha - \sin 2\alpha)}$	**Sechskanthälfte**	$z_S = \frac{4r}{3\pi}\ \frac{\alpha(3 + \cos\alpha)}{4\ \sin\alpha}$
Kreisausschnitt 	$z_S = \frac{2r\sin\alpha}{3\alpha}$	**Sechskanthälfte**	$z_S = \frac{4r}{3\pi}\ \frac{\alpha/2}{\sin\alpha/2}$

2.15 Bogenlängen, Bogenhöhen, Sehnenlängen und Kreisabschnitte für den Halbmesser r = 1

Zentriwinkel φ	Bogenlänge b	Bogenhöhe h	$\frac{b}{h}$	Sehnenlänge s	Inhalt des Kreisabschn.	Zentriwinkel φ	Bogenlänge b	Bogenhöhe h	$\frac{b}{h}$	Sehnenlänge s	Inhalt des Kreisabschn.
1°	0,0175	0,0000	458,37	0,0175	0,00000	46°	0,8029	0,0795	10,10	0,7815	0,04176
2	0,0349	0,0002	229,19	0,0349	0,00000	47	0,8203	0,0829	9,89	0,7975	0,04448
3	0,0524	0,0003	152,80	0,0524	0,00001	48	0,8378	0,0865	9,69	0,8135	0,04731
4	0,0698	0,0006	114,60	0,0698	0,00003	49	0,8552	0,0900	9,50	0,8294	0,05025
5	0,0873	0,0010	91,69	0,0872	0,00006	50	0,8727	0,0937	9,31	0,8452	0,05331
6	0,1047	0,0014	76,41	0,1047	0,00010	51	0,8901	0,0974	9,14	0,8610	0,05649
7	0,1222	0,0019	65,50	0,1221	0,00015	52	0,9076	0,1012	8,97	0,8767	0,05978
8	0,1396	0,0024	57,32	0,1395	0,00023	53	0,9250	0,1051	8,80	0,8924	0,06319
9	0,1571	0,0031	50,96	0,1569	0,00032	54	0,9425	0,1090	8,65	0,9080	0,06673
10	0,1745	0,0038	45,87	0,1743	0,00044	55	0,9599	0,1130	8,49	0,9235	0,07039
11	0,1920	0,0046	41,70	0,1917	0,00059	56	0,9774	0,1171	8,35	0,9389	0,07417
12	0,2094	0,0055	38,23	0,2091	0,00076	57	0,9948	0,1212	8,21	0,9543	0,07808
13	0,2269	0,0064	35,30	0,2264	0,00097	58	1,0123	0,1254	8,07	0,9696	0,08212
14	0,2443	0,0075	32,78	0,2437	0,00121	59	1,0297	0,1296	7,94	0,9848	0,08629
15	0,2618	0,0086	30,60	0,2611	0,00149	60	1,0472	0,1340	7,81	1,0000	0,09059
16	0,2793	0,0097	28,69	0,2783	0,00181	61	1,0647	0,1384	7,69	1,0151	0,09502
17	0,2967	0,0110	27,01	0,2956	0,00217	62	1,0821	0,1428	7,56	1,0301	0,09958
18	0,3142	0,0123	25,52	0,3129	0,00257	63	1,0996	0,1474	7,46	1,0450	0,10428
19	0,3316	0,0137	24,18	0,3301	0,00302	64	1,1170	0,1520	7,35	1,0598	0,10911
20	0,3491	0,0152	22,98	0,3473	0,00352	65	1,1345	0,1566	7,24	1,0746	0,11408
21	0,3665	0,0167	21,89	0,3645	0,00408	66	1,1519	0,1613	7,14	1,0893	0,11919
22	0,3840	0,0184	20,90	0,3816	0,00468	67	1,1694	0,1661	7,04	1,1039	0,12443
23	0,4014	0,0201	20,00	0,3987	0,00535	68	1,1868	0,1710	6,94	1,1184	0,12982
24	0,4189	0,0219	19,17	0,4158	0,00607	69	1,2043	0,1759	6,85	1,1328	0,13535
25	0,4363	0,0237	18,41	0,4329	0,00686	70	1,2217	0,1808	6,76	1,1472	0,14102
26	0,4538	0,0256	17,71	0,4499	0,00771	71	1,2392	0,1859	6,67	1,1614	0,14683
27	0,4712	0,0276	17,06	0,4669	0,00862	72	1,2566	0,1910	6,58	1,1756	0,15279
28	0,4887	0,0297	16,45	0,4838	0,00961	73	1,2741	0,1961	6,50	1,1896	0,15889
29	0,5061	0,0319	15,89	0,5008	0,01067	74	1,2915	0,2014	6,41	1,2036	0,16514
30	0,5236	0,0341	15,37	0,5176	0,01180	75	1,3090	0,2066	6,34	1,2175	0,17154
31	0,5411	0,0364	14,88	0,5345	0,01301	76	1,3265	0,2120	6,26	1,2313	0,17808
32	0,5585	0,0387	14,42	0,5513	0,01429	77	1,3439	0,2174	6,18	1,2450	0,18477
33	0,5760	0,0412	13,99	0,5680	0,01566	78	1,3614	0,2229	6,11	1,2586	0,19160
34	0,5934	0,0437	13,58	0,5847	0,01711	79	1,3788	0,2284	6,04	1,2722	0,19859
35	0,6109	0,0463	13,20	0,6014	0,01864	80	1,3963	0,2340	5,97	1,2856	0,20573
36	0,6283	0,0489	12,84	0,6180	0,02027	81	1,4137	0,2396	5,90	1,2989	0,21301
37	0,6458	0,0517	12,50	0,6346	0,02198	82	1,4312	0,2453	5,83	1,3221	0,22045
38	0,6632	0,0545	12,17	0,6511	0,02378	83	1,4486	0,2510	5,77	1,3252	0,22804
39	0,6807	0,0574	11,87	0,6676	0,02568	84	1,4661	0,2569	5,71	1,3383	0,23578
40	0,6981	0,0603	11,58	0,6840	0,02767	85	1,4835	0,2627	5,65	1,3512	0,24367
41	0,7156	0,0633	11,30	0,7004	0,02976	86	1,5010	0,2686	5,59	1,3640	0,25171
42	0,7330	0,0664	11,04	0,7167	0,03195	87	1,5184	0,2746	5,53	1,3767	0,25990
43	0,7505	0,0696	10,78	0,7330	0,03425	88	1,5359	0,2807	5,47	1,3893	0,26825
44	0,7679	0,0728	10,55	0,7492	0,03664	89	1,5533	0,2867	5,42	1,4018	0,27675
45°	0,7854	0,0761	10,32	0,7654	0,03915	90°	1,5708	0,2929	5,36	1,4142	0,28540



Sehnenlänge $s = 2\,r \sin\frac{\varphi}{2}$

Bogenhöhe $h = r\left(1 - \cos\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{s}{2}\tan\frac{\varphi}{4} = 2\,r\sin^2\frac{\varphi}{4}$

Bogenlänge $b = \pi r \frac{\varphi^\circ}{180^\circ} = 0{,}017\,453\; r \cdot \varphi \approx \sqrt{s^2 + \frac{16}{3}h^2}$

2.15 Bogenlängen, Bogenhöhen, Sehnenlängen und Kreisabschnitte für den Halbmesser r = 1 (Fortsetzung)

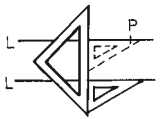
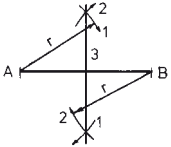
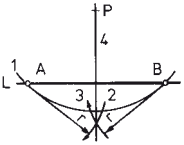
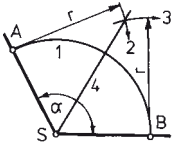
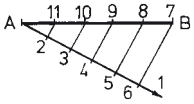
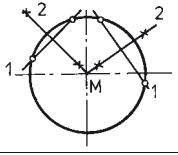
Zentriwinkel φ	Bogenlänge b	Bogenhöhe h	$\frac{b}{h}$	Sehnenlänge s	Inhalt des Kreisabschn.	Zentriwinkel φ	Bogenlänge b	Bogenhöhe h	$\frac{b}{h}$	Sehnenlänge s	Inhalt des Kreisabschn.
91°	1,5882	0,2991	5,31	1,4265	0,29420	136°	2,3736	0,6254	3,80	1,8544	0,83949
92	1,6057	0,3053	5,26	1,4387	0,30316	137	2,3911	0,6335	3,77	1,8608	0,85455
93	1,6232	0,3116	5,21	1,4507	0,31226	138	2,4086	0,6416	3,75	1,8672	0,86971
94	1,6406	0,3180	5,16	1,4627	0,32152	139	2,4260	0,6498	3,73	1,8733	0,88497
95	1,6581	0,3244	5,11	1,4746	0,33093	140	2,4435	0,6580	3,71	1,8794	0,90034
96	1,6755	0,3309	5,06	1,4863	0,34050	141	2,4609	0,6662	3,69	1,8853	0,91580
97	1,6930	0,3374	5,02	1,4979	0,35021	142	2,4784	0,6744	3,67	1,8910	0,93135
98	1,7104	0,3439	4,97	1,5094	0,36008	143	2,4958	0,6827	3,66	1,8966	0,94700
99	1,7279	0,3506	4,93	1,5208	0,37009	144	2,5133	0,6910	3,64	1,9021	0,96274
100	1,7453	0,3572	4,89	1,5321	0,38026	145	2,5307	0,6993	3,62	1,9074	0,97858
101	1,7628	0,3639	4,84	1,5432	0,39058	146	2,5482	0,7076	3,60	1,9126	0,99449
102	1,7802	0,3707	4,80	1,5543	0,40104	147	2,5656	0,7160	3,58	1,9176	1,01050
103	1,7977	0,3775	4,76	1,5652	0,41166	148	2,5831	0,7244	3,57	1,9225	1,02658
104	1,8151	0,3843	4,72	1,5760	0,42242	149	2,6005	0,7328	3,55	1,9273	1,04275
105	1,8326	0,3912	4,68	1,5867	0,43333	150	2,6180	0,7412	3,53	1,9319	1,05900
106	1,8500	0,3982	4,65	1,5973	0,44439	151	2,6354	0,7495	3,52	1,9363	1,07532
107	1,8675	0,4052	4,61	1,6077	0,45560	152	2,6529	0,7581	3,50	1,9406	1,09171
108	1,8850	0,4122	4,57	1,6180	0,46695	153	2,6704	0,7666	3,48	1,9447	1,10818
109	1,9024	0,4193	4,54	1,6282	0,47845	154	2,6878	0,7750	3,47	1,9487	1,12472
110	1,9199	0,4264	4,50	1,6383	0,49008	155	2,7053	0,7836	3,45	1,9526	1,14132
111	1,9373	0,4336	4,47	1,6483	0,50187	156	2,7227	0,7921	3,44	1,9563	1,15799
112	1,9548	0,4408	4,43	1,6581	0,51379	157	2,7402	0,8006	3,42	1,9598	1,17472
113	1,9722	0,4481	4,40	1,6678	0,52586	158	2,7576	0,8092	3,41	1,9633	1,19151
114	1,9897	0,4554	4,37	1,6773	0,53806	159	2,7751	0,8178	3,39	1,9665	1,20835
115	2,0071	0,4627	4,34	1,6868	0,55041	160	2,7925	0,8264	3,38	1,9696	1,22525
116	2,0246	0,4701	4,31	1,6961	0,56289	161	2,8100	0,8350	3,37	1,9726	1,24221
117	2,0420	0,4775	4,28	1,7053	0,57551	162	2,8274	0,8436	3,35	1,9754	1,25921
118	2,0595	0,4850	4,25	1,7143	0,58827	163	2,8449	0,8522	3,34	1,9780	1,27626
119	2,0769	0,4925	4,22	1,7233	0,60116	164	2,8623	0,8608	3,33	1,9805	1,29335
120	2,0944	0,5000	4,19	1,7321	0,61418	165	2,8798	0,8695	3,31	1,9829	1,31049
121	2,1118	0,5076	4,16	1,7407	0,62734	166	2,8972	0,8781	3,30	1,9851	1,32766
122	2,1293	0,5152	4,13	1,7492	0,64063	167	2,9147	0,8868	3,28	1,9871	1,34487
123	2,1468	0,5228	4,11	1,7576	0,65404	168	2,9322	0,8955	3,27	1,9890	1,36212
124	2,1642	0,5305	4,08	1,7659	0,66759	169	2,9496	0,9042	3,26	1,9908	1,37940
125	2,1817	0,5383	4,05	1,7740	0,68125	170	2,9671	0,9128	3,25	1,9924	1,39671
126	2,1991	0,5460	4,03	1,7820	0,69505	171	2,9845	0,9215	3,24	1,9938	1,41404
127	2,2166	0,5538	4,00	1,7899	0,70897	172	3,0020	0,9302	3,23	1,9951	1,43140
128	2,2340	0,5616	3,98	1,7976	0,72301	173	3,0194	0,9390	3,22	1,9963	1,44878
129	2,2515	0,5695	3,95	1,8052	0,73716	174	3,0369	0,9477	3,20	1,9973	1,46617
130	2,2689	0,5774	3,93	1,8126	0,75144	175	3,0543	0,9564	3,19	1,9981	1,48359
131	2,2864	0,5853	3,91	1,8199	0,76584	176	3,0718	0,9651	3,18	1,9988	1,50101
132	2,3038	0,5933	3,88	1,8271	0,78034	177	3,0892	0,9738	3,17	1,9993	1,51845
133	2,3213	0,6013	3,86	1,8341	0,79497	178	3,1067	0,9825	3,16	1,9997	1,53589
134	2,3387	0,6093	3,84	1,8410	0,80970	179	3,1241	0,9913	3,15	1,9999	1,55334
135°	2,3562	0,6173	3,82	1,8478	0,82454	180°	3,1416	1,0000	3,14	2,0000	1,57080

Inhalt des Kreisabschnittes $= \frac{r^2}{2}\left(\frac{\pi}{180}\varphi - \sin\varphi\right)$

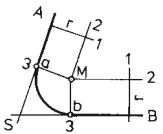
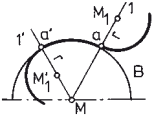
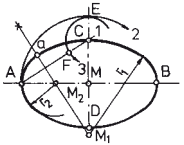
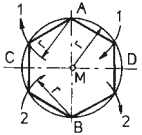
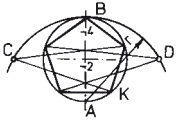
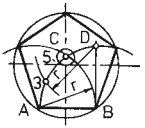
Inhalt des Kreisausschnittes $= \frac{\pi}{360}\pi r^2 = 0{,}008\,726\,65\varphi r^2$

b = r entspricht $\varphi = 57°17'44{,}86'' = 57{,}295\,779\,5° = 206\,264{,}86''$

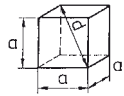
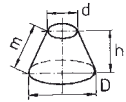
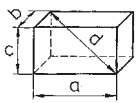
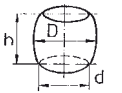
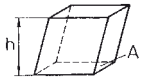
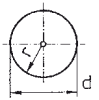
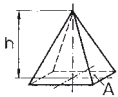
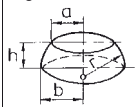
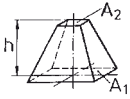
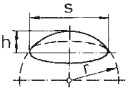
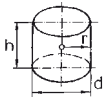
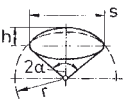
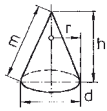
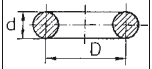
2.16 Geometrische Grundlagen

	**Ziehen von Parallelen** **Gegeben:** L und P. 1. Lege einen Winkel an L an. 2. Lege einen zweiten Winkel an den ersten. 3. Verschiebe den ersten Winkel bis Punkt P und ziehe die gesuchte Parallele L′.
	**Errichten von Mittelloten** **Gegeben:** $\overline{AB}$. 1. Ziehe Kreisbögen mit Halbmesser r um A (r muss größer sein als ½ $\overline{AB}$). 2. Ziehe Kreisbögen mit r um B. 3. Die Verbindungslinie der Schnittpunkte ist das gesuchte Mittellot.
	**Fällen von Loten** **Gegeben:** L und P. 1. Ziehe beliebigen Kreisbogen um P (Schnittpunkte A und B). 2. Ziehe Kreisbogen mit r um A (r muss größer sein als ½ $\overline{AB}$). 3. Ziehe Kreisbogen mit r um B. 4. Die Verbindungslinie des Schnittpunkts mit P ist das gesuchte Lot.
	**Halbieren von Winkeln** **Gegeben:** Winkel α. 1. Ziehe beliebigen Kreisbogen um S (Schnittpunkte A und B). 2. Ziehe Kreisbogen mit r um A (r muss größer sein als ½ $\overline{AB}$). 3. Ziehe Kreisbogen mit r um B. 4. Die Verbindungslinie des Schnittpunktes mit S ist die gesuchte Winkelhalbierungslinie.
	**Teilen von Strecken (Verhältnisteilung)** **Gegeben:** $\overline{AB}$. 1. Ziehe von A einen Strahl unter beliebigem Winkel. 2. . . . 6. Trage auf dem Strahl in der gewünschten Teilzahl gleich lange Strecken von beliebiger Größe ab. 7. Verbinde den letzten Endpunkt mit B. 8. . . . 11. Ziehe Parallelen zu B—6; man erhält dadurch die gewünschte Aufteilung der Strecke $\overline{AB}$.
	**Aufsuchen eines Kreismittelpunktes** **Gegeben:** Kreislinie ohne Mittelpunkt. 1. Ziehe 2 beliebige Sehnen. 2. Errichte darauf die beiden Mittellote. Ihr Schnittpunkt ist der gesuchte Mittelpunkt M. (Sehnen möglichst unter 90° zueinander; dies erhöht die Genauigkeit der Konstruktion.)

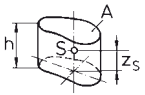
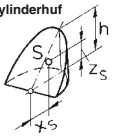
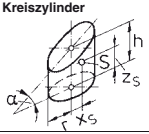
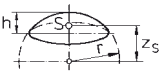
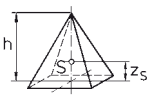
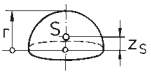
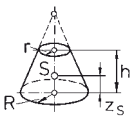
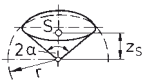
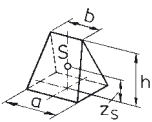
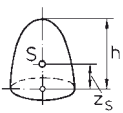
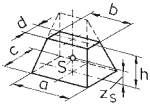
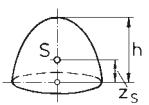
2.16 Geometrische Grundlagen

	**Rundung an Winkel** **Gegeben:** Winkel ASB und Rundungshalbmesser r. 1. Trage r rechtwinklig zu den Schenkeln an. 2. Ziehe die Parallelen zu $\overline{AS}$ und $\overline{BS}$. Ihr Schnittpunkt M ist der gesuchte Rundungsmittelpunkt. 3. Die Schnittpunkte der Lote von M auf die Schenkel a und b sind die Übergangspunkte.
	**Rundung an Kreis** **Gegeben:** Kreisbogen B und Rundungshalbmesser r. 1. Ziehe von M einen Strahl und trage von a aus r ab. Der Endpunkt ist der gesuchte Rundungsmittelpunkt M_1. a ist Übergangspunkt.
	**Ellipsenannäherungskonstruktion (Korbbogen)** **Gegeben:** Achsen $\overline{AB}$ und $\overline{CD}$. 1. Ziehe $\overline{AC}$. 2. Ziehe Kreisbogen mit Halbmesser $\overline{MA}$ um M. 3. Ziehe Kreisbogen mit $\overline{CE}$ um C. 4. Errichte Mittellot auf $\overline{AF}$. Schnittpunkte M_1 und M_2 sind die gesuchten Mittelpunkte für r_1 und r_2. a ist Übergangspunkt.
	**Sechseck – Zwölfeck** **Gegeben:** Kreis. 1. Ziehe Kreisbögen mit r um A. 2. Ziehe Kreisbögen mit r um B. 3. Ziehe Sechsecklinien. Für Zwölfeck sind die Zwischenpunkte festzulegen. Einstich in C und D.
	**Regelmäßiges Vieleck im Kreis (z. B. Fünfeck)** **Gegeben:** Kreis. Teile $\overline{AB}$ in 5 Teile (z. B. durch Verhältnisteilung). Ziehe Kreisbogen mit r = $\overline{AB}$ um A. Verbinde C und D mit 1 und 3 (sämtliche ungeraden Zahlen); die Schnittpunkte mit dem Kreis ergeben das gesuchte 5-Eck. Bei Vielecken mit **gerader** Eckenzahl ist C und D mit 2, 4, 6 usw. (sämtlichen **geraden** Zahlen) zu verbinden.
	**Regelmäßiges Vieleck aus gegebener Seitenlänge (z. B. Fünfeck)** **Gegeben:** $\overline{AB}$. Ziehe Kreisbögen mit r = $\overline{AB}$ um A bzw. B. Schnitt in C. Kreisbogen mit r um D ergibt Punkt 3. Suche durch Probieren mit Stechzirkel die Punkte 1, 2, 4 und 5 (gleiche Abstände). Kreisbogen um C mit $\overline{C–5}$ ergibt 5′ und 7′. 5′ ist Mittelpunkt eines Fünfecks. 7′ ist Mittelpunkt eines 7-Ecks (usw.). Ziehe Kreis um 5′ und trage $\overline{AB}$ 5-mal ab. Man erhält so das gesuchte 5-Eck.

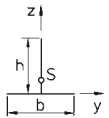
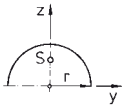
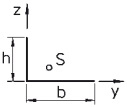
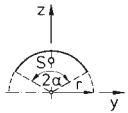
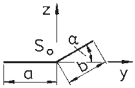
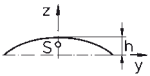
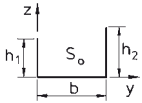
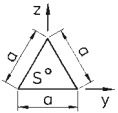
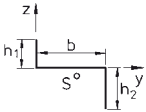
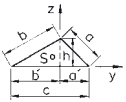
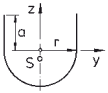
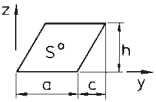
2.17 Körper-Berechnungen

Würfel 	$V = a^3$ $O = 6\,a^2$ $d = a\sqrt{3}$ V = Volumen O = Oberfläche	**Kegelstumpf** 	$V = \frac{\pi h}{12}(D^2 + Dd + d^2)$ $m = \sqrt{\left(\frac{D-d}{2}\right)^2 + h^2}$ $M = \frac{\pi m}{2}(D + d)$
Quader 	$V = a\,b\,c$ $O = 2\,(ab + ac + bc)$ $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$	**Tonne** 	$V = \frac{h\pi}{12}(2D^2 + d^2)$ (Kreistonne)
Schiefer Quader 	$V = A\,h$ (Prinzip von Cavalieri)	**Kugel** 	$V = \frac{4}{3}r^3\pi = \frac{1}{6}d^3\pi$ $\approx 4{,}189\ r^3$ $O = 4\,\pi\,r^2 = \pi\,d^2$
Pyramide 	$V = \frac{A\,h}{3}$	**Kugelzone** 	$V = \frac{\pi h}{6}(3a^2 + 3b^2 + h^2)$ $M = 2\,r\,\pi\,h$
Pyramidenstumpf 	$V = \frac{h}{3}\left(A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2}\right)$ $\approx h\frac{A_1 + A_2}{2}$	**Kugelabschnitt** 	$V = \frac{\pi h}{6}\left(\frac{3}{4}s^2 + h^2\right)$ $= \pi h^2\left(r - \frac{h}{3}\right)$ $M = 2\,r\,\pi\,h$ $= \frac{\pi}{4}(s^2 + 4h^2)$
Zylinder 	$V = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}h$ $M = 2\,r\,\pi\,h$ $O = 2\,r\,\pi\,(r + h)$ M = Mantelfläche	**Kugelanschnitt** 	$V = \frac{2}{3}hr^2\pi$ $O = \frac{\pi r}{2}(4h + s)$
Kegel 	$V = \frac{r^2\pi h}{3}$ $m = \sqrt{h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2}$ $M = r\,\pi\,m$ $O = r\,\pi\,(r + m)$	**Kreistorus** 	$V = \frac{D\pi^2 d^2}{4}$ $O = D\,d\,\pi^2$

2.18 Schwerpunktlagen von homogenen Körpern

Prisma, Zylinder 	$z_S = \frac{h}{2}$	**Zylinderhuf** 	$x_S = \frac{3\pi r}{16}$ $z_S = \frac{3\pi h}{32}$
Abgeschr. Kreiszylinder 	$x_S = \frac{r^2 \tan\alpha}{4h}$ $z_S = \frac{h}{2} + \frac{r^2 \tan^2\alpha}{8h}$	**Kugelabschnitt** 	$z_S = \frac{3}{4}\frac{(2r-h)^2}{(3r-h)}$
Pyramide, Kegel 	$z_S = \frac{h}{4}$	**Halbkugel** 	$z_S = \frac{3}{8} \cdot r$
Kegelstumpf 	$z_S = \frac{h}{4} \cdot \frac{R^2 + 2Rr + 3r^2}{R^2 + Rr + r^2}$	**Kugelausschnitt** 	$z_S = \frac{3r(1+\cos\alpha)}{8}$ $= \frac{3(2r-h)}{8}$
Keil 	$z_S = \frac{h}{2}\frac{a+b}{2a+b}$	**Rotationsparaboloid** 	$z_S = \frac{h}{3}$
Keilstumpf 	$z_S = \frac{h}{2} \cdot \frac{ac + ad + bc + 3bd}{2ac + ad + bc + 2bd}$	**Ellipsoid** 	$z_S = \frac{3}{8} \cdot h$

2.19 Schwerpunktlagen von Linien

	$z_S = \frac{h^2}{2(b+h)}$		$z_S = \frac{2r}{\pi}$
	$y_S = \frac{b^2}{2(b+h)}$ $z_S = \frac{h^2}{2(b+h)}$		$z_S = \frac{r\sin\alpha}{\alpha}$
	$y_S = \frac{a^2 + b^2\cos\alpha}{2(a+b)}$ $z_S = \frac{b^2\sin\alpha}{2(a+b)}$	beliebiger flacher Bogen 	$z_S \approx 2h/3$
	$y_S = \frac{b(b/2 + h_2)}{b + h_1 + h_2}$ $z_S = \frac{h_1^2 + h_2^2}{2(b + h_1 + h_2)}$		$z_S = \frac{a}{6}\sqrt{3}$
	$y_S = \frac{b(b/2 + h_2)}{b + h_1 + h_2}$ $z_S = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2(b + h_1 + h_2)}$		$y_S = \frac{a'(a + a') - b'(b + b')}{2(a + b + c)}$ $z_S = \frac{h(a + b)}{2(a + b + c)}$
	$z_S = \frac{a^2 - 2r^2}{2a + \pi r}$		$y_S = \frac{a + c}{2}$ $z_S = \frac{h}{2}$

2.20 Ableitungen und Differentiale

Differentiationsregeln

Ableitung von Summe und Differenz

$y = u(x) \pm v(x); \qquad y' = u'(x) \pm v'(x)$

Ableitung von Produkt und Quotient

$y = u(x) \cdot v(x); \qquad y' = u(x) \cdot v'(x) + v(x) \cdot u'(x)$

$$y = \frac{u(x)}{v(x)}; \qquad y' = \frac{v(x) \cdot u'(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$$

Kettenregel

$y = f(z); \qquad z = g(w); \qquad w = h(x)$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \cdot \frac{dz}{dw} \cdot \frac{dw}{dx}$$

Differentialformen der Grundfunktionen

Funktion	1. Ableitung
$y = a$	$y' = 0$
$y = x$	$y' = 1$
$y = mx + b$	$y' = m$
$y = ax^n$	$y' = n \cdot a \cdot x^{n-1}$
$y = \sqrt{x}$	$y' = 1/(2 \cdot \sqrt{x})$
$y = 1/x$	$y' = -1/x^2$
$y = a^x$	$y' = a^x \cdot \ln a$
$y = e^x$	$y' = e^x$
$y = e^{ax}$	$y' = a \cdot e^{ax}$
$y = x^x$	$y' = x^x (1 + \ln x)$
$y = \log_a x$	$y' = \frac{1}{x} \cdot \log_a e$
$y = \ln x$	$y' = \frac{1}{x}$

Funktion	1. Ableitung
$y = \sin x$	$y' = \cos x$
$y = \sin(ax)$	$y' = a \cdot \cos(ax)$
$y = \cos x$	$y' = -\sin x$
$y = \tan x$	$y' = 1/\cos^2 x$
$y = \cot x$	$y' = -1/\sin^2 x$
$y = \ln \sin x$	$y' = \cot x$
$y = \ln \tan x$	$y' = 2/\sin(2x)$
$y = \arcsin x$	$y' = 1/\sqrt{1 - x^2}$
$y = \arccos x$	$y' = -1/\sqrt{1 - x^2}$
$y = \arctan x$	$y' = 1/(1 + x^2)$
$y = \text{arccot}\, x$	$y' = -1/(1 + x^2)$
$y = \sinh x$	$y' = \cosh x$

2.21 Grundintegrale

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ für $[n \neq -1]$	$\int \cosh x \, dx = \sinh x + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \frac{dx}{\sinh^2 x} = -\coth x + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{\cosh^2 x} = \tanh x + C$
$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C = -\arccos x + C$
$\int \ln x \, dx = x \ln x - x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}} = \operatorname{arsinh} x + C$ $= \ln(x + \sqrt{x^2+1}) + C$
$\int a^{bx} dx = \frac{1}{b \ln a} a^{bx} + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = \operatorname{arcosh} x + C$ $= \ln(x + \sqrt{x^2-1}) + C$
$\int a^x \ln a \, dx = a^x + C$	$\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x + C = -\operatorname{arccot} x + C$
$\int \sin x \, dx = -\cos x + C$	$\int \frac{dx}{1-x^2} = \operatorname{artanh} x + C = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} + C$ für $[x^2<1]$
$\int \cos x \, dx = \sin x + C$	$= \operatorname{arcoth} x + C = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1} + C$ für $[x^2>1]$
$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$	$\int \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}} dx = \arcsin x - \sqrt{1-x^2} + C$
$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$	$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \arccos \frac{1}{x} + C$
$\int \sinh x \, dx = \cosh x + C$	$\int \frac{dx}{x\sqrt{1 \pm x^2}} = -\ln \frac{1 + \sqrt{1 \pm x^2}}{x} + C$

2.22 Zeichen der Mengenlehre

Zeichen	Verwendung	Sprechweise
$\in$	$x \in M$	x ist Element von M
$\notin$	$x \notin M$	x ist nicht Element von M
	$x_1, \ldots, x_n \in A$	$x_1, \ldots, x_n$ sind Elemente von A
$\{\mid\}$	$\{x \mid \varphi\}$	Die Menge (Klasse) aller x mit φ
$\{, \ldots ,\}$	$\{x_1, \ldots, x_n\}$	Die Menge mit den Elementen $x_1, \ldots, x_n$
$\subset$ oder $\subseteq$	$A \subset B$ oder $A \subseteq B$	A ist Teilmenge von B, A sub B, B ist Obermenge von A
$\subsetneq$	$A \subsetneq B$	A ist echt enthalten in B
$\cap$	$A \cap B$	A geschnitten mit B, A Durchschnitt B
$\cup$	$A \cup B$	A vereinigt mit B, A Vereinigung B
– oder $\complement$	– A oder $\complement$ A	Komplement von A
– oder $\complement$ oder \	A – B oder $\complement AB$ oder $A \setminus B$	A ohne B, A vermindert um B, Differenzmenge von A und B, relatives Komplement von B bez. A
Δ	$A \Delta B$	Symmetrische Differenz von A und B
$\emptyset$	$A \cap B = \emptyset$	leere Menge A, B sind disjunkt
$\langle\mid,\rangle$	$\langle x, y\rangle$	Paar von x und y
$\{,\mid\}$	$\{x, y \mid \varphi\}$	Die Relation zwischen x, y mit φ
$\times$	$A \times B$	Kartesisches Produkt von A und B, A Kreuz B
$^{-1}$	R^{-1}	Umkehrrelation von R, Inverse Relation zu R
$\circ$	$R \circ S$	Relationenprodukt von R und S, R verkettet mit S
D	D (f)	Definitionsbereich von f
W	W (f)	Wertebereich von f
$\mid$	$f \mid A$	Einschränkung von f auf A
glz	A glz B	A ist gleichzahlig (gleichmächtig, äquivalent) zu B
card	card A	Kardinalzahl (Mächtigkeit, Anzahl) von A
$\mathbb{N}$ oder N		Menge der natürlichen Zahlen
$\mathbb{Z}$ oder Z		Menge der ganzen Zahlen
$\mathbb{Q}$ oder Q		Menge der rationalen Zahlen
$\mathbb{R}$ oder R		Menge der reellen Zahlen
$\mathbb{C}$ oder C		Menge der komplexen Zahlen

2.23 Zahlensysteme in der Datenverarbeitung

Numerische und alphanumerische Daten und Befehle werden in Digitalrechnern als Kombination von Binärzeichen dargestellt, die üblicherweise in Worten fester Länge zusammengefasst werden, wobei Wortlängen von 4, 8, 16, 32, 48 und 64 Bits üblich sind.

Numerische Daten lassen sich in der Stellenschreibweise (Festkommazahl) oder der Gleitkommaschreibweise (Gleitkommazahl) darstellen.

Die alphanumerischen Daten sind meistens zeichenweise in codierter Form in einem Wort aneinander gereiht, die am häufigsten verwendete Codierung erfolgt in 8 Bits = 1 Byte.

Bei der Festkommazahl ist der betragsmäßig größte darstellbare Wert durch die Wortlänge begrenzt. Dies ist z. B. bei einem Rechner im 16-Bit-Format $2^{15} - 1 = 32\,767$. Wird ein größerer Zahlenbereich benötigt, so können Doppelwörter gebildet werden.

Vorzeichen	2^{n-1}	2^{n-2}	. .	. .	2^2	2^1	2^0

Festkommadarstellung

Vorzeichen	Exponent	Mantisse

Gleitkommadarstellung

Bei der Gleitkommazahl bestimmen die Anzahl der Bits der Mantisse die Genauigkeit der Zahl und die des Exponenten die Größe des Zahlenbereiches.

Die Eigenschaften eines Zahlensystems sind durch den Ziffernvorrat und die Stellenschreibweise gekennzeichnet, wobei der Wert der Ziffer Z von der Stellung innerhalb der Ziffernreihe abhängt (Stellenwertsystem). Positive ganze Zahlen N_B lassen sich bei der Wahl einer Basis B (Grundzahl) in folgender allgemeiner Form darstellen:

$$N_B = \sum_{i=0}^{n-1} Z_i \cdot B^i = Z_{n-1} \cdot B^{n-1} + \ldots + Z_1 \cdot B^1 + Z_0 \cdot B^0$$

mit $Z_i = 0, 1, 2, \ldots, (B-1)$ als Ziffernvorrat zur Basis B.

Damit ergeben sich z. B. für das Dezimalsystem (Ziffernvorrat $Z_i = 0, 1, 2, \ldots, 9$) oder für das Dual- bzw. Binärsystem (Ziffernvorrat $Z_i = 0,1$) folgende Darstellungsformen:

Dezimalsystem: (Stellenzahl n = 3) $N_{10} = 257 = 2 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$

Dualsystem: (Stellenzahl n = 5) $N_2 = 10\,101 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$

Beispiele für Zahlensysteme verschiedener Basen sind in der nachstehenden Tabelle dargestellt.

Dezimal-system	Hexa-dezimal-system	Oktal-system	Dual-system	Tetraden-dar-stellung	BCD-Darstellung	Excess-3 oder Stibitz-Code	Aiken-Code	1 aus 10-Code
0	0	0	0	0000	0000	0011	0000	0000000001
1	1	1	1	0001	0001	0100	0001	0000000010
2	2	2	10	0010	0010	0101	0010	0000000100
3	3	3	11	0011	0011	0110	0011	0000001000
4	4	4	100	0100	0100	0111	0100	0000010000
5	5	5	101	0101	0101	1000	1011	0000100000
6	6	6	110	0110	0110	1001	1100	0001000000
7	7	7	111	0111	0111	1010	1101	0010000000
8	8	10	1000	1000	1000	1011	1110	0100000000
9	9	11	1001	1001	1001	1100	1111	1000000000
10	A	12	1010	1010	00010000	01000011	00010000	0000000010000000000001
11	B	13	1011	1011	00010001	01000100	00010001	0000000010000000000010
12	C	14	1100	1100	00010010	01000101	00010010	0000000010000000000100
13	D	15	1101	1101	00010011	01000110	00010011	0000000010000000001000
14	E	16	1110	1110	00010100	01000111	00010100	0000000010000000010000
15	F	17	1111	1111	00010101	01001000	00011011	0000000010000000100000

Da im Hexadezimalsystem die Dezimalziffern von 0...9 nicht ausreichen, werden die fehlenden Ziffern 10 bis 15 durch die großen Buchstaben A bis F ersetzt.

Die allgemeine Form gebrochener Zahlen ist

$$R_B = \sum_{i=0}^{m} Z_i \cdot B^{-i} = Z_1 \cdot B^{-1} + Z_2 \cdot B^{-2} + \ldots + Z_m \cdot B^{-m}.$$

Zahlen lassen sich von einem Zahlensystem (Quellensystem) in ein anderes Zahlensystem (Zielsystem) umwandeln, wobei immer gilt:

$$N_{Quellensystem} = N_{Zielsystem}$$

Folgende Methoden sind anwendbar:

a) **Divisionsmethode**

Bei der Divisionsmethode wird ausschließlich mit Zahlen der Quellendarstellung gearbeitet. Sie basiert auf der Division der Zahl des Quellensystems N_0 durch die größtmöglichen Potenzen B_Z^{n-1}der Zielbasis bei gleichzeitiger Abspaltung des jeweiligen ganzzahligen Quotienten, der im Divisionsschritt erzeugt wird. Der verbleibende Rest wird durch die nächstniedrigere Potenz B_Z^{n-2} dividiert – usw. – bis die nullte Potenz abgearbeitet ist.

$$N_{Quelle} = N_{Ziel}$$

$$N_Q = Z_{n-1} \cdot B_Z^{n-1} + Z_{n-2} \cdot B_Z^{n-2} + \ldots + Z_1 \cdot B_Z^1 + Z_0 \cdot B_Z^0$$

1. Schritt: $N_Q/B_Z^{n-1} = Z_{n-1} + Rest_1$; ($Z_{n-1}$ = 1. Ziffer von N_Z)

2. Schritt: $Rest_1/B_Z^{n-2} = Z_{n-2} + Rest_2$; ($Z_{n-2}$ = 2. Ziffer von N_Z)

usw.

Beispiel: Die Dezimalzahl $6\,345_{10}$ soll in eine Oktalzahl umgewandelt werden.

$6345 : 8^4 =$	1	Rest	2249
$2249 : 8^3 =$	4	Rest	201
$201 : 8^2 =$	3	Rest	9
$9 : 8^1 =$	1	Rest	1
$1 : 8^0 =$	1	Rest	0

Die gesuchte Oktalzahl ist $14\,311_8$ ($6345_{10} = 14\,311_8$).

b) **Summandenmethode**

Eine weitere Umrechnungsmethode basiert darauf, dass eine Quellenzahl

$$N_{Quelle} = N_{Ziel}$$

$$N_Q = \sum_{i=0}^{n-1} Z_i \cdot B_Z^i = \sum_{i=1}^{n-1} Z_1 \cdot B_Z^i + Z_0 \cdot B_Z^0; \qquad B_Z^0 = 1$$

Summanden von der Form $\sum_{i=1}^{n-1} Z_i \cdot B_Z^i$ aufweist, von denen jeder B_Z als Faktor enthält.

Es lässt sich also schreiben: $N_Q = B_Z \cdot \sum_{i=1}^{n-1} Z_1 \cdot B_Z^{i-1} + Z_0$

Dividiert man N_Q durch B_Z, so erhält man den ganzzahligen Anteil

$$N_i = \sum_{i=1}^{n-1} Z_i \cdot B_Z^{i-1} + \text{Rest } Z_0 \quad (Z_0 = \text{letzte Ziffer von } N_Z)$$

Den ganzzahligen Anteil kann man wieder darstellen als:

$$N_1 = \sum_{i=2}^{n-1} Z_i \cdot B_Z^{i-1} + Z_1 \cdot B_Z^0; \qquad B_Z^0 = 1$$

Dividiert man wiederum durch B_Z, so erhält man wieder einen ganzzahligen Anteil N_2 und den Rest Z_1 (vorletzte Ziffer der Zahl des Zielsystems) usw.

Beispiel: Die Dezimalzahl 6345_{10} soll in eine Oktalzahl umgewandelt werden.

6345 : 8 =	793	Rest	1
793 : 8 =	99	Rest	1
99 : 8 =	12	Rest	3
12 : 8 =	1	Rest	4
1 : 8 =	0	Rest	1

Die gesuchte Oktalzahl ist $14\,311_8$ ($6345_{10} = 14\,311_8$).

Diese Umwandlungsmethode eignet sich besonders für ein Rechenprogramm.

Für Zahlensysteme zur Basis 2^n, zum Beispiel Zahlendarstellungen der Basis 2, 8, 16, bestehen untereinander einfachere Umrechnungsmethoden. Sie basieren darauf, dass die Quell- und Zielbasis in einem Zweierpotenzverhältnis zueinander stehen. Mit einer dreistelligen Dualzahl wird der Ziffernvorrat des Oktalsystems, mit einer vierstelligen Dualzahl der des Hexadezimalsystems erfasst. Die Umwandlung einer Dualzahl in eine Oktalzahl oder eine Hexadezimalzahl wird einfach durch das Zusammenfassen von Dreier- oder Vierergruppen der Dualzahl erreicht.

Beispiel: Wandlung einer Dualzahl 110101111_2 in eine Oktal- bzw. Hexadezimalzahl:

	6	5	7	Oktalzahl
	110	101	111	Dualzahl
1	A	F		Hexadezimalzahl

Grundrechenarten im Dualsystem

Für die arithmetischen Operationen Addieren, Subtrahieren und Multiplizieren gelten die in der nachstehenden Tabelle aufgeführten Rechenregeln.

Addition	Ergebnis	Übertrag (Bit)	Subtraktion	Ergebnis	Übertrag (Bit)	Multiplikation	Ergebnis	Übertrag (Bit)
0 + 0	0	0	0 – 0	0	0	0 · 0	0	0
0 + 1	1	0	0 – 1	1	–1 1)	0 · 1	0	0
1 + 0	1	0	1 – 0	1	0	1 · 0	0	0
1 + 1	0	+1 1)	1 – 1	0	0	1 · 1	1	0

1) Bezieht man bei der Anwendung der Operationen bei mehrstelligen Zahlen den Übertrag (das „Borgen") mit in die Rechnung ein, so gelten die gleichen Regeln wie beim Dezimalsystem.

Quelle: Koch, G.; Reinhold, U.: Einführung in die Informatik für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Teil 1, München: Hanser-Verlag 1977.

3 Technische Statistik

Die Aufgabe der Statistik besteht in der Beschreibung von Mengen gleichartiger Elemente mit bestimmten unterschiedlichen **Merkmalswerten** durch statistische Kennwerte, die objektive Vergleiche und Bewertungen ermöglichen. Des Weiteren sollen Aussagen über statistische Kennwerte größerer Mengen **(Grundgesamtheit)** aufgrund der Auswertung von relativ wenigen Einzeldaten **(Stichprobe)** gemacht werden.

Die wichtigsten Anwendungsgebiete sind die statistische Qualitätskontrolle, die Versuchsergebnis-Auswertung und die Fehlerrechnung.

3.1 Begriffe und Größen der Statistik

Grundgesamtheit: Menge aller einer statistischen Betrachtung (Messung, Beobachtung) zugrunde liegenden Einheiten oder Ereignisse, deren interessierender Merkmalswert durch statistische Kennwerte beschrieben werden soll.

Stichprobe: Die aus der Grundgesamtheit zur Ermittlung von bestimmten Merkmalswerten entnommene Menge. Sie soll Aussagen über statistische Kennwerte der Grundgesamtheit aufgrund der Auswertung der Stichprobe ermöglichen.

Urliste: Liste der ursprünglichen Merkmalswerte (z.B. Messwerte) einer Stichprobe.

Größe	Definition	Erläuterungen, Beziehungen
N	Umfang der Grundgesamtheit	Die Grundgesamtheit wird auch als Population bezeichnet
n	Anzahl der Merkmalswerte in der Stichprobe	Die Merkmalswerte sind in der Urliste erfasst
x_i	Einzelner Merkmalswert, z.B. Messwert	Ordnungszahl der Merkmalswerte $i = 1, 2, 3, ..., n$
$\bar{x}$	Mittelwert der Merkmalswerte in der Stichprobe	$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$
R	Spannweite der Merkmalswerte	$R = x_{max} - x_{min}$
k	Anzahl der Klassen, in die R aufgeteilt wird	Anhaltswert $k = \sqrt{n}$ $k \geq 10$ für $n \leq 100$ $k \geq 20$ für $n \leq 10^5$
Δx	Klassenbreite	$\Delta x = R/k$
x_j	Werte der Klassenmitten, arithmetischer Mittelwert der Klassengrenzen	Ordnungszahl der Klassen $j = 1, 2, 3, ..., k$
n_j	Besetzungszahlen der einzelnen Klassen, absolute Häufigkeit	Die Besetzungszahl n_j gibt an, wie viel Werte der Urliste in die j-te Klasse fallen $\sum_{j=1}^{k} n_j = n$
h_j	Relative Häufigkeit in der j-ten Klasse	$h_j = n_j / n; \quad \sum_{j=1}^{k} h_j = 1$

3.1 Begriffe und Größen der Statistik

Größe	Definition	Erläuterung, Beziehungen
G_j	kumulierte Besetzungszahl	G_j ist die bis zu der j-ten Klasse aufsummierte Besetzungszahl $G_j = \sum_{i=1}^{j} n_i$
H_j	Häufigkeitssumme	$H_j = \frac{G_j}{n} = \sum_{i=1}^{j} h_i$
x_0	Bezugswert der Grundgesamtheit	Meistens angenäherter gerundeter Mittelwert oder Mitte der Klasse mit größter Häufigkeit $x_0 \approx \bar{x}$ $d_i = x_i - x_0$ $\bar{x} = x_0 + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_0)$ $\bar{x} = x_0 + \bar{d}$
s	Standardabweichung der Stichprobe (Streuung) Wurzel aus der Varianz	$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - x_0 \sum_{i=1}^{n} x_i\right)}$ s nähert sich σ für große Werte von n
s^2	Varianz der Stichprobe (Streuungsquadrat)	$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_0)^2$ $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} d_i^2$ $s^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - x_0 \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i\right)$
μ	Mittelwert der Grundgesamtheit, Erwartungswert	Der arithmetische Mittelwert $\bar{x}$ der Stichprobe ist ein erwartungstreuer Schätzwert für den Erwartungswert μ der Grundgesamtheit.
σ	Standardabweichung der Grundgesamtheit	Maß für die Schwankung der Einzelwerte um den Mittelwert.
u	Streufaktor	Es lassen sich bestimmte Bereiche $\mu \pm u \cdot \sigma$ abgrenzen, in denen P % der Meßwerte liegen.
F(x)	Verteilungsfunktion, Summenfunktion	Die Verteilungsfunktion beschreibt den Zusammenhang zwischen der Zufallsvariablen x und der Häufigkeitssumme oder Wahrscheinlichkeit für Werte $\leq x$. Bei empirischen Verteilungen entspricht sie der Summenkurve.
f(x)	Häufigkeitsdichtefunktion Die Häufigkeitsdichtefunktion entspricht als **stetige** Funktion der Darstellung der relativen Häufigkeitsdichte der Stichprobe durch eine Treppenkurve (Histogramm).	$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$

3.2 Beispiel für eine statistische Auswertung

Eine gefertigte Charge von Lagerkugeln, die 8 mm Durchmesser aufweisen sollen **(Grundgesamtheit)**, war darauf zu prüfen, ob die Kugeln den verlangten Durchmesser aufweisen und welche Abweichungen davon vorlagen.

Es wurden der Charge 200 Kugeln als **Stichprobe** entnommen – unter der Annahme, dass diese Stichprobe ein hinreichend genaues Bild der Grundgesamtheit bietet – und deren Durchmesser x **(Merkmalswert)** auf 0,001 mm gemessen.

Aus der Urliste der 200 Messwerte ergab sich innerhalb der Messgenauigkeit tatsächlich als **Mittelwert**

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{1}{200}\sum_{i=1}^{200} x_i = 8{,}000 \text{ mm}$$

der gewünschte Sollwert.

Um das Vorliegen kleinerer und größerer Durchmesser beurteilen zu können, müssen die 200 gemessenen Werte übersichtlich in Erscheinung treten. Als größter Durchmesser wurde x_{max} = 8,013 mm und als kleinster x_{min} = 7,987 mm gefunden.

Damit betrug die Spannweite der Merkmalswerte

$$R = x_{max} - x_{min} = 0{,}026 \text{ mm},$$

die in k = 13 Klassen mit einer Klassenbreite von Δx = 0,002 mm eingeteilt wurde.

Damit ließ sich aus der Urliste von 200 Durchmessermessungen folgende Klasseneinteilung vornehmen und es wurde die relative Häufigkeitsdichte h_j und die Summenhäufigkeit H_j ermittelt.

Klasseneinteilung und Häufigkeit aus der Urliste von 200 Messungen.

j	Klasseneinteilung x_{unten} x_{oben}	x_j mm	n_j	h_j	H_j
1	7,987 bis unter 7,989	7,988	1	0,005	0,005
2	7,989 bis unter 7,991	7,990	5	0,025	0,030
3	7,991 bis unter 7,993	7,992	7	0,035	0,065
4	7,993 bis unter 7,995	7,994	16	0,080	0,145
5	7,995 bis unter 7,997	7,996	25	0,125	0,270
6	7,997 bis unter 7,999	7,998	29	0,145	0,415
7	7,999 bis unter 8,001	8,000	34	0,170	0,585
8	8,001 bis unter 8,003	8,002	32	0,160	0,745
9	8,003 bis unter 8,005	8,004	22	0,110	0,855
10	8,005 bis unter 8,007	8,006	14	0,070	0,925
11	8,007 bis unter 8,009	8,008	9	0,045	0,970
12	8,009 bis unter 8,011	8,010	4	0,020	0,990
13	8,011 bis unter 8,013	8,012	2	0,010	1,000
			Σ 200	Σ 1,000	

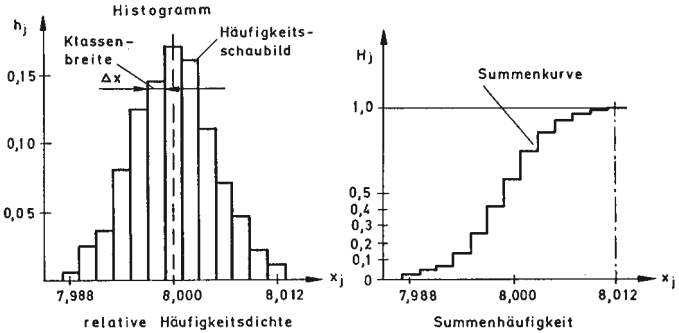
Zur Bestätigung des Mittelwertes werden bei gleich breiten Klassen die Klassenmitten x_j mit ihren Häufigkeiten h_j als Gewichtungsfaktoren multipliziert

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{k} n_j \cdot x_j = \sum_{j=1}^{k} h_j \cdot x_j$$

$$\underline{\bar{x} = 8{,}000 \text{ mm}}$$

Die Darstellung der relativen Häufigkeit als Funktion der Klassenmitten durch eine Treppenkurve der Häufigkeitsdichte der Stichprobe wird auch als Histogramm bezeichnet. Sie gibt ein Bild der Häufigkeitsverteilung als Näherung für die Verteilungsfunktion.

Die Summenkurve hat gegenüber dem Häufigkeitsschaubild den Vorteil, dass für jedes beliebige Intervall leicht abgelesen werden kann, wie viel Prozent der Meßwerte in ihm liegen.



Varianz der Stichprobe:

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{k} n_j\cdot(x_j-\bar{x})^2$$

Standardabweichung der Stichprobe:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{k} n_j\cdot(x_j-\bar{x})^2}$$

Es ist in diesem Fall $x_0 = \bar{x}$ gesetzt worden.

Rechenschema für die Standardabweichung

j	x_j	n_j	$x_j-\bar{x}$	$n_j(x_j-\bar{x})^2$
1	7,988	1	−0,012	0,000144
2	7,990	5	−0,010	0,000500
3	7,992	7	−0,008	0,000448
4	7,994	16	−0,006	0,000576
5	7,996	25	−0,004	0,000400
6	7,998	29	−0,002	0,000116
7	8,000	34	0,000	0,0
8	8,002	32	+0,002	0,000128
9	8,004	22	+0,004	0,000352
10	8,006	14	+0,006	0,000504
11	8,008	9	+0,008	0,000576
12	8,010	4	+0,010	0,000400
13	8,012	2	+0,012	0,000288
		Σ 200		Σ 0,004432

Varianz:

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{k} n_j(x_j-\bar{x})^2$$

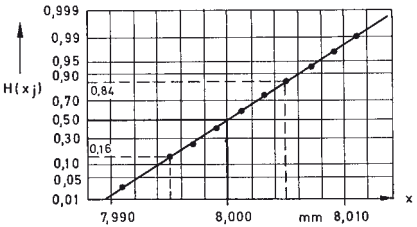
$$= \frac{1}{199}\cdot 0{,}004432$$

Standardabweichung:

s = 0,0047 mm

Darstellung im Wahrscheinlichkeitsnetz:

Die Werte der Summenhäufigkeit H_j trägt man in das Wahrscheinlichkeitsnetz als Ordinaten über den oberen Klassengrenzen ein. Im Wahrscheinlichkeitsnetz werden die Ordinaten der Summenhäufigkeit so verzerrt, dass die S-förmige Summenkurve in eine Gerade übergeht, sofern eine Normalverteilung vorliegt.



Man kann dieser Darstellung den **Mittelwert** bei 50% Häufigkeitssumme

$$\bar{x} = 8{,}000 \text{ mm}$$

und die doppelte **Standardabweichung** aus den Abszissenwerten bei 16 % und 84 % Häufigkeitssumme entnehmen

$$2\,s = x_{(H = 0{,}84)} - x_{(H = 0{,}16)}$$

$$2\,s = 8{,}005 - 7{,}995 = 0{,}010$$

$$\mathbf{s = 0{,}005\ .}$$

Im Rahmen der Ablesegenauigkeit stimmt dieser Wert gut mit dem rechnerisch ermittelten Wert überein. Der **Variationskoeffizient** gibt die auf den Mittelwert bezogene Standardabweichung an.

$$V_x = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{0{,}005}{8{,}000} = 0{,}00063$$

Hinweis für die Auswertung von Messreihen

Entnimmt man aus ein und derselben Grundgesamtheit mit dem Mittelwert μ und der Standardabweichung σ viele Stichproben von je n Werten, so streuen die Mittelwerte $\bar{x}_1$; $\bar{x}_2$ ... der Stichproben um den wahren Wert von μ

$$\bar{x} = \mu \pm u \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ ;$$ u siehe Tabelle auf Seite 54

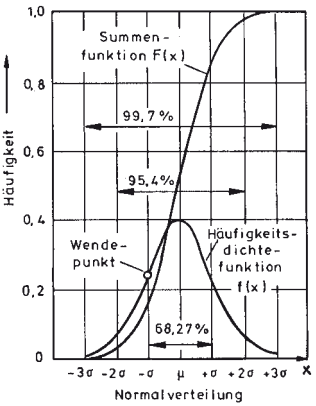
Wenn nur die Werte $\bar{x}$ und s einer Stichprobe bekannt sind und eine Aussage über den wahren Mittelwert μ der Grundgesamtheit gemacht werden soll, so kann ein sogenannter Vertrauensbereich angegeben werden, in dem μ mit P % Wahrscheinlichkeit liegt

$$\mu = \bar{x} \pm t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\ .$$

n	t-Werte für P =		
	90%	95%	99%
2	6,31	12,7	63,7
3	2,92	4,30	9,92
5	2,13	2,78	4,60
10	1,83	2,26	3,25
20	1,73	2,09	2,86
50	1,68	2,01	2,68
.	1,65	1,96	2,58

3.3 Normal- oder Gauß-Verteilung

Wenn viele voneinander unabhängige Zufallseinflüsse auf den Merkmalswert eines Kollektivs (Grundgesamtheit) einwirken und nicht einer dominiert, stellt sich in der Regel eine **Gauß'sche Normalverteilung** ein, die – wie im vorstehend dargestellten Diagramm für die Stichprobe zu sehen ist – im Wahrscheinlichkeitsnetz für die Summenhäufigkeit eine Gerade ergibt. Die im Beispiel dargestellten Treppenkurven für die relative Häufigkeitsdichte und die Summenhäufigkeit gehen dann in die stetigen Verläufe der Häufigkeitsdichtefunktion f(x) und der Summenfunktion F(x) mit dem Mittelwert μ und der Standardabweichung σ über.



Die Normalverteilung ist symmetrisch um μ und weist für $x = \mu \pm \sigma$ je einen Wendepunkt auf. Je größer σ ist, umso weiter sind diese beiden Punkte voneinander entfernt. Sie beginnt bei $x = -\infty$ und endet bei $x = +\infty$. Die gesamte Fläche unter der „Glockenkurve“ entspricht 1 = 100 %. Durch vielfache Werte der Standardabweichung lassen sich Bereiche $x = \mu \pm u \cdot \sigma$ abgrenzen, in denen P % der x-Werte liegen.

Wie der nachfolgenden Tabelle zu entnehmen ist, liegen in dem Bereich von $\pm 3 \cdot \sigma$ schon 99,7% aller Werte.

Sowohl die Dichtefunktion f(x) als auch die Summenfunktion F(x) sind durch den Mittelwert μ und die Standardabweichung σ der Verteilung eindeutig festgelegt.

Wertehäufigkeit innerhalb $\pm u \cdot \sigma$

u	1,00	1,28	1,64	1,96	2,00	2,33	2,58	3,00	3,29
P %	68,27	80	90	95	95,4	98	99	99,7	99,9

Die Dichtefunktion f(x) kann mathematisch beschrieben werden durch

$$f(x;\mu,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\cdot\pi}\cdot\sigma}\cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\cdot\sigma^2}} \quad ; \quad \text{Generalisierte Koordinate} \quad t = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

die Summenfunktion ergibt sich aus

$$F(x;\mu,\sigma) = \int_{-\infty}^{x} f(x;\mu,\sigma)\,dx\,.$$

Da dieses Integral nicht elementar auswertbar ist, ist es notwendig, die Funktion $F(x;\mu,\sigma)$ zu tabellieren.

Für die **Standard**-Normalverteilung mit dem Mittelwert $\mu = 0$ und der Standardabweichung $\sigma = 1$

$$F(x; 0, 1) = F(x)$$

ist dies zweckmäßigerweise für die Funktion

$$\Phi^*(x) = F(x) - \frac{1}{2}$$

erfolgt. Das ist deshalb sinnvoll, weil bei vielen Auswertungen als Merkmalswert lediglich die Abweichungen von einem gegebenen bzw. bekannten Mittelwert interessant sind.

Tabelle der Funktion Φ^* (x)

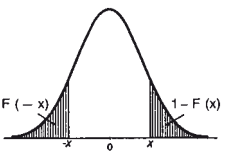
$x \rightarrow \Phi^*(x)$ $\qquad$ $\Phi^*(x) \rightarrow x$

x	Φ^* (x)
0,0	0,000
0,1	0,040
0,2	0,079
0,3	0,118
0,4	0,155
0,5	0,191
0,6	0,226
0,7	0,258
0,8	0,288
0,9	0,316
1,0	0,341
1,1	0,364
1,2	0,385
1,3	0,403
1,4	0,419
1,5	0,433
1,6	0,445
1,7	0,455
1,8	0,464
1,9	0,471
2,0	0,477
2,1	0,482
2,2	0,486
2,3	0,489
2,4	0,492
2,5	0,494
2,6	0,495
2,7	0,496
2,8	0,497
2,9	0,498
3,0	0,499

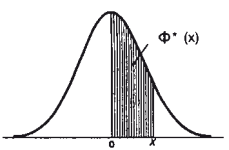
Φ^* (x)	x	Φ^* (x)	x
0,00	0,00	0,25	0,67
0,01	0,03	0,26	0,71
0,02	0,05	0,27	0,74
0,03	0,08	0,28	0,77
0,04	0,10	0,29	0,81
0,05	0,13	0,30	0,84
0,06	0,15	0,31	0,88
0,07	0,18	0,32	0,92
0,08	0,20	0,33	0,95
0,09	0,23	0,34	0,99
0,10	0,25	0,35	1,04
0,11	0,28	0,36	1,08
0,12	0,31	0,37	1,13
0,13	0,33	0,38	1,18
0,14	0,36	0,39	1,23
0,15	0,39	0,40	1,28
0,16	0,41	0,41	1,34
0,17	0,44	0,42	1,41
0,18	0,47	0,43	1,48
0,19	0,50	0,44	1,55
0,20	0,52	0,45	1,64
0,21	0,55	0,46	1,75
0,22	0,58	0,47	1,88
0,23	0,61	0,48	2,05
0,24	0,64	0,49	2,33

Gesamte Fläche unter der Glockenkurve

F (x = +∞) = 1



Funktion F (x)



Funktion Φ* (x)

Da die **Standard**-Normalverteilung zu dem Mittelwert $\mu = 0$ symmetrisch ist, genügt es, die Funktion Φ^* (x) nur für positive Werte von x zu tabellieren. Die Summenhäufigkeit zwischen den Werten $\pm x$ ist dann:

$$\int_{-x}^{+x} f(x; 0,1)\,dx = 2 \cdot \Phi^*(x)$$

Anmerkung: Ist die aus einer Grundgesamtheit entnommene Stichprobe n im Verhältnis zur Grundgesamtheit N sehr groß, so können die Schätzwerte für den Mittelwert $\bar{x}$ und die Standardabweichung s der Stichprobe in erster Näherung mit den echten Parametern für den Mittelwert μ und die Standardabweichung σ der Grundgesamtheit gleich gesetzt werden. Die Kenntnis von σ kann man auch benutzen, um die natürlichen Toleranzen eines Prozesses zu bestimmen, d. h. ein Intervall abzugrenzen, das (fast) die gesamte Verteilung enthält. Man wählt hierfür in der Praxis häufig $\mu \pm 3\,\sigma$ (99,7%).

3.4 Weibull-Verteilung

Für die Auswertung von Lebensdauern technischer Produkte hat sich in der Praxis die Weibull-Verteilung bewährt. In der Wälzlagertechnik ist sie als Standard eingeführt.

Die Weibull-Summenfunktion hat mathematisch die Form:

$$F(t) = 1 - e^{-(t/T)^k}$$

Darin bedeuten:

F(t) Summenhäufigkeit bzw. Wahrscheinlichkeit für Lebensdauern ≤t. Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Prüfling einer Stichprobe oder eines Kollektivs bis zum Zeitpunkt t ausgefallen ist.

R(t) Überlebenswahrscheinlichkeit; Zuverlässigkeitsfunktion R(t) = 1 – F(t)

t Merkmalswert, Ausfallzeitpunkt

k Maß für die Streuung der Ausfallzeiten, Ausfallsteilheit

T Charakteristische Lebensdauer; Zeitpunkt bis zu dem 63,2 % der Prüflinge eines Versuchsansatzes ausgefallen sind. Dies lässt sich zeigen, wenn man in der Weibull-Summenfunktion t = T setzt.

$$F(t) = 1 - e^{-1^k} = 1 - \frac{1}{e}$$

$$F(t) = 0{,}632 \triangleq 63{,}2\,\%$$

Für die Versuchsauswertung ist die oben angegebene lineare Darstellung der Summenfunktion unzweckmäßig. Durch zweifaches Logarithmieren erhält man:

$$(t/T)^k = \ln 1/(1 - F(t))$$

$$k(\lg t - \lg T) = \lg \ln 1/(1 - F(t))$$

Diese Beziehung wird im Weibull-Papier mit der Abszissenteilung lg t und der Ordinatenteilung lg ln 1/(1 – F(t)) eine Gerade für F(t).

Zur Auswertung eines Lebensdauerversuches mit n Prüfungen wird über den – der Größe nach geordneten – Lebensdauern t als Summenhäufigkeit nach Weibull und Gumbel

$$H_i = \frac{1}{n+1}$$ i = Ordnungszahl der Ausfallzeiten der Prüflinge

aufgetragen.

Im Hinblick auf eine statistische Aussagesicherheit der Versuchsergebnisse und eine vertretbare Versuchsdauer ist es notwendig, einen Lebensdauerversuch mit einer größeren Stichprobe n bis zu einer Summenausfallhäufigkeit von mindestens $H_i = 0{,}5$ durchzuführen.

T und k sind – wie $\bar{x}$ und s bei der Normal-Verteilung – Zufallsgrößen. Vertrauensbereiche für die „wahren Werte“ liefern für n ≥ 50 die Beziehungen

$$T \pm \left(\frac{u}{\sqrt{n}}\right) \cdot 1{,}052 \cdot \left(\frac{T}{k}\right)$$

$$k \pm \left(\frac{u}{\sqrt{n}}\right) \cdot 0{,}78 \cdot k$$

mit u nach der Tabelle auf Seite 54.

In der Wälzlagertechnik dürfen laut Definition bis zum Erreichen der nominellen Lebensdauer 10 % der Lager eines größeren Kollektivs ausgefallen sein. Man erhält eine Beziehung zwischen T und L_{10}, wenn man in der Weibull-Summenfunktion $t = L_{10}$ und F(t) = 0,10 setzt.

Dann wird

$$L_{10} = T \cdot \ln\left(\frac{1}{0{,}9}\right)^{1/k} = T \cdot 0{,}10536^{1/k}\,.$$

3.5 Regression und Korrelation

Regression

Aufgabe der Regressionsrechnung ist es, aus den Wertepaaren (x_i, y_i) mit i = 1, 2, ..., n einer Stichprobe vom Umfang n einen funktionalen Zusammenhang zwischen einer unabhängigen (X) und einer abhängigen Zufallsvariablen (Y) zu ermitteln. Vorausgesetzt wird dabei, dass die Messwerte (x_i, y_i) jeweils am gleichen i-ten Element der analysierten Elemente bestimmt wurden und die Zufallsvariable Y einer Normalverteilung folgt.

Für die theoretische Regressionsfunktion wird als Ansatz meistens ein Polynom k-ten Grades gewählt

$$f(x) = \alpha_k \cdot x^k + \alpha_{k-1} \cdot x^{k-1} + ... + \alpha_j \cdot x^j + ... + \alpha_1 \cdot x^1 + \alpha_0 \cdot x^0$$

dessen Koeffizienten a_j, j = 0,1, ..., k zu bestimmen sind. Bei einem linearen Zusammenhang zwischen x und f(x) gibt häufig die nach „Augenmaß" gezeichnete Ausgleichsgerade durch die im kartesischen Koordinatensystem dargestellten Punkte der (x_i, y_i)-Werte eine gute Näherung.

Die Ermittlung der Koeffizienten a_j erfolgt nach der Gauß'schen Methode der kleinsten Quadrate

$$\sum_{i=1}^{n} (y_i - f(x_j))^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \sum_{j=0}^{k} \alpha_j \cdot x_i^j \right)^2 = g \qquad (\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_n) = \text{Minimum}.$$

Aus den partiellen Ableitungen $\delta g/\delta\alpha_j = 0$ ergeben sich (k+1) lineare Gleichungen für die (k+1) unbekannten Koeffizienten des Polynoms, die mit den Methoden für lineare Gleichungssysteme gelöst werden können.

Für den linearen Fall: $y = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot x$

folgt mit den Mittelwerten: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i; \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i; \quad \alpha_0 = \bar{y} - \alpha_1 \cdot \bar{x}$

oder: $y - \bar{y} = \alpha_1 (x - \bar{x})\,;\ \alpha_1 = \left(\sum x_i y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} \right) \Big/ \left(\sum x_i^2 - n\bar{x}^2 \right)$

Die Varianzen betragen: $s_x^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum x_i^2 - \left(\left(\sum x_i \right)^2 \cdot \frac{1}{n} \right) \right]; s_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum y_i^2 - \left[\left(\sum y_i \right)^2 \cdot \frac{1}{n} \right]$

Für die Kovarianz gilt: $s_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n-1} \sum (x_i \cdot y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y})$

Damit wird dann: $\alpha_1 = s_{xy}/s_x^2$

Wenn alle Messpunkte auf der Geraden liegen, gilt: $s_{xy}^2 = s_x^2 \cdot s_y^2$

Korrelation

Gibt es keine erkennbaren Gründe für eine funktionale Abhängigkeit der Zufallsvariablen Y von der als unabhängig angenommenen Variablen X, so dient die Korrelationsrechnung (Korrelations-Wechselbeziehung) zur Prüfung der Güte eines unterstellten funktionalen Zusammenhangs.

Als Maß für eine lineare Abhängigkeit dient der Korrelationskoeffizient r_{xy} mit den vorstehend ermittelten Größen:

$$r_{xy}^2 = s_{xy}/s_x \cdot s_y\,; \qquad -1 \le r_{xy} \le 1$$

$r_{xy} < 0$: negative Korrelation; zu großen Werten von X gehören kleine Werte von Y und umgekehrt.

$B = r_{xy}^2$ heißt Bestimmtheitsmaß.

4 Physik

4.1 Grundbausteine der Materie

Bezeichnung	Erläuterung
Atom	Kleinstes, chemisch einheitliches Teilchen eines Elements, besteht aus Kern und Elektronenhülle. Größenordnung des Durchmessers 10^{-10} m; Atomkerne 10^4 bis 10^5 mal kleiner. Hauptmasse des Atoms im Kern (Dichte etwa 10^{14} g/cm^3). Alle chemischen Vorgänge (auch viele elektrische, magnetische und optische) spielen sich in der Atomhülle ab. Atome bestehen aus Elementarteilchen. Ca. 300 sind bekannt.
Elementarteilchen	Photonen: Lichtquant Leptonen: Neutrino, Antineutrino, Elektron, Positron Hadronen → Baryonen: Nukleonen: Proton, Antiproton, Neutron, Antineutron; Hyperonen: Lambda-Teilchen, Sigma-Teilchen Hadronen → Mesonen: Pion, Kaon
Photonen	Quanten des elektromagnetischen Strahlungsfeldes.
Lichtquant	Ladung 0, Masse 0, Halbwertzeit ∞.
Leptonen	**Kernfremde** Teilchen mit **halbzahligem Spin** (I = $^1/_2$).
Neutrino Elektron Positron	Masse theoretisch 0 (< 0,2 keV), Ladung 0, Halbwertzeit ∞. Kleinstes Elementarteilchen mit negativer Ladung Ladung –e, Ruhemasse m = $9{,}109534 \cdot 10^{-28}$ g, Halbwertzeit ∞. Kleinstes Elementarteilchen mit positiver Ladung Ladung +e, Masse m = $9{,}109534 \cdot 10^{-28}$ g.
Hadronen	Gesamtheit der kernaktiven Teilchen.
Baryonen	**Kernaktive** Teilchen mit **halbzahligem** Spin (I = $^1/_2$, $^3/_2$ ...).
Nukleonen	Sammelbezeichnung für Protonen und Neutronen. Sie wandeln sich im Atomkern dauernd ineinander um. Dabei bewirkt das π-Mesonenfeld den Ladungsaustausch.
Proton Neutron	Positiv geladener Kernbaustein Ladung +e, Masse m = $1{,}6726485 \cdot 10^{-24}$ g $\approx$ 1840 Elektronenmassen, Halbwertzeit ∞. Ungeladener Kernbaustein Ladung 0, Ruhemasse m = $1{,}6749543 \cdot 10^{-24}$ g.
Hyperonen	Instabile überschwere Elementarteilchen mit Ladung $\pm$e oder 0, 2000 bis 3300 Elektronenmassen, Halbwertzeiten um 10^{-10} s.
Mesonen	**Kernaktive** Teilchen mit **ganzzahligem** Spin (I = 0, 1, 2, ...) . Hierzu gehören: π- und $\varkappa$-Mesonen.
Pion	Instabile, entweder elektrisch positiv oder negativ geladene oder in elektrisch neutraler Form vorkommende Elementarteilchen. Die Ruhemassen betragen: π^+, π^-: m = 273,2 Elektronenmassen, π^0: m = 264,4 Elektr., K^+, K^-: m = 966,3 Elektronenmassen, K^0: m = 974,0 Elektr.
Molekül	Kleinstes, chemisch einheitliches Teilchen einer Verbindung, aufgebaut aus Atomen. Zusammenhalt durch chemische Bindung.

4.2 Atomphysikalische und andere Größen

Bezeichnung	Einheit	Beziehung	Definition
Atomare Masse	$u = 1{,}6606 \cdot 10^{-27}$ kg Atomzahl	$u = m_{c12}/M_{c12} = 1/N_A$ $N = \frac{m}{M} N_A$	als Einheit gilt die relative Masse des Nuklids ^{12}C. M = Molmasse.
Halbwertzeit	s, min, d, a	$T_{1/2} = \ln 2/\lambda$ λ = Zerfallskonstante	Zeit für den Zerfall der Hälfte der ursprünglich vorhandenen Atome.
Atomare Energie	Elektronenvolt 1 eV = $1{,}60219 \cdot 10^{-19}$ J 1 MeV = 10^6 eV	W = eU	als Einheit gilt die Energie, die ein Elektron beim Durchlaufen der Spannung 1 V aufnimmt.
Elektronen-masse	1 MeV = $1{,}782.10^{-33}$ g	$m = \frac{E}{c_0^2}$ $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(c/c_0)^2}}$	aus der Äquivalenz von Energie und Masse nach Einstein.
Energiedosis	Gray 1 Gy = 1 J/kg	D = W/m	pro Masseneinheit des durchstrahlten Stoffes absorbierte Energie. 1 rem (Rem) = 10^{-2} J/kg.
Aktivität einer radioaktiven Substanz	Becquerel 1 Bq = 1/s	A	Maß der Intensität einer radioaktiven Strahlung. Ci (Curie) = $3{,}7 \cdot 10^{10}$ s^{-1}.
Äquivalent-dosis	Sievert 1 Sv = 1 J/kg	$H = DQ_F$	Maß der biologischen Strahleinwirkung, die von einer γ-Strahlung von 10^{-2} Sv im menschlichen Körper absorbierte Energie.
Energie-dosisrate	W/kg	D	–
Ionendosis	C/kg	J	1 R (Röntgen) = $258 \cdot 10^{-6}$ C/kg.
Ionen-dosisrate	A/kg	J	–
Wirkungs-querschnitt	m^2	σ	Maß für die Ausbeute bei Kernreaktionen. Gedachter Querschnitt der bestrahlten Atome.
Stoffmenge	mol	n	Die Stoffmenge ist der Anzahl der Teilchen proportional.

4.3 Wichtige physikalische Konstanten

Bezeichnung	Größe	Erläuterung
Gravitationskonstante	$G = 6{,}6720 \cdot 10^{-11}$ $N \cdot m^2/kg^2$	Kraft in N, mit der sich 2 Körper von je 1 kg anziehen, die 1 m voneinander entfernt sind.
Normalfall-beschleunigung	$g_n = 9{,}80665\ m/s^2$	Von der 3. Generalkonferenz für Maß und Gewicht im Jahr 1901 festgelegter Normwert.
Gaskonstante	$R = 8314{,}41\ J/(kmol \cdot K)$	Die von einem kmol eines idealen Gases bei dessen Erwärmung um 1 K unter konstantem Druck geleistete Arbeit; gleicher Wert für alle Gase.
Molares Normvolumen	$V_m = 22{,}414\ m^3/kmol$	Volumen, das 1 kmol eines idealen Gases im Normzustand einnimmt.
Avogadro-Konstante	$N_A = 6{,}0221 \cdot 10^{26}\ kmol^{-1}$	Anzahl der Atome oder Moleküle in 1 kmol eines Stoffes.
Loschmidt-Konstante	$N_L = 2{,}6868 \cdot 10^{25}\ m^{-3}$	Anzahl der Atome oder Moleküle in 1 m^3 eines Gases im Normzustand (0 °C und 1013,25 hPa).
Boltzmann-Konstante	$k = \frac{R}{N_A} = 1{,}380662 \cdot 10^{-23} J/K$	Mittlere Energiezunahme eines Moleküls oder Atoms bei Erwärmung um 1 K.
Faraday-Konstante	$F = N_A . e = 9{,}6485 \cdot 10^7\ C/kmol$	Die von 1 kmol transportierte Ladungsmenge.
Elementarladung	$e = F/N_A = 1{,}6022 \cdot 10^{-19}\ C$	Die kleinstmögliche Ladungsgröße (Ladung eines Elektrons).
Elektrische Feld-konstante (Influenzkonstante)	$\varepsilon_0 = 8{,}8542 \cdot 10^{-12}\ F/m$	Proportionalitätsfaktor zwischen der Ladungsdichte und der elektr. Feldstärke.
Magnetische Feld-konstante (Induktionskonstante)	$\mu_0 = 1{,}2566 \cdot 10^{-6}\ H/m$ $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\ H/m$	Proportionalitätsfaktor zwischen der Induktion und der magnet. Feldstärke.
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	$c_0 = 2{,}9979 \cdot 10^8\ m/s$	Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen.
Planck'sche Konstante (Wirkungsquantum)	$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$	Verknüpft als Proportionalitätsfaktor Energie und Frequenz eines Lichtquants.

4.3 **Wichtige physikalische Konstanten** (Fortsetzung)

Bezeichnung	Größe	Erläuterung
Wellenwiderstand des Vakuums	$\Gamma = 376{,}731\ \Omega$	Ausbreitungswiderstand für elektromagnetische Wellen im Vakuum.
Stefan-Blotzmann'sche Strahlungskonstante	$\sigma = 5{,}6703 \cdot 10^{-8}\ W/m^2 \cdot K^4$	Verknüpft Strahlungsenergie und Temperatur eines strahlenden Körpers.
Planck'sche Strahlungskonstanten	$c_1 = 3{,}741 \cdot 10^{-16}\ W \cdot m^2$ $c_2 = 1{,}438 \cdot 10^{-2}\ m \cdot K$	Konstanten des Planck'schen Strahlungsgesetzes in der ursprünglichen, wellenlängenabhängigen Formulierung.
Wien-Konstante	$K = 2{,}8978 \cdot 10^{-3}\ m \cdot K$	Verbindet die Wellenlänge des Strahlungsmaximums mit der absoluten Temperatur eines strahlenden Körpers.
Rydberg-Konstante	$R = 1{,}09737 \cdot 10^{7}\ m^{-1}$	Grundlegende, in den Serienformeln für die Spektrallinien auftretende atomphysikalische Konstante.
Ruhemasse des Elektrons	$m_e = 9{,}109 \cdot 10^{-31}\ kg$	Bewegungsunabhängige Masse eines Elektrons.
Elektronenradius	$r_e = 2{,}8178 \cdot 10^{-15}\ m$	Radius eines Elektrons (kugelförmige Ausbildung).
Bohr'scher Radius	$r_1 = 5{,}2917706 \cdot 10^{-11}\ m$	Radius der innersten Elektronenbahn im Bohr'schen Atommodell.
Atomare Masseneinheit	$u = 1{,}6606 \cdot 10^{-27}\ kg$	Vereinheitlichte atomare Masseneinheit (12. Teil der Masse eines Atoms des Nuklids ^{12}C).
Masseneinheit	1 ME = 1000 TME = 931,44 MeV 1 eV[1)] = $1{,}6021892 \cdot 10^{-19}$ Ws	Verwendung für Energieumrechnungen.
Solarkonstante	$S = 1390\ J/m^2s$ $= 1390\ W/m^2$	Strahlungsenergie der Sonne, die an der oberen Grenze der Erdatmosphäre senkrecht auftrifft. Am Erdboden sind es nur noch 340 W/m^2.

1) Elektronvolt: (eV) und Mega-Elektronvolt (MeV) sind Energiemaße der Atomphysik. 1 eV ist die Energie, die ein Elektron erhält, wenn es im elektrischen Feld von 1 Volt beschleunigt wird (1 eV = $1{,}6021892 . 10^{-19}$ J)

4.4 Elektromagnetische Strahlung

Strahlenart Wellenlänge λ		entsteht bei Energieänderungen in	wird erzeugt durch	wird absorbiert durch (Beispiele)
Ultra- oder Höhenstrahlen 0,0002 . . . 0 ,02 pm		Nukleonen (Kernbausteinen)	hochenergetische Kernreaktionen	etwa 10 cm Blei
Gammastrahlen 0,5. . . 27 pm		Atomkernen	Atomkernreaktionen und radioaktiver Zerfall	etwa 1 cm Blei
Röntgenstrahlen	hart 5, 7 . . . 80 pm (0,057. . . 0,8 Å)	inneren Elektronenschalen	Hochvakuum und Gasentladungsröhren bei hohen Betriebsspannungen	etwa 3 . . . 0,04 cm Al
	weich 0,08 . . . 2 nm (0,8 . . . 20 Å)			etwa 400 . . .1 µm Al, Knochen, Glas
	ultraweich 2 . . . 37,5 nm (20 . . . 375 Å)			weniger als 1 µm Al, Luft
Lichtstrahlen	ultraviolett (kurzwellig) 0,014 . . . 0,18 µm	äußeren Elektronenschalen	Funken-, Bogen-, Glimmentladung in Luftleere, Quarzlampe usw.	Luft
	ultraviolett (langwellig) 0,18 . . . 0,36 µm			Quarz (λ < 0,15 µm) Glas (λ < 0,31 µm)
	violett 0,36 . . . 0,42 µm blau 0,42 . . . 0,49 µm grün 0,49 . . . 0,53 µm gelb 0,53 . . . 0,65 µm rot 0,65 . . . 0,81 µm		Sonne, glühende Stoffe usw.	undurchsichtige Stoffe
	Infrarot (Wärmestrahlen) 0,81 . . . 400 µm		erhitzte Körper[1)]	Glas
Hertz'sche Wellen 0,01 . . . 30 cm		Atomen oder Molekülen	Funkensender Laufzeitröhre	Metalle
Rundfunkwellen	ultrakurz 0,3 . . . 10 m	Schwingkreis mit Kapazität und Induktivität	Röhrensender, Funkensender	Metalle
	kurz 10 . . . 100 m		Ausbreitung dieser Wellen nicht mehr strahlenförmig, deshalb keine „Wellenschatten" in Tälern und hinter Bergen. Wellen werden an Heavisideschicht gebeugt und zur Erde zurückgelenkt. Mit zunehmender Wellenlänge tritt Raumwelle hinter Bodenwelle zurück.	
	mittel 200 . . . 600 m			
	lang 600 . . . 3000 m			
	Telegrafiewellen 3 . . . 30 km			

Ausbreitung mit Lichtgeschwindigkeit. Wellennatur. Keine Ablenkung durch elektrische oder magnetische Felder.

Wellenlänge $\lambda = c/f = c \cdot T$ c = Lichtgeschwindigkeit = 300 000 km/s
f = Frequenz Hz
T = Schwingungsdauer s

1) Für die Strahlung des „schwarzen Körpers" gilt: mittl. Wellenlänge λ (in µm) = 2880/absol. Temp. in K. Bei 15 °C (= 288 K) ist z. B. λ = 2880/288 = 10 µm, d. h. bei 15 °C liegt das Maximum der Wärmestrahlungsintensität bei λ = 10 µm. Quelle: SKF-Taschenbuch

4.5 Unser Sonnensystem

Planet	Äquator-durchmesser in km	Masse (Erde = 1)[1)]	Dichte in kg/m^3	Siderische Rotations-periode	Abstand v. d. Sonne in 10^6 km	Siderische Umlaufzeit in Jahren
Sonne	1 392 000	333 000	1 410	25,23 d	–	–
Erde	12 757	1,000	5 517	23,94 h	149,6	1,00
Mond	3 476	0,012	3 340	27 d, 7,1 h	0,3844 (v. d. Erde)	
Merkur	4 840	0,056	5 620	88 d	58	0,24
Venus	12 228	0,815	5 090	243 d	108	0,62
Mars	6 770	0,108	3 970	24,62 h	228	1,88
Jupiter	140 720	317,8	1 300	9,84 h	778	11,86
Saturn	116 820	95,11	680	10,1 h	1 428	29,46
Uranus	47 100	14,51	1 580	10,8 h	2 872	84,02
Neptun	44 600	17,21	2 220	15,8 h	4 498	164,79
Pluto	(7 000)	(0,18)	–	6,4 d	5 910	249,17

1) Erdmasse $5{,}977 \cdot 10^{24}$ kg
Mittlere Erddichte 5517 kg/m^3
Volumen der Erdkugel 1 083 319,8 Mill. km^3
Umfang der Erdbahn 939 120 000 km

4.6 Größenzahlen der Erde

Erdoberfläche	510,1 Mill. km^2	**Länge eines Längengrades**	km
davon Landfläche insgesamt	29 v. H.	(Bogenabstand zweier um 1° auseinander liegender Meridiane):	
davon Wasserfläche insgesamt	71 v. H.	am Äquator	111,324
Länge des Äquators	40 076,592 km	in 50° Breite	71,699
Halbmesser des Äquators a	6 378,388 km		
Länge eines Meridians	40 009,153 km	**Länge eines Breitengrades**	
Halbe Erdachse b	6 356,912 km	(Bogenabstand zweier um 1° auseinander liegender Parallelkreise)	
Länge des Wendekreises	36 778,000 km		
Länge eines Polarkreises	15 996,280 km		
Abplattung (a-b)/a	1:297	in 89° – 90° Breite	111,700
		in 45° – 46° Breite	111,135
		in 0° – 1° Breite	110,575

4.7 Wissenswerte Geschwindigkeiten (gerundete Werte)

	m/s	km/h
Golfstrom	1,1	4
Windstärke 6 (starker Wind)	11–14	39–49
Windstärke 12 (Orkan)	> 32	> 118
Schall in Luft (bei 20 °C)	340	1 200
Punkt am Äquator	464	1 670
Erdbebenwellen	3 600	13 000
Satelliten-Bahngeschwindigkeit	≈ 7 800	28 400
Geschwindigkeit zum Verlassen des Erd-Schwerefeldes	≈ 11 200	40 300
Geschwindigkeit zum Verlassen des Sonnensystems	15 800	57 000
Erde auf der Bahn um die Sonne	29 800	107 000
Blitz	50 000 000	180 000 000
Kathodenstrahlen (Elektronen, 50 kV)	100 000 000	360 000 000
Licht im Vakuum	299 790 000	1 079 000 000

4.8 Astronomische Einheiten

Bezeichnung	Größe	Erläuterung
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum	c_0 = $2{,}9979 \cdot 10^8$ m/s	Ausbreitungsgeschwindigkeit magnetischer Wellen.
Lichtjahr	L_j = $9{,}46053 \cdot 10^{15}$ m	Von elektromagnetischen Wellen in 1 Jahr im Weltraum zurückgelegte Wegstrecke.
Siderisches Jahr (Sternenjahr)	S_j = 365,2565 mittlere Sonnentage = 365 d 6 h 9 min 9,54 s	Das siderische Jahr wird auf die Stellung der Sterne bezogen[1].
Tropisches Jahr (Sonnenjahr)	T_j = 365,2422 mittlere Sonnentage = 365 d 5 h 48 min 46,98 s	Als Bezugspunkt gilt der mittlere Frühlingspunkt.
Siderischer Monat (Sternmonat)	S_m = 27,32166 d mittlere Sonnenzeit = 27 d 7 h 43 min 11,5 s	–
Tropischer Monat (Sonnenmonat)	T_m = 27,32158 d mittlere Sonnenzeit = 27 d 7 h 43 min 4,7 s	–
Synodischer Monat (Mondmonat)	S_{ym} = 29,53059 d mittlere Sonnenzeit = 29 d 12 h 44 min 2,9 s	Zeit zwischen zwei gleichen Mondphasen Neumond – Neumond.
Umlaufzeit des Mondes um die Erde	t_M = 27,32166 d = 27,32158 d	Siderisches Jahr, Tropisches Jahr.
Sterntag	d_{Sj} = 0,9972696 mittlerer Sonnentag = 23 h 56 min 4,091 s	–
Mittlerer Sonnentag	d_{Tj} = 1,0027379 Sterntag	–
Tag	d = 24 h = 1440 min = 86 400 s	Der Tag ist um 3 min 56,6 s länger als der Sterntag.
Astronomische Einheit	AE = $1{,}496 \cdot 10^{11}$ m	Mittlere Entfernung zwischen Sonne und Erde.

1) Zeitintervall zwischen zwei einander folgenden Durchgängen der Sonne durch denselben Punkt der scheinbaren Sonnenbahn (Ekliptik). Der Punkt der Ekliptik wird in Bezug auf einen Fixstern gemessen. Mittlere Schiefe der Ekliptik z. Z. ≈ 23° 27′ 15″.

4.9 Temperatureinheiten-Umrechnungstabelle

T_K	t_c	t_F	T_R
K	°C	°F	°R
Kelvin	Grad Celsius	Grad Fahrenheit	Grad Rankin
$T_K = 273{,}15 + t_c$ $T_K = 255{,}38 + \frac{5}{9} \cdot t_F$ $T_K = \frac{5}{9} \cdot T_R$	$t_c = T_K - 273{,}15$ $t_c = \frac{5}{9}(t_F - 32)$ $t_c = \frac{5}{9} T_R - 273{,}15$	$t_F = \frac{9}{5} \cdot T_K - 459{,}67$ $t_F = 32 + \frac{9}{5} \cdot t_c$ $t_F = T_R - 459{,}67$	$T_R = \frac{9}{5} \cdot T_K$ $T_R = \frac{9}{5}(t_c + 273{,}15)$ $T_R = 459{,}67 + t_F$
Umrechnung einiger Temperaturen			
0,00	–273,15	–459,67	0,00
+255,37	– 17,78	0,00	+459,67
+273,15	0,00	+ 32,00	+491,67
+273,16[1)]	+ 0,01[1)]	+ 32,02	+491,69
+300,00	+ 26,85	+ 80,33	+540,00
+310,94	+ 37,78	+100	+559,67
+373,15	+100,00	+212	+671,67
+400,00	+126,85	+260,33	+720,00
+500,00	+226,85	+440,85	+900,00

1) Der Tripelpunkt des Wassers liegt bei +0,01 °C. Das ist der Temperaturpunkt des reinen Wassers, bei dem gleichzeitig Eis, Wasser und Dampf miteinander im Gleichgewicht auftreten (bei 1013,25 hPa).

1 Kelvin ist der 273,16te Teil der thermodynamischen Temperatur des Tripelpunktes des Wassers

(13. Generalkonferenz für Maß und Gewicht 1967).

Temperaturdifferenz: 1 Kelvin = 1 Grad Celsius = 1,8 Grad Fahrenheit = 1,8 Grad Rankin

4.10 Wichtige Temperaturpunkte

Tripelpunkt des Wassers	+ 0,01 °C	Siedepunkt der Luft	– 191,0 °C
Siedepunkt des Wassers	+100,00 °C	Siedepunkt des Schwefels	+ 444,6 °C
Siedepunkt des Sauerstoffs	–182,97 °C	Erstarrungspunkt des Silbers	+ 960,8 °C
Siedepunkt des Stickstoffs	–196,00 °C	Erstarrungspunkt des Goldes	+1063,0 °C

4.11 Wärmeausdehnung von Körpern und Gasen

Fast alle Körper dehnen sich bei Erhöhung ihrer Temperatur aus und schrumpfen bei Temperaturabnahme. Abweichend davon verhält sich Wasser, es hat bei +4 °C seine größte Dichte und dehnt sich sowohl bei Über- als auch bei Unterschreitung dieser Temperatur aus

Homogene Körper dehnen sich gleichmäßig in alle Richtungen (Volumendehnung). In vielen Fällen interessiert nur die Dehnung in bestimmter Richtung (Flächendehnung, Längendehnung). Wird die Längendehnung bzw. Volumenänderung eines Körpers bei Temperaturänderung behindert, so treten Spannungen im Körper auf.

Linearer thermischer Ausdehnungskoeffizient

Der lineare thermische Ausdehnungskoeffizient α ist bei festen Körpern die relative Längenänderung je Grad Temperaturerhöhung. Damit ist die Längenänderung eines Körpers:

$$\Delta l = l_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

Δl = Längenänderung
l_0 = Ausgangslänge
α = Thermischer Längenausdehnungskoeffizient
ΔT = Temperaturerhöhung

Durch eine Temperaturerhöhung ΔT ergibt sich am Körper:

Bei freier Ausdehnung

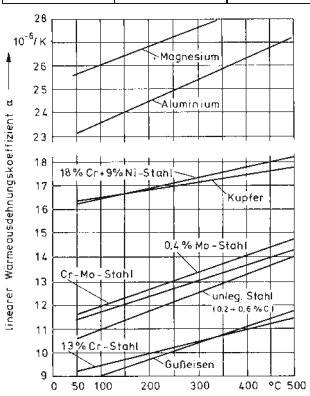
$$\varepsilon_{\Delta T} = \Delta l / l_0 = \alpha \cdot \Delta T$$

Bei Dehnungsbehinderung

$$\sigma_{\Delta T} = E \cdot \varepsilon_{\Delta T} = E \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

Längenausdehnungskoeffizienten bei 20 °C

Stoff	α in 10^{-6}/K	Stoff	α in 10^{-6}/K	Stoff	α in 10^{-6}/K
Gusseisen	9 . . . 10	Kupfer	16 . . . 17	Thermoplaste	70 . . . 250
Unleg. Stahl	11 . . . 12	Aluminium	23 . . . 24	Mauerwerk	5 . . . 8
Cr-Mo-Stahl	12 . . . 13	Magnesium	25,5	Bruchsteine	3
Cr-Ni-Stahl	16 . . . 17	Duroplaste	10 . . . 80	Glas	8 . . . 10



Temperaturabhängigkeit von α bei Stählen und Nichteisenmetallen.

Der Längenausdehnungskoeffizient ist temperaturabhängig (siehe nebenstehendes Diagramm).

Raumausdehnungskoeffizient

Der Raumausdehnungskoeffizient eines festen, flüssigen oder gasförmigen Körpers ist die relative Volumenänderung je Grad Temperaturerhöhung. Damit ist die Volumenänderung:

$$\Delta V = V_0 \cdot \beta \cdot \Delta T$$

Bei homogenen, festen Körpern ist

$$\beta = 3 \cdot \alpha .$$

Bei Gasen hat der Raumausdehnungskoeffizient bei konstantem Druck und bezogen auf das Volumen V_0 bei 0 °C für alle Gase und Temperaturen denselben Wert

$$\beta = \frac{1}{V_0} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta T} = \frac{1}{273{,}15\,K} .$$

Flächenausdehnungskoeffizient

Die Flächenausdehnung kann durch den Volumenausdehnungskoeffizienten beschrieben werden

$$\Delta A = A_0 \cdot \frac{2}{3} \cdot \beta \cdot \Delta T .$$

4.12 Ähnlichkeitskennzahlen

Art der Ähnlichkeit	Maßstabsfaktoren (Invariante)	Name der Kennzahl	Definition	Ähnlichkeit des physikalischen Sachverhalts
Geometrisch (Länge)	$\varphi_L = \frac{L_1}{L_0}$	–	–	Alle Längen sind bei gleichem Maßstab ähnlich (Storchenschnabel)
Kinematisch (Länge) (Zeit)	φ_L, φ_t	Mach	$Ma = \frac{v}{c_s}$	Ähnlichkeit der kinematischen Bewegungsgrößen c_s = Schallgeschwindigkeit
Statisch (Länge) (Kraft)	$\varphi_F = \frac{\rho_1}{\rho_0} \cdot \varphi_L^3$	–	–	Ähnlichkeit der Gewichtskräfte (konstante Erdbeschleunigung)
	φ_L, φ_F	Hooke	$Ho = \frac{F}{E \cdot L^2}$	Alleinige Wirkung von elastischen Kräften (Gleichheit der Dehnungen)
Dynamisch (Länge) (Zeit) (Kraft)	φ_L, φ_t, φ_F	Newton	$Ne = \frac{F}{\rho \cdot v^2 \cdot L^2}$	Ähnlichkeit bei alleiniger Wirkung von Trägheitskräften
		Cauchy	$Ca = \frac{v}{\sqrt{E/\rho}}$	Ähnlichkeit bei Vorliegen von Trägheits- und Elastizitätskräften
		Froude	$Fr = \frac{v^2}{g \cdot L}$	Ähnlichkeit bei Vorliegen von Trägheitskräften und Schwerkräften
		Reynolds	$Re = \frac{v \cdot L}{\nu}$	Trägheitskräfte und Reibungskräfte von Newton'schen Flüssigkeiten
		Weber	$We = \frac{\rho \cdot v^2 \cdot L}{\sigma}$	Trägheitskräfte und Oberflächenkräfte (σ = Oberflächenspannung)
		Euler	$Eu = \frac{\Delta p}{\rho \cdot v^2}$	Strömungsprobleme, bei denen Druck- und Trägheitskräfte überwiegen
Thermisch (Länge) (Zeit) (Temperatur)	φ_L, φ_t, φ_ϑ	Péclet	$Pe = v \cdot L\left(\frac{\rho \cdot c}{\lambda}\right)$	Ähnliche Strömungsvorgänge hinsichtlich Wärmeleitung
		Prandtl	$Pr = \frac{P_e}{R_e} = \nu \cdot \left(\frac{\rho \cdot c}{\lambda}\right)$	Strömungsvorgänge mit Wärmeleitung und Konvektion
		Nußelt	$Nu = \frac{\alpha \cdot L}{\lambda}$	Wärmeübergang zwischen zwei Stollen
		Fourier	$Fo = \left(\frac{\lambda}{\rho \cdot c}\right) \cdot \frac{t}{L^2}$	Ähnliche instationäre Wärmeleitungsvorgänge

L = Länge	m	E = Elastizitätsmodul	N/m^2	α = Wärmeübergangszahl	$W/(m^2K)$
t = Zeit	s	ρ = Dichte	kg/m^3	λ = Wärmeleitfähigkeit	$W/(m \cdot K)$
F = Kraft	N	v = Geschwindigkeit	m/s	ν = kinemat. Zähigkeit	m^2/s
ϑ = Temperatur	K	g = Erdbeschleunigung	m/s^2	c = spez. Wärmekapazität	$J/(kg \cdot K)$

5 Chemie

5.1 Das Periodensystem der Elemente

[ ] Atommasse des stabilsten Isotops

H und N: Haupt- und Nebengruppe

Periode	1. Gruppe		2. Gruppe		3. Gruppe		4. Gruppe	
	H	N	H	N	H	N	H	N
1.	1 **H** Wasserstoff 1.008							
2.	3 **Li** Lithium 6.941		4 **Be** Beryllium 9.012		5 **B** Bor 10.81		6 **C** Kohlenstoff 12.01	
3.	11 **Na** Natrium 22.99		12 **Mg** Magnesium 24.31		13 **Al** Aluminium 26.98		14 Si Silizium 28.09	
4.	19 **K** Kalium 39.10	29 **Cu** Kupfer 63.55	20 **Ca** Kalzium 40.08	30 **Zn** Zink 65.38	31 **Ga** Gallium 69.72	21 **Sc** Skandium 44.96	32 **Ge** Germanium 72.59	22 **Ti** Titan 47.90
5.	37 **Rb** Rubidium 85.47	47 **Ag** Silber 107.9	38 **Sr** Strontium 87.62	48 **Cd** Kadmium 112.4	49 **In** Indium 114.8	39 **Y** Yttrium 88.91	50 **Sn** Zinn 118.7	40 **Zr** Zirkonium 91.22
6.	55 **Cs** Cäsium 132.9	79 **Au** Gold 197.0	56 **Ba** Barium 137.3	80 **Hg** Quecksilber 200.6	81 **Ti** Thallium 204.4	57 **La** Lanthan 138.9	* 82 **Pb** Blei 207.2	72 **Hf** Hafnium 178.5
7.	87 **Fr** Francium [223]		88 **Ra** Radium [226]			89 **Ac** Aktinium [227]	* *	104 **Ku** Kurtschatovium [260]

* Lanthaniden

58 **Ce** Cer 140.1	59 **Pr** Praseodym 140.9	60 **Nd** Neodym 144.2	61 **Pm** Promethium [145]	62 **Sm** Samarium 150.4	63 **Eu** Europium 152.0	64 **Gd** Gadolinium 157.3

‡ Aktiniden

90 **Th** Thorium 232.0	91 **Pa** Protaktinium [231]	92 **U** Uran 238.0	93 **Np** Neptunium [237]	94 **Pu** Plutonium [244]	95 **Am** Americium [243]	96 **Cm** Curium [247]

5.1 **Das Periodensystem der Elemente** (Fortsetzung)

[ ] Atommasse des stabilsten Isotops

H und N: Haupt- und Nebengruppe

5. Gruppe		6. Gruppe		7. Gruppe		8. Gruppe	
H	N	H	N	H	N	H	N
						2 **He** Helium 4.003	Ordnungszahl, Symbol, Name relative Atommasse
7 **N** Stickstoff 14.01		8 **O** Sauer- stoff 16.00		9 **F** Fluor 19.00		10 **Ne** Neon 20.18	
15 **P** Phosphor 30.97		16 **S** Schwefel 32.06		17 **Cl** Chlor 35.45		18 **Ar** Argon 39.95	
33 **As** Arsen 74.92	23 **V** Vanadium 50.94	34 **Se** Selen 78.96	24 **Cr** Chrom 52.00	35 **Br** Brom 79.90	25 **Mn** Mangan 54.94	36 **Kr** Krypton 83.80	26 **Fe** Eisen 55.85 27 **Co** Kobalt 58.93 28 **Nl** Nickel 58.70
51 **Sb** Antimon 121.8	41 **Nb** Niob 92.91	52 **Te** Tellur 127.6	42 **Mo** Molyb- dän 95.94	53 **J** Jod 126.9	43 **Tc** Techne- tium [97]	54 **Xe** Xenon 131.3	44 **Ru** Ruthe-nium 101.1 45 **Rh** Rho-dium 102.9 46 **Pd** Palla-dium 106.4
83 **Bi** Wismut 209.0	73 **Ta** Tantal 180.9	84 **Po** Polo- nium [209]	74 **W** Wolf- ram 183.9	85 **At** Astat [210]	75 **Re** Rhenium 186.2	86 **Rn** Radon [222]	76 **Os** Osmium 190.2 77 **Ir** Iridium 192.2 78 **Pt** Platin 195.1
	105 [261]		106 [263]				

65 **Tb** Terbium 158.9	66 **Dy** Dysprosium 162.5	67 **Ho** Holmium 164.9	68 **Er** Erbium 167.3	69 **Tm** Thulium 168.9	70 **Yb** Ytterbium 173.0	71 **Lu** Lutetium 175.0

97 **Bk** Berkelium [247]	98 **Cf** Kalifornium [251]	99 **Es** Einsteinium [254]	100 **Fm** Fermium [257]	101 **Md** Mendelevium [258]	102 **No** Nobelium [259]	103 **Lr** Lawrencium [260]

5.2 Chemische Elemente

Element	Symbol	Ordnungszahl	relative Atommasse	Dichte ρ g/cm³	Schmelztemperatur °C	Siedetemperatur °C	Wärmeleitfähigkeit λ W/m K	Wärmekapazität c_p kJ/kg K
Actinium	Ac	89	(227)	–	1 050	3 200	–	0,12
Aluminium	Al	13	26,98	2,70	660	2 450	238	0,88
Americum	Am	95	(243)	11,7	>850	2 600	–	0,14
Antimon	Sb	51	121,75	6,68	631	1 380	19	0,21
Argon	Ar	18	39,95	1,40 (l)	–189	–186	0,02	0,52
Arsen	As	33	74,92	5,72	817*	613	–	0,33
Astat	At	85	(210)	–	302	335	–	0,14
Barium	Ba	56	137,34	3,50	714	1 640	–	0,29
Berkelium	Bk	97	(247)	–	–	–	–	–
Beryllium	Be	4	9,01	1,85	1 280	2 480	168	1,02
Bismut	Bi	83	208,98	9,8	271	1 560	8,1	0,12
Blei	Pb	82	207,2	11,4	327	1 740	35	0,13
Bor	B	5	10,81	2,34	(2 030)	3 900	–	1,04
Brom	Br	35	79,90	3,12	–7	58	–	0,45
Cadmium	Cd	48	112,40	8,65	321	765	96	0,23
Caesium	Cs	55	132,91	1,87	29	690	–	0,22
Calcium	Ca	20	40,08	1,55	838	1 490	130	0,66
Californium	Cf	98	(251)	–	–	–	–	–
Cer	Ce	58	140,12	6,78	795	3 470	10,9	0,18
Chlor	Cl	17	35,45	1,56 (l)	–101	–35	0,008	0,47
Chrom	Cr	24	52,00	7,19	1 900	2 642	69	0,44
Cobalt	Co	27	58,93	8,90	1 490	2 900	96	0,43
Curium	Cm	96	(247)	7	–	–	–	–
Dysprosium	Dy	66	162,50	8,54	1 410	2 600	10	0,17
Einsteinium	Es	99	(254)	–	–	–	–	–
Eisen	Fe	26	55,85	7,86	1 540	3 000	72	0,44
Erbium	Er	68	167,26	9,05	1 500	2 900	9,6	0,17
Europium	Eu	63	151,96	5,26	826	1 440	–	0,17
Fermium	Fm	100	(253)	–	–	–	–	–
Fluor	F	9	19,00	1,51 (l)	–220	–188	0,02	0,83
Francium	Fr	87	(223)	–	(27)	(680)	–	0,14
Gadolinium	Gd	64	157,25	7,89	1 310	3 000	8,8	0,23
Gallium	Ga	31	69,72	5,91	30	2 400	40	0,37
Germanium	Ge	32	72,59	5,32	937	2 830	62	0,31
Gold	Au	79	196,97	19,3	1 063	2 970	314	0,13
Hafnium	Hf	72	178,49	13,1	2 000	5 400	93	0,14
Helium	He	2	4,003	0,15 (l)	–270	–269	0,16	5,23
Holmium	Ho	67	164,93	8,80	1 460	2 600		0,16
Indium	In	49	114,82	7,31	156	2 000	24	0,23
Iod	I	53	126,90	4,94	114	183	0,43	0,22
Iridium	Ir	77	192,22	22,5	2 450	4 500	58	0,13

5.2 **Chemische Elemente** (Fortsetzung)

Element	Symbol	Ordnungszahl	relative Atommasse	Dichte ρ / g/cm³	Schmelztemperatur °C	Siedetemperatur °C	Wärmeleitfähigkeit λ / W/m K	Wärmekapazität c_p / kJ/kg K
Kalium	K	19	39,10	0,86	64	760	97	0,76
Kohlenstoff	C	6	12,01	2,26	3 730	4 830	168	0,65
Krypton	Kr	36	83,80	2,16 (l)	–157	–152	0,01	0,25
Kupfer	Cu	29	63,55	8,96	1 083	2 600	398	0,38
Lanthan	La	57	138,91	6,17	920	3 470	13,8	0,20
Lawrencium	Lr	103	(256)	–	–	–	–	–
Lithium	Li	3	6,94	0,53	180	1 330	71	3,6
Lutetium	Lu	71	174,97	9,84	1 650	3 330	–	–
Magnesium	Mg	12	24,31	1,74	650	1 110	171	1,01
Mangan	Mn	25	54,94	7,43	1 250	2 100	30	0,47
Mendelevium	Md	101	(258)	–	–	–	–	–
Molybdän	Mo	42	95,94	10,2	2 610	5 560	142	0,24
Natrium	Na	11	22,99	0,97	98	892	138	1,22
Neodym	Nd	60	144,24	7,00	1 020	3 030	16	0,19
Neon	Ne	10	20,18	1,20 (l)	–249	–246	0,05	1,03
Neptunium	Np	93	237,05	20,4	640	–	57	–
Nickel	Ni	28	58,71	8,90	1 450	2 730	61	0,43
Niob	Nb	41	92,91	8,55	2 420	4 900	52	0,27
Nobelium	No	102	(256)	–	–	–	–	–
Osmium	Os	76	190,2	22,4	3 000	5 500	87	0,13
Palladium	Pd	46	106,4	12,0	1 550	3 125	69	0,25
Phosphor	P	15	30,97	1,82	44	280	–	0,67
Platin	Pt	78	195,09	21,4	1 770	3 825	71	0,13
Plutonium	Pu	94	(244)	19,8	640	3 230	9	–
Polonium	Po	84	(209)	9,4	254	962	–	0,13
Praseodym	Pr	59	140,91	6,77	935	3 130	12	0,19
Promethium	Pm	61	(145)	–	(1030)	(2 730)	–	0,19
Protactinium	Pa	91	231,04	15,4	(1230)	–	–	0,12
Quecksilber	Hg	80	200,59	13,53	–39	357	8,1	0,14
Radium	Ra	88	226,03	5	700	1 530	–	0,12
Radon	Rn	86	(222)	4,4 (l)	–71	–62	–	0,09
Rhenium	Re	75	186,2	21,0	3 180	5 630	48	0,14
Rhodium	Rh	45	102,91	12,4	1 970	3 730	88	0,24
Rubidium	Rb	37	85,47	1,53	39	688	58	0,33
Ruthenium	Ru	44	101,07	12,2	2 300	3 900	106	0,25
Samarium	Sm	62	150,4	7,54	1 070	1 900	–	0,20
Sauerstoff	O	8	16,00	1,15 (l)	–219	–183	0,03	0,92
Scandium	Sc	21	44,96	3,0	1 540	2 730	63	0,56
Schwefel	S	16	32,06	2,07	113	–	0,26	0,68
Selen	Se	34	78,96	4,80	217	685	0,2	0,33
Silber	Ag	47	107,87	10,5	961	2 210	418	0,23

5.2 Chemische Elemente (Fortsetzung)

Element	Symbol	Ordnungszahl	relative Atommasse	Dichte ρ g/cm³	Schmelztemperatur °C	Siedetemperatur °C	Wärmeleitfähigkeit λ W/m K	Wärmekapazität c_p kJ/kg K
Silicium	Si	14	28,09	2,33	1 410	2 680	80	0,68
Stickstoff	N	7	14,01	0,81 (l)	–210	–196	0,02	1,04
Strontium	Sr	38	87,62	2,6	770	1 380	–	0,29
Tantal	Ta	73	180,95	16,6	3 000	5 430	55	0,12
Technetium	Tc	43	98,91	11,5	2 140	(4600)	–	0,25
Tellur	Te	52	127,60	6,24	450	1 390	1,2	0,21
Terbium	Tb	65	158,93	8,27	1 360	2 800	–	0,18
Thallium	Tl	81	204,37	11,85	303	1 460	50	0,13
Thorium	Th	90	232,04	11,7	1 700	4 200	38	0,14
Thulium	Tm	69	168,93	9,33	1 550	1 730	–	0,16
Titan	Ti	22	47,90	4,50	1 670	3 260	16	0,24
Uran	U	92	238,03	18,90	1 130	3 820	24	0,12
Vanadium	V	23	50,94	5,8	1 900	3 450	32	0,51
Wasserstoff	H	1	1,008	0,07 (l)	–259	–253	0,17	14,14
Wolfram	W	74	183,85	19,3	3 410	5 930	130	0,14
Xenon	Xe	54	131,30	3,5 (l)	–112	–108	0,005	0,16
Ytterbium	Yb	70	173,04	6,98	824	1 430	–	0,14
Yttrium	Y	39	88,91	4,5	1 500	2 930	14	0,29
Zink	Zn	30	65,37	7,14	419	906	113	0,39
Zinn	Sn	50	118,69	7,30	232	2 270	63	0,22
Zirconium	Zr	40	91,22	6,49	1 850	3 580	21	0,28

(l) Dichte, 25 °C, bei gasförmigen Substanzen 1013 hPa

Quelle: Christiani Datenbank, Dr.-Ing. P. Christiani GmbH

5.3 Schmelztemperaturen von Salzen für Salzbäder

Salz	Schmelztemperatur in °C	Salz	Schmelztemperatur in °C
Aluminiumchlorid	192	Kaliumchlorid	770
Eisen(III)-chlorid	304	Calciumchlorid	772
Kaliumnitrat	308	Natriumchlorid (Kochsalz)	800
Natriumnitrat	310	Lithiumfluorid	848
Zinkchlorid	313	Natriumcarbonat (Soda)	852
Kupfer(I)-chlorid	432	Kaliumfluorid	857
Lithiumcarbonat	461	Kaliumcarbonat	897
Bleichlorid	498	Bariumchlorid	955
Lithiumchlorid	614	Natriumfluorid	992
Kupfer(II)-chlorid	630	Calciumfluorid	1392

5.4 Bezeichnungen und Formeln technisch wichtiger chemischer Stoffe

Gewerbliche Bezeichnung	Chemische Benennung	Formel
Aceton	Aceton	$CH_2 \cdot CO \cdot CH_3$
Acetylen	Acetylen	C_2H_2
Alaun	Kaliumaluminiumsulfat	$KAl(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$
Ammoniak	Ammoniak	NH_3
Äther	Athyläther	$(C_2H_3)_2O$
Ätzkali	Kaliumhydroxid	KOH
Ätzkalk	Calciumhydroxid	$Ca(OH)_2$
Ätznatron	Natriumhydroxid	$NaOH$
Bauxit	Tonerdehydrat	$Al_2O_3 \cdot 2H_2O$
Benzin	Benzin	(C_nH_{2n+2})
Benzol	Benzol	C_6H_6
Bittersalz	Magnesiumsulfat	$MgSO_4 \cdot 7H_2O$
Bleiglätte	Bleioxid	PbO
Bleimennige	Bleimennige	Pb_3O_4
Bleiweiß	basisches Bleicarbonat	$Pb(OH)_2 \cdot 2PbCO_3$
Blutlaugensalz, gelbes	Kaliumferrocyanid	$K_4Fe(CN)_6 \cdot 3H_2O$
Blutlaugensalz, rotes	Kaliumferricyanid	$K_3Fe(CN)_6$
Borax	Natriumtetraborat	$Na_2B_4O_7 \cdot 10H_2O$
Borsäure	Borsäure	H_2BO_2
Braunstein	Mangandioxid	MnO_2
Bromsilber	Silberbromid	$AgBr$
Calciumcarbid	Calciumcarbid	CaC_2
Chilesalpeter	Natriumnitrat	$NaNO_3$
Chlorcalcium	Chlorcalcium	$CaCl_2 \cdot 6H_2O$
Chlorkalk	Chlorkalk	$CaCl(OCl)$
Dolomit	Calciummagnesiumcarbonat	$CaMg(CO_3)_2$
Eisenoxid	Eisenoxid	Fe_2O_3
Eisenvitriol	Ferrosulfat	$FeSO_4 \cdot 7H_2O$
Essig	Essigsäure	$C_3H_4O_2$
Fixiersalz	Natriumthiosulfat	$Na_2S_2O_3 \cdot 5H_2O$
Gips	schwefelsaures Calcium	$CaSO_4 \cdot 2H_2O$
Glaubersalz	Natriumsulfat	Na_2SO_4
Glycerin	Glycerin	$C_3H_8O_3$
Grubengas	Methan	CH_4
Kalilauge	Ätzkali in wäßriger Lösung	KOH
Kalk, gebrannter	Calciumoxid	CaO
Kalk, gelöschter	s. Ätzkalk	
Kalk, phosphorsaurer	Calciumphosphat	$Ca_3(PO_4)_2$
Kalkstein	Calciumcarbonat	$CaCO_3$
calzinierte Soda	Natriumcarbonat, wasserfrei	Na_2CO_3

5.4 Bezeichnungen u. Formeln technisch wichtiger chemischer Stoffe (Forts.)

Gewerbliche Bezeichnung	Chemische Benennung	Formel
Karborund	Siliciumcarbid	SiC
kaustische Soda	s. Ätznatron	
Kochsalz	Chlornatrium	$NaCl$
Kohlenoxid	Kohlenoxid	CO
Kohlensäure	Kohlendioxid	CO_2
Korund (Schmirgel)	Aluminiumoxid	Al_2O_3
Kreide	Calciumcarbonat	$CaCO_3$
Kupfervitriol	Kupfersulfat	$CuSO_4 \cdot 5H_2O$
Lithopone	Gemisch von Zinksulfid und Bariumsulfat	ZnS und $BaSO_4$
Lötwasser	wässrige Zinkchlorid-Lösung	$ZnCl_2$
Magnesia	Magnesiumoxid	MgO
Marmor	s. Kalkstein	
Mennige	s. Bleimennige	
Natron, doppelkohlensaures	Natriumbicarbonat	$NaHCO_3$
Natronlauge	Ätznatron in wässriger Lösung	$NaOH$
Phosphorsaurer Kalk	Calciumorthophosphat	$Ca_3(PO_4)_2$
Polierrot	Ferrioxid	Fe_2O_3
Porzellanton	Kaolin	$Al_2O_3 \cdot 2SiO_2 \cdot 2H_2O$
Pottasche	kohlensaures Kalium	K_2CO_3
Rost	Eisenoxidhydrat	$Fe(OH)_2$
Salmiak	Chlorammonium	NH_4Cl
Salmiakgeist	Ammoniak	NH_3
Salpetersäure	Salpetersäure	HNO_3
Salzsäure	Chlorwasserstoffsäure	HCl
Scheidewasser	s. Salpetersäure	
Schmirgel	s. Korund	
Schwefelsäure	Schwefelsäure	H_2SO_4
Schwefelwasserstoff	Schwefelwasserstoff	H_2S
Schweflige Säure	Schwefeldioxid	SO_2
Soda, kristallines	kohlensaures Natrium	Na_2CO_3
Tetra	Tetrachlorkohlenstoff	CCl_4
Tonerde	Aluminiumoxid	Al_2O_3
Tri	Trichloräthylen	C_2HCl_3
Vitriolöl	konzentrierte Schwefelsäure	H_2SO_4
Wasserglas	kieselsaures Natrium oder Kalium	Na_4SiO_4 o. Na_2SiO_2 K_4SiO_4 o. K_2SiO_3
Zink, salzsaures	Zinkchlorid, Chlorzink	$ZnCl_2$
Zinnchlorid, Chlorzinn	Zinnchlorid	$SnCl_4$
Zinnober	Mercurisulfid	HgS

5.5 **Stoffwerte einiger Flüssigkeiten** (rein und wasserfrei)

Stoff	Dichte		Schmelz-temperatur	Siede-temperatur	Wärmeleit-fähigkeit	Wärme-kapazität
	$\frac{\rho}{g/cm^3}$	bei °C	°C	°C	$\frac{\lambda}{W/m\ K}$	$\frac{c_p}{kJ/kg\ K}$
Aceton	0,791	20	–95,35	56,35	0,16	1,21
Anthrazenöl	1,05	15	–20	270…400	0,47	1,33
Benzin	0,72…0,73	15	–20…–50	40…200	0,13	2,1
Benzol	0,83	15	5,4	80	0,14	1,7
Dieselkraftstoff	0,83	15	–30	210…380	0,15	2,05
Diethylether (Äther)	0,72	20	–116	35	0,14	2,3
Essigsäure	1,05	20	16,7	118	–	2,03
Ethylacetat	0,975	20	–83,6	77,1	–	2,0
Ethylalkohol ~98%	0,80	15	–114	78,5	0,17… 23	2,33
Ethylchlorid	0,92	15	–139	12,5	0,16	1,79
Ethylenglykol	1,114	20	–17,4	197,2	0,25	2,4
Glycerin	1,26	20	19	290	0,29	2,43
Harzöl	0,96	20	–20	150…300	0,15	–
Heizöl EL	<0,86	20	–10	>175	0,14	2,07
Kochsalzlösung 20%ig	1,15	15	–18	108,8	0,59	3,43
Leinöl	0,93	20	–15	316	0,17	1,88
Maschinenöl	0,91	15	–5	380…400	0,125	1,80
Methylalkohol	0,80	15	–98	65	0,211	2,55
Methylenchlorid	1,335	20	–97	40,1	–	–
Petrolether	0,66	20	–160	40…70	0,138	1,76
Petroleum	0,81	15	–70	150…300	0,13	2,1
2-Propanol (Iso...)	0,79	20	–88	83	0,26	2,49
Quecksilber	13,55	15	–38,9	357,25	10	0,14
Rüböl	0,91	20	0	300	0,17	1,97
Salpetersäure	1,51	15	–41,3	86	0,26	1,72
Salzsäure (10%)	1,05	15	–14	102	0,50	3,14
Schwefelsäure	1,84	15	10,5	338	0,47	1,42
Siliconöl	0,94	20	–	–	0,22	1,09
Spiritus 95 Vol.-%[1)]	0,811	20	–90	78	0,16	2,43
Teer	1,2	20	–15	300	0,19	1,58
Terpentinöl	0,87	15	–10	160	0,10	1,80
Tetrachlorkohlenstoff	1,598	18	–22,8	46,3	–	0,845
Trichlorethylen	1,47	18	–83	86,8	–	0,95
Toluol	0,87	15	–97	110	0,14	1,48
Transformatorenöl	0,87	15	–5	170	0,13	1,88
Wasser (dest.)	1,00	4	0	100	0,60	4,19

1) Ethylalkohol vergällt.

Quelle: Christiani Datenbank, Dr. Ing. P. Christiani GmbH

5.6 Stoffwerte einiger fester Stoffe

Stoff	Dichte ϱ kg/dm³	Schmelztemperatur °C	Siedetemperatur °C	Wärmeleitfähigkeit λ W/m K	Wärmekapazität c_p kJ/kg K
Achat	2,5...2,8	≈1600	≈2590	10,68	0,79
Asphalt	1,1...1,5	80...100	≈300	0,69	0,92
Bariumchlorid (BaCl2)	3,10	956	1830	–	0,37
Basalt	2,9	–	–	1,67	0,86
Beton	1,8...2,45	–	–	0,8...1,4	0,87
Bleiglätte, Blei(II)-oxid	9,53	888	1580	–	0,21
Borax (wasserfrei)	1,72	741	–	–	0,99
Bronze (94 Cu, 6 Sn)	8,73	910	2300	64	0,37
Chrom(III)-oxid (Cr2O3)	5,22	2330	–	0,4 (pulv)	0,75
Diamant	3,51	–	–	–	0,52
Eis	0,92	–	100	2,3	2,1
Eisenoxidhydrat (Rost)	5,1	1565	–	0,58 (pulv)	0,67
Fette	0,92...0,94	30...175	≈300	0,2	0,62...0,79
Gips (CaSO4)	2,3	1200	–	0,34...0,46	1,1
Glas, Fenster	2,4 ...2,7	≈700	–	0,58...1,0	0,84
Glasfasermatten	0,03...0,2	≈700	–	0,04	0,84
Glimmer	2,6 ...3,2	≈1300	≈ 700	0,34	0,87
Granit	2,6 ...2,8	–	–	3,5	0,82
Graphit, rein	2,26	≈3830	≈4200	168	0,71
Grauguss	7,25	1150...1250	2500	≈52	≈0,5
Hartmetall K20	14,8	≈2000	≈4000	81,4	0,80
Heizleiterleg. 80 Ni, 20 Cr	8,3	1400	2300	14,6	0,50
Holz	0,5...0,8	–	–	0,17...0,34	2,1...2,9
Holzkohle	0,3...0,5	–	≈3540	0,08	1,0
Kalkstein ($CaCO_2$)	2,6...2,8	zerfällt in CaO und CO_2		2,2	0,91
Kesselstein	≈2,5	≈1200	–	0,12...2,3	0,79
Kochsalz (NaCl)	2,15	802	1440	–	0,92
Koks	1,6...1,9	–	–	0,183	0,84
Korund ($Al2O_3$)	3,9...4,0	2050	2700	12...23	0,96
Leder (trocken)	0,85...1,02	–	–	≈0,17	≈1,5
Mg-Legierungen	≈1,8	≈630	1500	46...140	–
Marmor ($CaCO_3$)	2,6...1,8	1290	zerfällt	2,1...3,5	0,88
Messing (63 Cu, 37 Zn)	8,5	900	–	116	0,38
Monelmetall	8,8	1240...1330	–	19,7	0,43
Porzellan	2,3...2,5	≈1600	–	0,8...1,0	0,80
Quarz	2,5...2,8	≈1400	2230	9,9	0,80
Rotguss (CuSn5 ZnPb)	8,8	950	2300	38	0,67
Ruß	1,7...1,8	–	–	0,07	0,84
Sand, trocken	1,2...1,6	1480	2230	0,6	0,80
Sandstein	2,2...2,5	~1500	–	2,3	0,71
Stahl niedr. leg.	7,8...7,86	1450...1530	2500	46...58	0,49
Stahl (18 Cr, 8 Ni)	7,9	1450	–	14	0,51
Stahl (18 W)	8,7	1450	–	26	0,42

Quelle: Christiani Datenbank, Dr.-Ing. P. Christiani GmbH

5.7 Stoffwerte einiger Gase und Dämpfe

Stoff	Dichte ϱ / kg/m³	η_{rel} / (Luft = 1)	Siedetemperatur °C	Wärmeleitfähigkeit λ / W/m K	Wärmekapazität c_p / kJ/kg K	$\varkappa = \frac{c_p}{c_x}$
Acetylen (Ethin)	1,17	0,91	–81	0,019	1,68	1,26
Ammoniak	0,77	0,60	–33,4	0,024	2,22	1,32
n-Butan	2,703	2,09	1	–	–	–
iso-Butan	2,67	2,06	–10	–	–	1,11
Chlorwasserstoff	1,939	1,27	–85	0,014	0,79	1,41
Cyan, (CN)2	2,33	1,80	–21,2	–	1,72	1,27
Erdgas (Methan)	0,718	0,64	–162	–	–	–
Ethan	1,356	1,049	–88	0,021	–	1,13
Ethylalkohol-Dampf	2,07	1,60	78,5	0,032	–	1,13
Ethylen, Ethen	1,26	0,98	–102	0,037	1,55	1,25
Fluorwasserstoff	0,893	0,713	19,5	–	–	–
Frigen 12 (Cl2F2)	5,08	3,93	–30	–	–	1,14
Generatorgas	1,22	0,94	–170	0,023	1,05	1,40
Gichtgas	1,28	0,99	–170	0,023	1,05	1,40
Kohlenmonoxid	1,25	0,97	–191	0,024	1,05	1,40
Kohlendioxid	1,98	1,52	–78,5	0,0153	0,88	1,30
Stadtgas (Leuchtgas)	0,56 . . . 0,61	0,47	–210	0,064	2,13	1,40
Luft	1,29	1	–192	0,026	1,00	1,40
Methylchlorid	1,545	1,2	–24,0	–	0,74	1,20
Ozon	2,14	1,65	–112	–	–	1,29
Propan	2,019	1,562	–45	–	–	1,14
Propylen (Propen)	1,915	1,481	–47	–	–	–
Schwefeldioxid	2,93	2,26	–10	0,010	0,63	1,40
Schwefelkohlenstoff	3,41	2,64	46	0,0072	0,67	1,19
Schwefelwasserstoff	1,539	1,191	–60,2	–	1,34	–
Wasserdampf bei 100 °C	0,598	0,62	100	0,0191	2,00	1,32

Quelle: Christiani Datenbank, Dr.-Ing. P. Christiani GmbH

5.8 Metallsalze im Wasser

Mindestmengen, die tödlich sind für Lebewesen

Art der Metalle	in 1 Liter Wasser	Art der Metalle	in 1 Liter Wasser
Kupfer	0,0033 g	Magnesium	1,5 g
Zink	0,0084 g	Calcium	2,4 g
Eisen(-oxidul)	0,0140 g	Kalium	0,1 g
Kadmium	0,0170 g	Natrium	24,17 g
Nickel	0,1250 g	Quecksilber	0,00029 g
Mangan	0,3 g		

Quelle: SKF-Taschenbuch

5.9 Elektrolytische Spannungsreihe

Angaben in Volt gegenüber einer Wasserstoffelektrode

Gold	+1,50	Indium, Thallium	–0,34
Chlor	+1,36	Kadmium	–0,40
Brom	+1,09	Eisen	–0,40
Platin	+0,87	Chrom	–0,56
Quecksilber	+0,86	Zink	–0,76
Silber	+0,80	Aluminium, oxydiert	–0,70 . . . 1,3
Jod	+0,58	Mangan	–1,1
Kupfer	+0,51	Aluminium, blank	–1,45
Arsen	+0,30	Magnesium	–1,55
Wismut	+0,23	Beryllium	–1,96
Antimon	+0,20	Calcium	–2,50
Wasserstoff	0,00	Natrium	–2,72
Blei	–0,13	Barium	–2,80
Zinn	–0,15	Kalium	–2,95
Nickel	–0,22	Lithium	–3,02
Kobalt	–0,29		

Berühren sich zwei Metalle in Gegenwart von Wasser, Säuren usw., so findet eine elektrolytische Zersetzung desjenigen Metalles statt, das in der elektrolytischen Spannungsreihe den niedrigsten Platz hat. Das unedlere Element korrodiert, das edlere wird geschützt.

5.10 Thermoelektrische Spannungsreihe

Bezugsmetall: Kupfer 0 °C
Angaben in mV für 100 °C Temperaturdifferenz

Chromnickel	+1,44	Manganin	–0,04
Eisen	+1,04	Aluminium	–0,36
Wolfram	+0,05	Platin	–0,76
Kupfer	0,00	Nickel	–2,26
Silber	–0,04	Konstantan	–4,16

6 Mechanik (Dynamik)

Die Mechanik setzt sich mit der ebenen und räumlichen Bewegung von Körpern auseinander und will Bewegungsvorgänge in Natur und Technik beschreiben. Für die Kinematik sind die Begriffe Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung kennzeichnend, für die Dynamik die Hinzunahme der Begriffe Kraft und Masse.

Alle dynamischen Bewegungsvorgänge basieren auf dem physikalischen Grundgesetz von NEWTON:

Kraft = Masse × Beschleunigung (translatorische Bewegung)
bzw. Moment = Trägheitsmoment × Winkelbeschleunigung (rotatorische Bewegung)

Es ist die Grundlage für alle beschleunigten Bewegungen von Körpern.

6.1 Größen und Einheiten in der Mechanik

Größe	Einheit	Größenbezeichnung	Bemerkungen
x, y, z	m	Kartesische Koordinaten	Rechtssystem
s	m	Weglänge, Kurvenlänge	s; (x, y, z)
v	m/s	Geschwindigkeit	$v = ds/dt$; $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$
a	m/s^2	Beschleunigung	$a = dv/dt$; $(\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$
A	m^2	Fläche	$1\ m^2 = 10^6\ mm^2$
E_p	J = Nm	Potentielle Energie	$E_p = m \cdot g \cdot h$ (Lage)
E_k	J = Nm	Kinetische Energie	$E_k = (m/2) \cdot v^2$
f	1/s	Frequenz (ω Kreisfrequenz)	$f = \omega/(2 \cdot \pi)$
F	N	Kraft	$F = m \cdot a$ (Newton)
F_G	N	Gewichtskraft	$F_G = m \cdot g$
g	m/s^2	Erdbeschleunigung	$g = 9{,}80665\ m/s^2$
H	Nms	Drehstoß	$H = \int M \cdot dt$
I	Ns	Kraftstoß	$I = \int F \cdot dt$
J	$kg\ m^2$	Trägheitsmoment	Massenmoment 2. Grades
L	$kg\ m^2/s$	Drall, Drehimpuls	$L = \int \omega\ dJ$; $L = J \cdot \omega$
m	kg	Masse	SI-Basiseinheit
M	Nm	Kraftmoment, Drehmoment	M = Kraft × Hebelarm
n	min^{-1}	Drehzahl	$n = 30 \cdot \omega/\pi$
p	kg m/s	Bewegungsgröße, Impuls	$p = \int v \cdot dm$; $p = m \cdot v$
p	$Pa = N/m^2$	Druck	$p = F/A$
P	W	Leistung	$P = W/t$
t	s	Zeit, Zeitspanne, Dauer	SI-Basiseinheit
V	m^3	Volumen	$1\ m^3 = 10^9\ mm^3$
W	Nm	Arbeit	$W = \int F \cdot ds$; $W = \int M \cdot d\varphi$
W_R	Nm	Reibungsarbeit, Energieverlust	$W_R = \int F_R \cdot ds$
η	1	Wirkungsgrad	$\eta = P_{eff}/P_{theor.}$
η	Pas	Dynamische Viskosität	$\tau = \eta \cdot dv/dh$ (Newton)
μ	1	Reibungszahl	$\mu = F_R/F_N$ (Coulomb)
ν	m^2/s	Kinematische Viskosität	$\nu = \eta/\rho$
ρ	kg/m^3	Dichte, Massendichte	$\rho = m/V$
φ	rad[1)]	Winkel, Drehwinkel	1 rad = 1 m/1 m
$\omega, \dot{\varphi}$	rad/s	Winkelgeschwindigkeit	$\omega = d\varphi/dt = \dot{\varphi}$
$\dot{\omega}, \ddot{\varphi}$	rad/s^2	Winkelbeschleunigung	$\dot{\omega} = d\omega/dt = \ddot{\varphi}$

1) Die Einheit kann durch „1“ ersetzt werden.

6.2 Die Bewegungsgleichungen

Das NEWTON'sche Grundgesetz für die beschleunigte Bewegung eines Körpers lautet

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Translation:} & \Sigma\vec{F}_S = m\cdot\vec{a}\\ \text{Rotation:} & \Sigma\vec{M}_S = J_S\cdot\dot{\vec{\omega}}\end{array}\right\}\ \text{für den Schwerpunkt „S“}$$

oder

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Rotation um den Momentanpol:} & \Sigma\vec{M}_{MP} = J_{MP}\cdot\dot{\vec{\omega}}\end{array}\right\}\ \text{für den Momentanpol „MP“}$$

Die Summe aller **äußeren** an einem Körper angreifenden Kräfte bzw. Momente ist gleich **Masse** × **Beschleunigung** bzw. **Trägheitsmoment** × **Winkelbeschleunigung** des Körpers.

Ansatz nach d'Alembert:
Fasst man bei der beschleunigten Bewegung eines Körpers die Trägheitskräfte $m\cdot\vec{a}$ und die Momente infolge der Trägheitswirkung $J\cdot\dot{\vec{\omega}}$ als äußere eingeprägte Kräfte bzw. Momente **(kinetische Reaktionen)** auf und schreibt

$$\Sigma\vec{F}_s \hat{+} (-m\vec{a}) = 0;\quad \Sigma\vec{F}_s \hat{+} \vec{F}_K = 0 \qquad\qquad \Sigma\vec{M}_S \hat{+} -(J_S\cdot\dot{\vec{\omega}}) = 0;\quad \Sigma\vec{M}_S \hat{+} \vec{M}_K = 0$$

so führt man das kinetische Problem auf ein statisches Gleichgewichtsproblem zurück, und es gelten die Grundgleichungen der Statik:

$$\Sigma\vec{F}^* = 0 \qquad \Sigma\vec{M}^* = 0$$

wobei in der Kräftesumme $\Sigma\vec{F}^*$ bzw. Momentensumme $\Sigma\vec{M}^*$ jeweils die kinetischen Reaktionen enthalten sind. Es ist dabei zu beachten, **dass die kinetischen Reaktionen immer entgegen der positiv festgesetzten Richtung der Beschleunigung anzusetzen sind.**

Richtlinien für das Aufstellen der Gleichgewichtsbeziehungen und das Lösen der Bewegungsgleichungen

1) Festlegung der Koordinaten im Schwerpunkt des Körpers und in zu erwartender Bewegungsrichtung. (Koordinaten für die **Translationsbewegung des Schwerpunktes und die Rotationsbewegung um den Schwerpunkt**).
2) **Antragen der kinetischen Reaktionen entgegen den positiv festgesetzten Richtungen der Beschleunigung**
   a) Trägheitskräfte
   b) Momente infolge Trägheitswirkung (soweit vorhanden)
3) **Antragen aller weiteren eingeprägten Kräfte** (äußere Kräfte, Gewichtskräfte) und Reaktionskräfte (Reibungskräfte, Auflagereaktionen)
4) Bildung des Kräftegleichgewichtes für alle Kräfte in Bewegungsrichtung einschließlich der kinetischen Reaktionen

   $\Sigma F_x^* = 0 \qquad \Sigma F_y^* = 0 \qquad$ (Ebene Bewegung)

   und Bildung des Momentengleichgewichtes um den Schwerpunkt, sofern der Körper neben der Translationsbewegung auch eine Rotationsbewegung um seinen Schwerpunkt vollführt

   $\Sigma M_{z(S)} = 0$

   unter Berücksichtigung der Vorzeichen.
5) Angabe geometrischer Beziehungen zwischen der Translations- und der Rotationsbewegung.
6) Gleichungen nach der gesuchten Beschleunigung auflösen.
   a) Beschleunigung = const oder f(t): elementar integrierbar unter Berücksichtigung der Randbedingungen
   b) Beschleunigung = f(Weg): einmal integrierbar $\ddot{x} = \dfrac{\dot{x}\cdot d\dot{x}}{dx};\quad \ddot{\varphi} = \dfrac{\dot{\varphi}\cdot d\dot{\varphi}}{d\varphi}$
   c) Beschleunigung = f(Weg): es kann ein Schwingungsvorgang vorliegen.

6.3 Einfache Bewegungsvorgänge

Bewegungsvorgang	Beziehungen	Weg-Zeit-Diagramme
Gleichförmige, geradlinige Bewegung. Beschleunigung $\ddot{x} = 0$ Anfangsbedingungen: s_0, v_0	$\ddot{x} = 0$ $\dot{x} = v_0 = \text{const.}$ $x = s(t) = v_0 \cdot t + s_0$	$s(t) = v_0 \cdot t + s_0$
Beschleunigte, geradlinige Bewegung. Beschleunigung $\ddot{x} = a$ Anfangsbedingungen: s_0, v_0	$\ddot{x} = a = \text{const.}$ $\dot{x} = v(t) = a \cdot t + v_0$ $x = s(t) = \frac{a \cdot t^2}{2} + v_0 \cdot t + s_0$	$s(t) = \frac{a \cdot t^2}{2} + v_0 \cdot t + s_0$
Freier Fall unter der Erdbeschleunigung. Beschleunigung $\ddot{x} = g$ Anfangsbedingung: Höhe h_0	$\ddot{x} = g$ $\dot{x} = v(t) = g \cdot t$ $x = s(t) = \frac{g \cdot t^2}{2}$ $t(h_0) = \sqrt{2 \cdot h_0 / g}$ Fallzeit $v(h_0) = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_0}$ Geschwindigkeit	$s(t) = \frac{g \cdot t^2}{2}$
Wurf senkrecht nach oben. Beschleunigung $\ddot{x} = -g$ Anfangsbedingung: v_0, $s_0 = 0$	$\ddot{x} = -g$ $\dot{x} = v(t) = -g \cdot t + v_0$ $x = s(t) = -\frac{g \cdot t^2}{2} + v_0 \cdot t$ $h = v_0^2/(2 \cdot g)$ Steighöhe $t(h) = v_0/g$ Steigzeit	$s(t) = -\frac{g \cdot t^2}{2} + v_0 \cdot t$ h t(h)
Schiefer Wurf unter dem Winkel α	$\ddot{x} = 0$ $\dot{x} = v_0 \cdot \cos\alpha$ $x = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t$ $\ddot{y} = -g$ $\dot{y} = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin\alpha$ $y = -g \cdot t^2/2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t$	x(t) y(t)
Bewegung auf schiefer Ebene, ohne Reibung ($\mu = 0$).	$\ddot{x} = g \cdot \sin\alpha = a$ $\dot{x} = v(t) = g \cdot \sin\alpha \cdot t$ $x = s(t) = g \cdot \sin\alpha \cdot t^2/2$ $t = 0$: $s_0 = 0$; $v_0 = 0$	$s(t) = g \cdot \sin\alpha \cdot t^2/2$
Bewegung auf schiefer Ebene, mit Reibung, Reibungswert μ.	$\ddot{x} = g \cdot (\sin\alpha - \mu \cdot \cos\alpha) = a$ $\dot{x} = v(t) = a \cdot t$ $x = s(t) = a \cdot t^2/2$ $t = 0$: $s_0 = 0$; $v_0 = 0$	$s(t) = \frac{a \cdot t^2}{2}$

6.4 Zusammenstellung der wichtigsten Kräfte der Kinetik

Kraft	Größe		Bemerkungen
Eingeprägte Kräfte	Eingeprägte Kräfte sind primäre Kräfte, die von außen auf einen Körper einwirken. Sie können sowohl bewegungsfördernd als auch -hemmend sein. In der Regel sind sie in ihren Bestimmungsstücken (Betrag, Richtung, Wirkungslinie) bekannt oder vorgegeben.		
Kraft, allgemein	F		Muskelkraft, Windkraft, Treibkräfte von Maschinen etc.
Massen-anziehungskraft	$F_M = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$	konservativ	Die Massenanziehungskraft zwischen zwei Massen ist proportional dem Produkt der Massen und umgekehrt proportional dem Quadrat ihres Schwerpunktabstandes. Der Proportionalitätsfaktor ist die universelle Gravitationskonstante, die ermittelt wurde zu $G = 6{,}672 \cdot 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$.
Schwerkraft Gewichtskraft	$F_G = m \cdot g$	konservativ	Aufgrund des Massenanziehungsgesetzes und unter Berücksichtigung der auf der Erdoberfläche durch die Rotation der Erde auftretenden Zusatzkraft (Zentrifugalkraft) ergibt sich in Erdnähe die Schwerkraft (Gewicht), der alle Körper unterliegen.
Schwerkraft bei größerer Entfernung h von der Erdoberfläche	$F_G = m g_0 \left(\frac{R_0}{R_0 + h}\right)^2$	konservativ	Bei größerer Entfernung vom Erdmittelpunkt ($h \gg R_0$) verringert sich die Schwerkraft mit dem Quadrat des Abstandes. $g_0 = 9{,}81\ m/s^2$; $R_0 = 6370 \cdot 10^3$ m.
Schwerkraft im Erdinneren	$F_G = m \cdot g_0 \cdot \frac{r}{R_0}$	konservativ	Unter Voraussetzung konstanter Erddichte verringert sich die Schwerkraft zum Erdzentrum hin linear mit dem Abstand vom Erdmittelpunkt.
Federkraft	$F_F = c \cdot w$	konservativ	Die Federkraft ergibt sich aus dem Produkt der Federkonstanten c und der Federauslenkung w. Sie wirkt entgegen der positiven Federauslenkung.
Gleitreibungskraft	$F_R = \mu \cdot F_N$	nicht konservativ	Die Gleitreibungskraft zwischen zwei Flächen (Coulombsche Reibung) ist proportional der wirkenden Normalkraft. Der Proportionalitätsfaktor ist der Gleitreibungskoeffizient μ. Die Gleitreibungskraft wirkt entgegen der relativen Geschwindigkeit der sich berührenden Flächen.
Dämpfungskraft	$F_D = b \cdot v$	nicht konservativ	Die Dämpfungskraft (Newton'sche Reibung) ist proportional der Geschwindigkeit und wirkt entgegen der positiven Geschwindigkeitsrichtung. Die Größe b [K · T/L] wird als Dämpfungskonstante bezeichnet.
Zwangs- oder Führungskräfte (Reaktionskräfte)	Die Zwangs- oder Führungskräfte werden durch die Einschränkung der Bewegungsmöglichkeit eines bewegten Körpers oder Systems von Körpern bedingt. Der Einfluss von reibungsfreien Führungen oder Leitkurven auf den Körper wird durch äußere Führungskräfte berücksichtigt, die normal auf den Leitkurven stehen.		
Zentripetalkraft gekrümmte Bahn Kreisbahn	$F_{ZP} = m \cdot \frac{v^2}{\rho}$ $F_{ZP} = m \cdot r \cdot \omega^2$		Bei der Bewegung eines Körpers auf einer gekrümmten Bahn erfährt er eine Beschleunigung, die Zentripetalbeschleunigung, die auf den Krümmungsmittelpunkt gerichtet ist. Die sie erzeugende Kraft bezeichnet man als Zentripetalkraft.

6.4 Zusammenstellung der wichtigsten Kräfte der Kinetik (Fortsetzung)

Kraft	Größe	Bemerkungen
Kinetische Reaktionen:	Die kinetischen Reaktionen stellen die Rückwirkung eines bewegten Körpers infolge von beschleunigenden oder verzögernden äußeren Kräften dar. Sie wirken immer den positiven Beschleunigungen entgegen. Fasst man die kinetische Reaktion des Körpers auch als eine am Körper angreifende äußere Kraft (fingierte Kraft) auf, so lässt sich das kinetische Problem auf ein statisches zurückführen und mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingungen behandeln (d'Alembertsches Prinzip).	
tangential zur Bahnkurve normal zur Bahnkurve Zentrifugalkraft: gekrümmte Bahn Kreisbahn	$F_{Kt} = -m \cdot \ddot{s}_t$ $F_{Kn} = -m \cdot \ddot{s}_n$ $F_{Kn} = -m \cdot \frac{v^2}{\rho}$ $F_{Kn} = -m \cdot r \cdot \omega^2$	Die kinetische Reaktion eines Körpers bei der beschleunigten Bewegung wirkt entgegen der positiven Richtung der Beschleunigung, die durch die eingeprägten Kräfte und Führungskräfte bewirkt wird. Bei der geführten Bewegung auf einer Bahnkurve ist es zweckmäßig, sie in Komponenten tangential und normal zur Bahnkurve zu zerlegen. Zu den kinetischen Reaktionen, die normal zur Bahnkurve wirken, gehört die Zentrifugalkraft.
Zusatzkräfte im beschleunigten Bezugssystem	Finden Bewegungsvorgänge in einem beschleunigten Bezugssystem statt, so ist es zweckmäßig, diese als **Relativbewegungen** gegenüber dem System vom Standpunkt eines mitbeschleunigten Beobachters aus zu untersuchen. Im beschleunigten Bezugssystem unterliegen alle Körper zusätzlichen Trägheitskräften (Scheinkräften), die vom Standpunkt des mitbeschleunigten Beobachters als äußere am Körper angreifende Kräfte aufgefasst werden können.	
Trägheitskraft im translatorisch beschleunigten Bezugssystem	$F_{Syst.} = -m \cdot a_{Syst.}$	Im translatorisch beschleunigten Bezugssystem (Systembeschleunigung $a_{Syst.}$) unterliegen alle Körper einer Trägheitskraft. Sie wirkt der positiven Richtung der Systembeschleunigung entgegen.
Trägheitskräfte im rotierenden Bezugssystem Zentrifugalkraft	$F_Z = m \cdot r \cdot \Omega^2$	Im rotierenden Bezugssystem (Winkelgeschwindigkeit Ω) unterliegen alle Körper einer zusätzlichen Trägheitskraft, der Zentrifugalkraft. Dem mitrotierenden Beobachter erscheint diese als eine vom Drehzentrum fortweisende, dem System eigentümliche Feldkraft entsprechend der Schwerkraft (Gewicht). Sie hat für ihn den Charakter einer konservativen eingeprägten Kraft, die allen freien Körpern eine Zentrifugalbeschleunigung in gleicher Richtung erteilt.
Corioliskraft	$F_C = 2 \cdot m \cdot v_{rel} \cdot \Omega \sin \alpha$	Die Corioliskraft tritt bei Relativbewegungen im rotierenden Bezugssystem auf. Sie steht senkrecht auf der von den Vektoren v_{rel} und Ω aufgespannten Ebene und weist in die Richtung, die sich im Sinne einer Rechtsschraube ergibt, wenn man den Vektor v_{rel} auf dem kürzesten Weg in die Richtung von Ω überführt. α ist der von den beiden Vektoren eingeschlossene Winkel. Bei geführter Bewegung eines Körpers im rotierenden Bezugssystem erfährt dieser eine Coriolisbeschleunigung in Richtung der Corioliskraft.

6.5 Der Energiesatz

Der Energiesatz der Mechanik besagt: In einem abgeschlossenen mechanischen System bleibt die Summe der Energien, bestehend aus potentieller Energie E_p, kinetischer Energie E_k und der Wärmemenge Q, konstant, wobei unter einem abgeschlossenen mechanischen System ein System zu verstehen ist, auf das **von außen** keine Kräfte wirken oder wenn Kräfte wirken, diese gegenüber den Kräften innerhalb des Systems vernachlässigbar klein sind. Außerdem wird dem System weder Wärme zu- noch abgeführt. Demnach lautet der Energiesatz:

$$E_p + E_k + Q = \text{const.}$$

Bei einem mechanischen System kann nur eine Zunahme der Wärmemenge auftreten und diese nur auf das Auftreten von Reibungsverlusten im System zurückzuführen sein. Für die Betrachtung zweier spezieller Zeitpunkte 1 und 2 eines Bewegungsablaufes gilt dann

$$E_{p1} + E_{k1} + Q_1 = E_{p2} + E_{k2} + Q_2 \qquad Q_2 - Q_1 = W_{R1,\,2}$$

Reibungsverluste auf dem Weg von 1 nach 2

so dass seine endgültige Formulierung lautet:

$$E_{p1} + E_{k1} = E_{p2} + E_{k2} + W_{R1,\,2}$$

Für ein konservatives System, in dem **keine Reibungsverluste** auftreten, ist:

$$E_{p1} + E_{k1} = E_{p2} + E_{k2}$$

Der Energiesatz lässt sich auch in folgender Form schreiben:

$$E_{k2} - E_{k1} = W_{1,\,2} - W_{R1,\,2}$$

d. h., die Änderung der kinetischen Energie zwischen zwei Punkten eines Bewegungsablaufes ist gleich der Arbeit, die längs des Weges von 1 nach 2 von den **eingeprägten** Kräften geleistet wird abzüglich der auf dem Wege von 1 nach 2 auftretenden Reibungsverluste.

Energieformen (Beispiele):

Kinetische Energie:

	$E_{k(S)} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_S^2$	Translationsenergie des Schwerpunktes
Für den Schwerpunkt	$E_{k(S)} = \frac{1}{2} \cdot J_s \cdot \omega^2$	Rotationsenergie um den Schwerpunkt
oder für den Momentanpol	$E_{k(MP)} = \frac{1}{2} \cdot J_{MP} \cdot \omega^2$	Reine Rotationsenergie für den Momentanpol

Potentielle Energie:

Potentielle Energie der Lage gegenüber einem Bezugsniveau im Erdschwerefeld

$$E_p = m \cdot g \cdot h \qquad \text{(h = Höhe über dem Bezugsniveau)}$$

Potentielle elastische Energie einer verformten Feder

Translationsfeder	$E_p = \frac{1}{2} \cdot c \cdot w^2$	c [K/L]
Torsionsfeder	$E_p = \frac{1}{2} \cdot c' \cdot \varphi^2$	c′ [K · L]

Arbeit:

Arbeit im veränderlichen Potentialfeld (Erdschwerefeld bei größeren Höhen)

$g(h) = g_0 \cdot R_0^2/(R_0 + h)^2$

$$W_{1,\,2} = \int_1^2 m \cdot g(h) \cdot dh$$

Verluste:

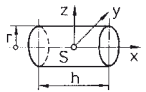
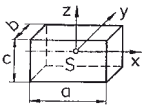
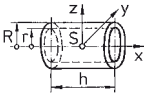
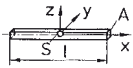
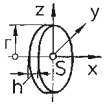
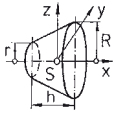
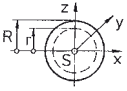
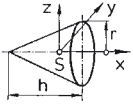
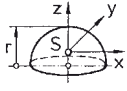
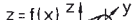
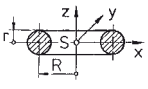
Äußere Reibungsverluste: $W_{R1,\,2} = F_N \cdot \mu \cdot s_{1,\,2}$

Innere Reibungsverluste: siehe Stoßgesetze (Energieverluste), Seite 91

6.6 Zusammenstellung der wichtigsten Energieformen der Kinetik

Energieart	Größe	Bemerkungen
	Kinetische Energien	
Translationsenergie des Massenschwerpunktes Rotationsenergie um den Massenschwerpunkt	$E_k = \frac{m}{2} \cdot v_s^2$ $E_k = \frac{1}{2} \cdot J_s \cdot \omega^2$	Die kinetische Gesamtenergie einer sich bewegenden Masse setzt sich aus der **Translationsenergie** bezogen auf die Schwerpunktsgeschwindigkeit und der **Rotationsenergie** um den **Schwerpunkt** zusammen.
Rotationsenergie um den Dreh- oder Momentanpol	$E_k = \frac{1}{2} \cdot J_{DP} \cdot \omega^2$ $E_k = \frac{1}{2} \cdot J_{MP} \cdot \omega^2$	Bei geführter Drehbewegung der Masse oder dann, wenn man den Momentanpol der Bewegung angeben kann, lässt sich die kinetische Gesamtenergie allein durch die **Rotationsenergie** um den Dreh- oder Momentanpol angeben.
	Potentielle Energien	
Energie der Lage im Erdschwerefeld	$E_p = m \cdot g \cdot h$	Die Energie der Lage einer Masse im konstanten Schwerefeld (Erdnähe) ist das Produkt aus Gewichtskraft und der Schwerpunktshöhe h über einem gewählten Bezugsniveau.
Elastische Verformungsenergie einer Feder Translationsfeder Drehfeder	$E_p = \frac{1}{2} \cdot c \cdot w^2$ $E_p = \frac{1}{2} \cdot c' \cdot \varphi^2$	Die bei der Verformung einer Feder geleistete Arbeit wird in Form von elastischer Energie in der Feder gespeichert. Die Energie ist von der Federkonstanten und der Auslenkung w bzw. Verdrehung φ der Feder abhängig.
Elastische Energie von Trägern und Stäben bei Verformung durch: Normalkräfte Biegemomente Torsionsmomente	$E_p = \frac{1}{2} \int \frac{N^2}{E \cdot A} dx$ $E_p = \frac{1}{2} \int \frac{M_b^2}{E \cdot I_a} dx$ $E_p = \frac{1}{2} \int \frac{M_t^2}{G \cdot I_p} dx$	Wird ein Träger oder ein Stab durch äußere Kräfte elastisch verformt, so ist die von den inneren Spannungen längs der von diesen erzeugten Verschiebungen geleistete Arbeit gleich der im Stab oder Träger gespeicherten elastischen Energie. Im allgemeinen lässt sich die elastische Verformungsenergie durch die Federkonstante und die Auslenkung bzw. Verdrehung an der Stelle der Verformung angeben
Energie der Lage im Zentrifugalfeld	$E_p = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot \Omega^2 \cdot r^2$	Im rotierenden System existiert für den beschleunigten Beobachter ein Kraftfeld (Zentrifugalfeld), dessen Stärke vom Drehzentrum nach außen zunimmt. Die Energie der Lage wird auf die Drehachse bezogen.
	Energieverluste	
Energieverlust durch Gleitreibungskräfte	$W_{R1,2} = F_N \cdot \mu \cdot s_{1,2}$	Beim Vorhandensein von Gleitreibungskräften (Widerstandskräften) wird von diesen längs des wirkenden Weges $s_{1,2}$ Reibungsarbeit geleistet, die als Wärme in Erscheinung tritt und für den mechanischen Bewegungsablauf verloren ist.
Energieverlust beim unvollkommenen elastischen Stoß	$W_{R1,2} =$ $= \frac{1}{2}(1-e^2)(V_1 - V_2)^2 \cdot$ $\cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$	Beim unvollkommen elastischen Stoß von Körpern treten Energieverluste durch innere Werkstoffreibung auf. Siehe hierzu Abschnitt: Stoß fester Körper.

6.7 Massenmomente 2. Grades von homogenen Körpern

Kreiszylinder 	$m = \rho \pi r^2 h$ $J_x = \frac{mr^2}{2}$ $J_y = J_z = \frac{m(3r^2 + h^2)}{12}$	**Quader** 	$m = \rho a b c$ $J_x = \frac{m(b^2 + c^2)}{12}$ $J_y = \frac{m(a^2 + c^2)}{12}$ $J_z = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$
Hohlzylinder 	$m = \rho \pi (R^2 - r^2) h$ $J_x = \frac{m(R^2 + r^2)}{2}$ $J_y = J_z = \frac{m(R^2 + r^2 + h^2/3)}{4}$	**Dünner Stab** 	$m = \rho A l$ $J_y = J_z = \frac{ml^2}{12}$
Dünne Scheibe 	$m = \rho \pi r^2 h$ $h \ll r$ $J_x = \frac{m\, r^2}{2}$ $J_y = J_z = \frac{m\, r^2}{4}$	**Kugel**	$m = \rho \frac{4}{3} \pi r^3$ $J_x = J_y = J_z = \frac{2}{5} mr^2$
Kreiskegelstumpf 	$m = \rho \frac{1}{3} \pi h (R^2 + Rr + r^2)$ $J_x = \frac{3}{10}\, m\, \frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}$	**Hohlkugel** 	$m = \rho \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3)$ $J_x = J_y = J_z =$ $= \frac{2}{3} mr^2$
Kreiskegel 	$m = \rho \pi r^2 h/3$ $J_x = \frac{3}{10}\, mr^2$ $J_y = J_z = \frac{3m(4r^2 + h^2)}{80}$	**Halbkugel** 	$m = \rho \frac{2}{3} \pi$ $J_x = J_y = \frac{83}{320} mr^2$ $J_z = \frac{2}{5} mr^2$
Beliebiger Rotationskörper 	$m = \rho \pi \int_{x_1}^{x_2} f^2(x) dx$ $J_x = \frac{1}{2} \rho \pi \int_{x_1}^{x_2} f^4(x) dx$	**Kreistorus** 	$m = \rho 2\pi^2 r^2 R$ $J_x = J_y = \frac{m(4R^2 + 5r^2)}{8}$ $J_z = \frac{m(4R^2 + 3r^2)}{4}$

6.8 Der Impulssatz

Durch Integration der dynamischen Grundgleichung für die Bewegung einer Masse m, die unter der Wirkung einer äußeren resultierenden konstanten Kraft $\vec{F}$ steht:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m \cdot \vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad m = \text{const.}$$

über die Wirkungsdauer dieser Kraft ergibt sich:

$$\int_{t_0}^{t_1} \vec{F} \cdot dt = \vec{F} \cdot (t_1 - t_0) = m \cdot (\vec{v}_1 - \vec{v}_0) = \vec{p}_1 - \vec{p}_0 \,.$$

Man bezeichnet diese Beziehung als Impulssatz und die Größe $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ als **Bewegungsgröße** oder **Impuls** der Masse m. Aufgrund dieses Impulssatzes lassen sich folgende zwei Aussagen machen:

a) Das bestimmte Zeitintegral über die an einer Masse m angreifende äußere resultierende Kraft $\vec{F}$ ist gleich der Änderung des **absoluten** Impulses $m \cdot \vec{v}$ – oder der Bewegungsgröße $\vec{p}$ – der Masse in Richtung dieser Kraft.

b) Wirkt **keine äußere resultierende Kraft** auf die Masse m ein, so bleibt ihre Bewegungsgröße $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ nach Größe und Richtung konstant, denn für $\vec{F} = 0$ folgt $d\vec{p}/dt = 0$ und damit $\vec{p} =$ const. Diese Aussage lässt sich auch auf ein System von mehreren Massen erweitern:

   Wirkt keine äußere resultierende Kraft auf ein System von Körpern ein, so bleibt der Gesamtimpuls des Systems nach Größe und Richtung konstant, d. h. der Gesamtschwerpunkt des Systems bleibt entweder in Ruhe oder bewegt sich gleichförmig und geradlinig.

6.9 Der Drehimpulssatz

Analoge Aussagen lassen sich über die Wirkung eines äußeren resultierenden Momentes auf die Bewegung einer Drehmasse mit dem Trägheitsmoment J_0 bezüglich ihres Drehpunktes „0“ machen. Aus der dynamischen Grundgleichung für die Bewegung einer Masse m folgt für die Bewegung einer Drehmasse J_0 um einen Bezugspunkt 0 unter der Wirkung eines äußeren resultierenden Momentes

$\vec{M}_0 = \vec{r} \times \vec{F}$ ($\vec{r}$ = Vektor vom Bezugspunkt 0 zum Angriffspunkt der äußeren resultierenden Kraft)

$$\vec{M}_0 = J_0 \cdot \dot{\vec{\omega}} = J_0 \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d(J_0 \cdot \vec{\omega})}{dt} = \frac{d\vec{L}}{dt} \qquad J_0 = \text{const.}$$

Das Zeitintegral über die Wirkungsdauer dieses Momentes ist dann:

$$\int_{t_0}^{t_1} \vec{M}_0 \cdot dt = \vec{M}_0 (t_1 - t_0) = J_0 \cdot (\vec{\omega}_1 - \vec{\omega}_0) = \vec{L}_1 - \vec{L}_0$$

Diese Beziehung bezeichnet man als Impulsmomentensatz und die Größe $\vec{L} = J_0 \cdot \vec{\omega}$ als **Impulsmoment, Moment der Bewegungsgröße, Drehimpuls oder Drall** der Drehmasse J_0 um den Bezugspunkt 0.

Aufgrund des Impulsmomentensatzes lassen sich wiederum folgende zwei Aussagen machen:

a) Das Zeitintegral über das an der Drehmasse J_0 hinsichtlich eines Bezugspunktes 0 angreifenden resultierenden Momentes $\vec{M}_0$ der äußeren Kräfte ist gleich der Änderung des Drehimpulses $J_0 \cdot \vec{\omega}$ – oder des Dralles $\vec{L}$ – der Drehmasse in Richtung des wirkenden Momentes. Weist der resultierende Momentenvektor in die Richtung des Drehvektors $\vec{\omega}$ der Drehmasse, so bewirkt dieser eine Änderung des Dralles in seiner Größe, also eine reine **Drallgrößenänderung.**

Steht der Momentenvektor senkrecht zum Drehvektor $\vec{\omega}$ der Drehmasse, so bewirkt dieser eine Änderung des Dralles in seiner Richtung, also eine reine **Drallrichtungsänderung.** In diesem Fall verwendet man die Aussage des Impulsmomentensatzes in der Differentialform:

$$\vec{M}_a = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Die zeitliche Änderung des Dralles ist gleich dem Moment der **äußeren** Kräfte in Bezug auf einen beliebigen Bezugspunkt 0.

b) Greift **kein äußeres resultierendes Moment** an der Drehmasse J_0 an, so bleibt der Drehimpuls oder Drall $\vec{L} = J_0 \cdot \vec{\omega}$ nach **Größe und Richtung** im Raume konstant, denn für $\vec{M}_a = 0$ folgt $d\vec{L} = 0$ und damit $\vec{L}$ = const.

Diese Aussage lässt sich ebenfalls wieder auf ein System von einzelnen Drehmassen erweitern.

Bei der Untersuchung der Bewegung eines Körpers unter der Wirkung äußerer Kräfte und Momente ist es zweckmäßig, entweder den **Schwerpunkt** als Bezugspunkt für die Impulsmomente zu wählen und zusätzlich die Impulsänderung des Schwerpunktes anzugeben oder aber den **Dreh- oder Momentanpol** der Bewegung zu wählen, wobei bei geführter Bewegung eine Angabe der Dralländerung des Körpers um den Drehpol genügt. Da es sich sowohl beim Impuls als auch beim Drall um gerichtete Größen handelt, sind bei der Untersuchung der Bewegung eines Körpers nach Festlegung der positiven Bewegungsrichtungen (Koordinaten) ihre Vorzeichen und die Vorzeichen der wirkenden resultierenden äußeren Kräfte und Momente in der Rechnung zu beachten.

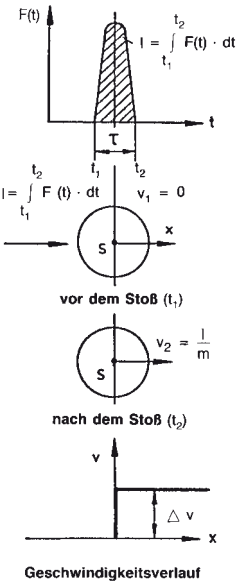
Da sich der Impulssatz und auch der Drehimpulssatz aus dem Zeitintegral über die Grundgleichung der Bewegung ergab und damit nichts anderes darstellt als die erste Integration der Bewegungsgleichung, ist es verständlich, dass sämtliche Bewegungsvorgänge, die sich mit Hilfe der Bewegungsgleichung erfassen lassen, auch mit Hilfe des Impuls- und Drehimpulssatzes untersucht werden können.

Besondere Bedeutung jedoch gewinnt der Impuls- und Drehimpulssatz für die sogenannten Stoßvorgänge, die sich mit Hilfe der einfachen dynamischen Grundgleichung der Bewegung nicht erfassen lassen, da hierbei im allgemeinen keine Aussage über die **Größe der wirkenden Stoßkraft** und über die **Stoßdauer** gemacht werden kann.

6.10 Stoßgesetze

6.10.1 Der zentrale Kraftstoß

Von einem Stoß spricht man dann, wenn auf einen Körper der Masse m während eines sehr kleinen Zeitraums τ eine große Kraft F(t) ausgeübt wird, und zwar derart, dass das Zeitintegral über die wirkende Kraft einen endlichen Wert annimmt. Dieses Zeitintegral bezeichnet man als Betrag des **Kraftstoßes.**



$$I = \int_{t_1}^{t_2} F(t) \cdot dt \qquad \tau = t_2 - t_1 \text{ Stoßdauer}$$

Eine Trennung von Kraft und Zeitdauer der Kraftwirkung ist im allgemeinen nicht möglich, d. h. der zeitliche Verlauf der wirkenden Kraft F(t) sowie die Stoßdauer τ lassen sich nicht getrennt ermitteln. Der Kraftstoß besitzt jedoch eine physikalische Realität insofern, als durch seine Wirkung eine **endliche Änderung der Geschwindigkeit** des Körpers und damit seiner Bewegungsgröße in Richtung der angreifenden Stoßkraft hervorgerufen wird. Aus der dynamischen Grundgleichung der Bewegung

$$F(t) = \frac{d(m \cdot v)}{dt}$$

folgt für das Zeitintegral über die wirkende Stoßkraft

$$I = \int_{t_1}^{t_2} F(t) \cdot dt = m \cdot v_2 - m \cdot v_1 = m \cdot \Delta v$$

(Δv = Geschwindigkeitsänderung des Körperschwerpunktes durch den Stoß).

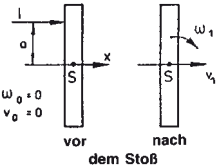
Durch derartige Kraftstöße werden demnach **„plötzliche“** Geschwindigkeitsänderungen und damit Impulsänderungen hervorgerufen. Die Geschwindigkeitsänderung des Körpers durch den Kraftstoß erfolgt in so kurzer Zeit, dass während dieser der vom Körper zurückgelegte Weg sehr klein, und zwar **praktisch Null** ist.

Der Einfluss der anderen äußeren Kräfte (Gewichte, Reibungskräfte etc.) kann während des Stoßvorganges gegenüber der Größe der Stoßkraft meistens vernachlässigt werden.

Wirkt der Kraftstoß „normal“ am Körper und in Richtung des Schwerpunktes S und greifen keine weiteren äußeren Stöße (auch Reaktionsstöße) an ihm in Stoßrichtung an, so erfolgt in Stoßrichtung eine plötzliche Änderung der Translationsgeschwindigkeit in der vorstehend angegebenen Weise.

6.10.2 Der Drehstoß

a) Ungeführte Bewegung



Wirkt der Kraftstoß nicht in Richtung des Schwerpunktes S des Körpers, sondern hat die Wirkungslinie des Kraftstoßes einen Abstand a vom Schwerpunkt, so bewirkt der Stoß neben der plötzlichen Änderung der Translationsgeschwindigkeit eine plötzliche Änderung der Winkelgeschwindigkeit und damit des Dralles oder Drehimpulses des Körpers durch den **Drehstoß** $H_S = a \cdot I$. Es gelten in diesem Fall die beiden Beziehungen für den Schwerpunkt des Körpers:

$$I = \int_{t_0}^{t_1} F(t) \cdot dt = m \cdot (v_1 - v_0) = m \cdot v_1$$

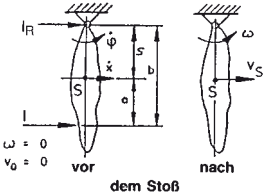
$$H_S = a \cdot \int_{t_0}^{t_1} F(t) \cdot dt = a \cdot I = J_S \cdot (\omega_1 - \omega_0) = J_S \cdot \omega_1$$

oder: $$H_{MP} = b \cdot \int_{t_0}^{t_1} F(t) \cdot dt = b \cdot I = J_{MP} \cdot (\omega_1 - \omega_0) = J_{MP} \cdot \omega_1$$

für die Dralländerung des Körpers um den **Momentanpol** durch den Drehstoß $H_{MP} = I \cdot b$ (b = Abstand der Wirkungslinie des Kraftstoßes I vom Momentanpol, **sofern sich dieser ermitteln lässt**).

b) Geführte Bewegung

Bei geführten Bewegungen lässt sich eine Beziehung zwischen der Schwerpunktsgeschwindigkeit und der Winkelgeschwindigkeit des Körpers angeben.



Wirken mehrere Kraftstöße – auch **Reaktionsstöße** – an einem Körper, so muss die Summe aller Kraftstöße gleich der Änderung des Impulses oder der Bewegungsgröße und das Gesamtmoment der Stöße, d. h. die Summe aller Drehstöße um den Schwerpunkt, muss gleich der Änderung des Dralles oder Drehimpulses um den Schwerpunkt des Körpers sein. Oder es muss das Gesamtmoment der Stöße um den Momentan- oder Drehpol gleich der Änderung des Dralles um diesen sein.

Es gilt zum Beispiel für den **Schwerpunkt:**

$$I + I_R = m \cdot v_S$$

$$I \cdot a - I_R \cdot (b - a) = J_S \cdot \omega; \qquad v_S = (b - a) \cdot \omega = s \cdot \omega$$

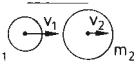
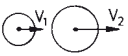
oder für den **Momentanpol**: $$I \cdot b = J_{MP} \cdot \omega; \qquad v_S = s \cdot \omega$$

In der Rechnung sind nach Festlegung der positiven Geschwindigkeitsrichtungen die Vorzeichen der Kraftstöße und Drehstöße zu beachten.

6.11 Stoßgesetze für den Stoß fester Körper

6.11.1 Gerader, zentraler Stoß

Ablauf des Stoßvorganges

	I. Vor dem Stoß	II. Augenblick größter Verformung der Körper	III. Nach dem Stoß
Positive Richtung →	$v_1 > v_2$ 		$V_1 < V_2$ 

Impulssatz:	$m_1v_1 + m_2v_2$	$=$	$(m_1 + m_2)V$	$= m_1V_1 + m_2V_2$
Energiesatz:	$\frac{m_1}{2}v_1^2 + \frac{m_2}{2}v_2^2$	$= \frac{(m_1 + m_2)}{2}V^2 + E_{pmax} + W_{R1,2}$		$= \frac{m_1}{2}V_1^2 + \frac{m_2}{2}V_2^2 + W_{R1,2}$

Stoßhypothese: $e\,(v_1 - v_2) = V_2 - V_1$

In der ersten Stoßperiode I→II erfolgt eine Verformung der beiden Körper solange, bis ihre Schwerpunkte den geringsten Abstand voneinander haben. In diesem Augenblick besteht Gleichheit ihrer Schwerpunktsgeschwindigkeiten. Sind die Körper vollkommen elastisch (e = 1), so wird die in Form von elastischer Verformungsenergie in den Körpern gespeicherte Energie in der zweiten Stoßperiode II→III wieder frei und in kinetische Energie umgewandelt. Bei vollkommen plastischem Stoß (e = 0) wird die Verformung nicht wieder rückgängig gemacht, und es entfällt die Stoßperiode II→III. Die Verformungsenergie tritt in diesem Fall in den Körpern als Wärme auf und ist für den weiteren Bewegungsablauf verloren. Der unvollkommen elastische Stoß (0 <e <1) liegt zwischen diesen beiden Grenzfällen.
Mit dem Erhaltungssatz des Impulses, dem Energiesatz und der Newtonschen Stoßhypothese lassen sich die Geschwindigkeiten der Körper nach dem Stoß und die auftretenden Verluste ermitteln.

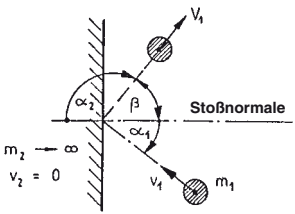
Stoßart	Geschwindigkeiten der Körper nach dem Stoß III	Potentielle elastische Energie im Augenblick der größten Verformung II	Energieverlust beim Stoß I→III bzw. I→II
Vollkommen elastischer Stoß e = 1 $V_2 - V_1 = v_1 - v_2$	$V_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}$ $V_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$	$E_{p\,max} = \frac{1}{2}(v_1 - v_2)^2 \cdot \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}$	$W_{R\,1,2} = 0$
Unvollkommen elastischer Stoß 0 <e <1 $V_2 - V_1 = e\,(v_1 - v_2)$	$V_1 = \frac{m_1v_1 + m_2v_2 - m_2(v_1 - v_2)e}{m_1 + m_2}$ $V_2 = \frac{m_1v_1 + m_2v_2 + m_1(v_1 - v_2)e}{m_1 + m_2}$	$E_{p\,max} = \frac{1}{2}e^2(v_1 - v_2)^2 \cdot \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}$	$W_{R\,1,2} = \frac{1}{2}(1 - e^2)(v_1 - v_2)^2 \cdot \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}$
Vollkommen plastischer Stoß e = 0 $V_1 = V_2 = V$	$V_1 = V_2 = V = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$	$E_{p\,max} = 0$	$W_{R\,1,2} = \frac{1}{2}(v_1 - v_2)^2\frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}$

Beim Auswerten der Beziehungen sind die Vorzeichen von v und V zu beachten!

6.11.2 Schiefer, zentraler Stoß

Beim schiefen, zentralen Stoß liegt wohl die Stoßnormale in der Verbindungslinie der beiden Körperschwerpunkte, die Geschwindigkeitsvektoren jedoch liegen nicht in ihr.

Treten in der Berührungsfläche der beiden Körper keine Reibungskräfte auf, so lassen sich die Beziehungen für den geraden, zentralen Stoß anwenden, wenn man die Komponenten der Geschwindigkeiten der Körper in Richtung der Stoßnormalen in die Beziehungen einsetzt. Tangential zur Berührungsfläche treten dann wegen fehlender Reibungskräfte keine Geschwindigkeitsänderungen der Körper auf. Für das nachstehende Beispiel gilt:



Tangential zur Stoßnormalen:

$$v_1 \cdot \sin\alpha_1 = V_1 \cdot \sin\alpha_2 = V_1 \cdot \sin\beta$$

In Richtung der Stoßnormalen:

$$V_1 \cdot \cos\alpha_2 = -e \cdot v_1 \cdot \cos\alpha_1 = e \cdot v_1 \cdot \cos\beta$$

Daraus folgt:

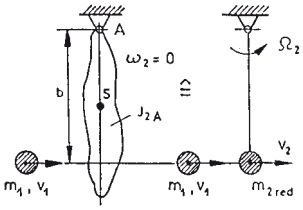
$$\tan\alpha_2 = -\frac{\tan\alpha_1}{e} = -\tan\beta$$

$$V_1 = -e\frac{v_1 \cdot \cos\alpha_1}{\cos\alpha_2}$$

6.11.3 Gerader, exzentrischer Stoß

a) Geführte Bewegung

In diesem Fall fallen die Geschwindigkeitsvektoren zwar in Richtung der Stoßnormalen, jedoch liegt diese nicht in der Verbindungslinie der Schwerpunkte der beiden Körper. Ist einer der beiden Körper (oder beide) drehbar geführt, so lassen sich ebenfalls die Stoßgesetze für den geraden, zentralen Stoß anwenden, wenn man die Drehmasse der geführten Körper auf die Stoßstelle reduziert. So gilt z. B. für das nachstehende System:



Stoßnormale

$$m_{2red} = \frac{J_{2A}}{b^2}$$

bei einem Stoßfaktor der Größe e:

$$V_1 = \frac{m_1 v_1 - m_{2red} \cdot v_1 \cdot e}{m_1 + m_{2red}}$$

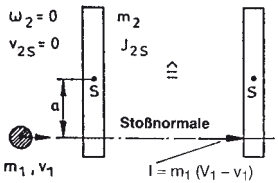
$$V_2 = \frac{m_1 v_1 - m_1 v_1 \cdot e}{m_1 + m_{2red}}$$

und damit:

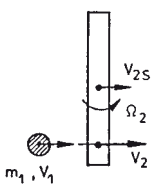
$$\Omega_2 = \frac{V_2}{b}$$

b) Ungeführte Bewegung

Ist keiner der beiden zusammenstoßenden Körper geführt, so erhält man mit Hilfe der Stoßgesetze für den Kraftstoß bzw. den Drehstoß und der Newtonschen Stoßhypothese für die Stoßstelle die notwendige Anzahl Gleichungen zur Bestimmung der Geschwindigkeiten der Körper (Translations- und Winkelgeschwindigkeit) nach dem Stoß.



vor dem Stoß
positive Richtung



nach dem Stoß

Betrachtet man die Wirkung des zwischen beiden Körpern auftretenden Kraftstoßes

$$I = \int F(t)dt$$

auf jeden Körper getrennt, so erhält man z. B. für das nebenstehend dargestellte System:

Kraftstoß von Stab 2 auf die Masse m_1

$$\int F(t) \cdot dt = m_1(V_1 - v_1)$$

Aus Reaktionsgründen wirkt ein Kraftstoß gleichen Betrages **auf den Stab der Masse m_2**:

$$\int F(t) \cdot dt = m_2(V_{2S} - v_{2S}); \qquad v_{2S} = 0$$

und damit auch ein **Drehstoß um den Schwerpunkt des Stabes**

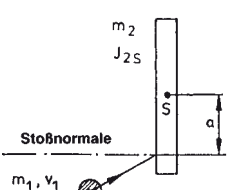
$$a \cdot \int F(t) \cdot dt = J_{2S}(\Omega_2 - \omega_2); \qquad \omega_2 = 0$$

Mit der Newtonschen Stoßhypothese für die **Stoßstelle:**

$$e = \frac{V_2 - V_1}{v_1 - v_2} = \frac{(V_{2S} + \Omega_2 \cdot a) - V_1}{v_1}; \qquad v_2 = 0$$

ergeben sich die notwendigen Gleichungen zur Bestimmung der Geschwindigkeiten V_1, V_{2S} und Ω_2 nach dem Stoß.

6.11.4 Schiefer, exzentrischer Stoß

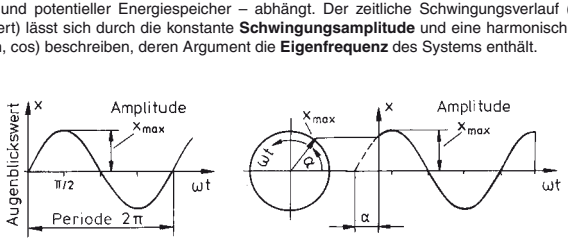


Hierbei fallen weder die Stoßnormale, noch die Geschwindigkeitsvektoren und die Verbindungslinie der Körperschwerpunkte zusammen. Treten in der Berührungsfläche der beiden Körper keine Reibungskräfte auf, so erfolgt quer zur Stoßnormalen keine Änderung der Geschwindigkeiten der Körper. Bestimmt man in Richtung der Stoßnormalen die Komponenten der Geschwindigkeiten der Körper, so gelten die für den geraden, exzentrischen Stoß angegebenen Beziehungen.

7 Mechanische Schwingungen

Ein **mechanischer Schwingungsvorgang** besteht darin, dass sich in einem Translations- oder Drehschwingungssystem – bestehend aus einer Masse und einem potentiellen Energiespeicher – die vorhandene Energie in bestimmten Zeitabschnitten von einer Energieform – **kinetische oder potentielle Energie** – in die andere umwandelt und sich periodisch ganz oder teilweise in die erste Form zurückverwandelt.

Eine **freie, ungedämpfte Schwingung** liegt dann vor, wenn während der Schwingung dem Schwinger weder Energie zugeführt noch entzogen wird, so dass der einmal erteilte Energiebetrag erhalten bleibt und eine periodische Energieumwandlung erfolgt. Das System führt in diesem Fall stationäre Eigenschwingungen aus, deren Frequenz nur von den Eigenschaften des Systems – Masse und potentieller Energiespeicher – abhängt. Der zeitliche Schwingungsverlauf (Augenblickswert) lässt sich durch die konstante **Schwingungsamplitude** und eine harmonische Funktion (sin, cos) beschreiben, deren Argument die **Eigenfrequenz** des Systems enthält.



Wird dem Schwinger in jeder Schwingungsperiode ein gewisser Anteil der im System vorhandenen Energie durch energieverzehrende Widerstandskräfte entzogen, so liegt eine **gedämpfte Schwingung** vor. Die Schwingungsamplituden nehmen beim Vorliegen einer linearen, geschwindigkeitsproportionalen Dämpfung (Newton'sche Reibung) nach einer geometrischen Reihe ab.

Im Falle der Erregung eines Schwingers durch eine äußere periodisch wirkende Kraft F(t) bzw. ein Moment M(t) treten **erzwungene oder erregte Schwingungen** auf. Hierbei kann durch die Erregerkraft dem Schwinger Energie zugeführt bzw. entzogen werden. Nach einer Einschwingphase schwingt das System nicht mehr mit seiner Eigenfrequenz, sondern mit der Frequenz der von außen aufgebrachten Erregerkraft.

Resonanz tritt dann auf, wenn die Frequenz der von außen auf das System wirkenden Erregung der Eigenfrequenz entspricht. Bei ungedämpften Systemen nehmen die Schwingungsamplituden den Wert Unendlich an. Die Resonanzstelle (Eigenfrequenz = Erregerfrequenz) unterteilt den Bereich der in Abhängigkeit von der Erregerfrequenz sich einstellenden Schwingungsamplituden in das **unterkritische** und **überkritische** Schwingungsgebiet.

Werden zwei Schwingungssysteme durch Masse oder Elastizität miteinander gekoppelt, so findet ein periodischer Energieaustausch zwischen den Systemen statt (Mehrmassenschwinger).

In der Regel lassen sich mechanische Schwingungsvorgänge je nach den Anfangsbedingungen durch sin- oder cos-Funktionen bzw. deren Überlagerung beschreiben. Bei der Analyse von Schwingungsvorgängen kann häufig eine FOURIER-Analyse behilflich sein, da sich jede Funktion, die stückweise monoton und stetig ist, als Summe von sinus- und cosinusförmigen Grund- und Oberschwingungen darstellen lässt.

7.1 Begriffe, Formelzeichen und Einheiten

Begriff	Größe	Einheit	Erläuterung
Masse Massenträgheitsmoment	m J	kg $kg \cdot m^2$	Translatorisch schwingende Masse m Drehschwingende Masse mit dem Trägheitsmoment J
Augenblickswert der Schwingung	x φ	m rad[1)]	Momentaner, zeitabhängiger Wert des Schwingungsausschlages
Amplitude	x_{max}, $\hat{x}$ φ_{max}, $\hat{\varphi}$	m rad	Amplitude ist der maximale Augenblickswert (Scheitelwert) einer Schwingung
Schwing-geschwindigkeit	$\dot{x}$ $\dot{\varphi}$	m/s rad/s	Schwinggeschwindigkeit; Schnelle ist der Augenblickswert der Wechselgeschwindigkeit in Schwingungsrichtung
Trägheitskraft Moment der Trägheitskräfte	$m \cdot \ddot{x}$ $J \cdot \ddot{\varphi}$	N $N \cdot m$	Die d'Alembert'sche Trägheitskraft bzw. das Moment der Trägheitskräfte wirkt entgegen der positiven Beschleunigung
Federkonstante Drehfederkonstante	c c	N/m N · m/rad	Lineare Federn
Federkraft Federmoment	$c \cdot x$ $c \cdot \varphi$	N $N \cdot m$	Bei linearen Federn ist die Federrückwirkung proportional zur Auslenkung
Dämpfungskonstante (Dämpfungskoeffizient) Dämpfungskonstante für Drehbewegungen	b b	$N \cdot s/m$ $N \cdot s \cdot m/rad$	Bei Newton'scher Reibung ist die Dämpfungskraft proportional der Geschwindigkeit und der Dämpfungskonstanten (lineare Dämpfung)
Dämpfungsfaktor (Abklingkoeffizient)	$\delta = b/(2 \cdot m)$ $\delta = b/(2 \cdot J)$	1/s 1/s	Der Dämpfungsfaktor ist die auf die doppelte Masse bezogene Dämpfungskonstante
Dämpfungsgrad	$D = \delta/\omega_0$ $D = \delta/\omega_0$	– –	Für D <1 liegt eine gedämpfte Schwingung vor, für D ≥ 1 ein aperiodischer Fall
Dämpfungsverhältnis	$\hat{x}_n/\hat{x}_{n+1}$ $\hat{\varphi}_n/\hat{\varphi}_{n+1}$	– –	Das Dämpfungsverhältnis ist das Verhältnis zweier um eine Periode auseinander liegender Amplituden
Logarithmisches Dämpfungsdekrement	$\Lambda = \frac{2 \cdot \pi \cdot D}{\sqrt{1 - D^2}}$	–	$\Lambda = \ln(\hat{x}_n/\hat{x}_{n+1})$ $\Lambda = \ln(\hat{\varphi}_n/\hat{\varphi}_{n+1})$, für D = D′
Zeit	t	s	laufende Zeitkoordinate
Phasenwinkel	α	rad	Bei positivem Wert handelt es sich um einen Voreilwinkel
Phasenverschiebungswinkel	$\varepsilon = \alpha_1 - \alpha_2$	rad	Differenz der Phasenwinkel zweier Schwingungsvorgänge mit gleicher Kreisfrequenz
Periodendauer	$T = 2 \cdot \pi/\omega_0$	s	Zeit, in der eine einzelne Schwingung abläuft
Kennfrequenz der Eigenschwingung	$f_0 = 1/T$	Hz	Frequenz ist der reziproke Wert der Periodendauer
Kennkreisfrequenz der Eigenschwingung	$\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0$	1/s	Kreisfrequenz ist die Zahl der Schwingungen in $2 \cdot \pi$ Sekunden
Eigenkreisfrequenz (Eigenfrequenz)	$\omega_0 = \sqrt{c/m}$ $\omega_0' = \sqrt{c'/J}$	1/s 1/s	Schwingfrequenz der Eigenschwingung (ungedämpft) des Systems
Eigenkreisfrequenz bei Dämpfung	$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$	1/s	Für sehr kleinen Dämpfungsgrad $D \ll 1$ wird $\omega_d = \omega_0$
Erregerfrequenz	Ω	1/s	Kreisfrequenz der Erregung
Kreisfrequenzverhältnis	$\eta = \Omega/\omega_0$	–	Resonanz liegt bei $\eta = 1$ vor

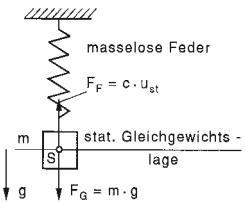
1) Die Einheit kann durch 1 ersetzt werden.

7.2 Freie, ungedämpfte Schwingungen

Bei freien, ungedämpften mechanischen Schwingungen erfolgt im allgemeinen ein periodischer Austausch zwischen einer **potentiellen** und einer **kinetischen Energie.** Die potentielle Energie wird dabei entweder durch die **Energie der Lage** der schwingenden Masse in einem Schwerefeld (z. B. Erdschwerefeld, Zentrifugalfeld) oder durch eine **elastische Verformungsenergie** (z. B. elastische Formänderungsenergie einer Feder, eines Trägers oder eines Stabwerkes usw.) oder beiden, die kinetische Energie durch die **Energie der Bewegung** der schwingenden Masse verkörpert.

Translationsschwingungen

Der einfachste mechanische Schwinger, auf den sich eine Reihe von Schwingungsgebilden zurückführen lässt, ist nachstehend abgebildet. Er besteht aus einem theoretisch masselosen elastischen Glied – hier aus einer Feder mit linearer Federkennlinie – und einer Punktmasse. Im Ruhezustand besteht zwischen der Gewichtskraft der Masse m



$$F_g = m \cdot g$$

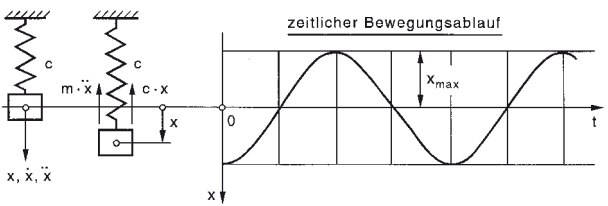
und der Federkraft $F_F = c \cdot u_{st}$

Gleichgewicht. Die Feder wird gegenüber ihrer ungespannten Länge um den Betrag

$$u_{st} = \frac{m \cdot g}{c}$$

ausgelenkt. Diese Lage der Masse wird als **Ruhelage oder statische Gleichgewichtslage** bezeichnet.

Wird die Masse aus der statischen Gleichgewichtslage in vertikaler Richtung ausgelenkt und dann plötzlich losgelassen, so führt sie freie, periodische Schwingungen um die statische Gleichgewichtslage aus.



Der Bewegungsablauf wird durch die Bewegungsgleichung beschrieben, für die ein Kräfteansatz nach dem d'Alembert'schen Prinzip gemacht wird.

1. In Bewegungsrichtung werden die positiven Koordinatenrichtungen für x, $\dot{x}$ und $\ddot{x}$ angetragen, und zwar **ausgehend vom Schwerpunkt der Masse in der statischen Gleichgewichtslage.**
2. Alsdann werden die Kräfte angetragen, die im Schwerpunkt der Masse in Bewegungsrichtung angreifen, wenn man sie sich bei der Schwingung **in positiver Koordinatenrichtung ausgelenkt** denkt.

Trägheitskräfte

a. d'Alembert'sche kinetische Reaktion **entgegen der positiven Richtung der Beschleunigung $\ddot{x}$ antragen.**

b. Findet der Schwingungsvorgang in einem **beschleunigten Bezugssystem** statt (z. B. beschleunigter Fahrstuhl, beschleunigtes Fahrzeug oder rotierendes System), so ist die **zusätzlich auftretende Systemkraft** (kinetische Reaktion, Zentrifugalkraft, Corioliskraft), die durch die Systembeschleunigung an der Masse angreift, **entgegen der als positiv festgesetzten Richtung der Systembeschleunigung $\ddot{u}$** anzutragen (u, $\dot{u}$, $\ddot{u}$ = Bewegungskoordinaten des beschleunigten Bezugssystems). Dadurch kann einerseits eine Änderung der statischen Gleichgewichtslage gegenüber der im unbeschleunigten Bezugssystem auftreten, andererseits kann aber auch eine Änderung der Frequenz der Schwingung bewirkt werden.

Rückstellkräfte

c. **Federkraft infolge der Auslenkung der Masse aus der statischen Gleichgewichtslage entgegen der positiven Auslenkungsrichtung antragen.**

d. **Gewicht und statische Federkraft**
Bei Schwingungssystemen, in denen nur ein periodischer Austausch zwischen einer potentiellen elastischen und einer kinetischen Energie unter der Wirkung eines konstanten Schwerefeldes erfolgt, heben sich die Gewichtskraft der Masse $F_G = m \cdot g$ und die Federkraft $F_F = c \cdot u_{st}$ infolge der statischen Auslenkung in jedem Augenblick der Bewegung auf, wenn die Bewegungsgleichung für die Schwingung um die statische Gleichgewichtslage aufgestellt wird. **Sie werden daher gar nicht erst in Ansatz gebracht.**

Erfolgt während der Schwingung ein Austausch zwischen einer potenziellen Energie der Lage und einer kinetischen Energie, so ist die **Gewichtskraft** der Masse in Ansatz zu bringen.

3. Für das **Kräftegleichgewicht** in Bewegungsrichtung ergibt sich dann für den dargestellten Schwinger, wobei die hier auftretenden Kräfte in der Reihenfolge der Ableitungen von x – bei der Kraft mit der höchsten Ableitung beginnend – unter Beachtung ihrer **Richtung** geschrieben werden, folgende Gleichgewichtsbeziehung:

$$\sum F_x = -m \cdot \ddot{x} - c \cdot x = 0$$

Dividiert man diese Gleichung durch den Faktor der höchsten Ableitung, so ergibt sich

$$\ddot{x} + \frac{c}{m} \cdot x = 0$$

die **homogene Differenzialgleichung** für die freie, ungedämpfte Schwingung der Masse m. Diese Form der Gleichung soll im weiteren als **Normalform** bezeichnet werden. Sie ist in ihrem mathematischen Aufbau typisch für alle freien, ungedämpften und linearen Schwingungen.

Man erkennt, dass die **Beschleunigung** des Bewegungsvorganges eine **Funktion des Weges** ist und damit eine Lösung dieser Gleichung durch zweifache zeitliche Integration nicht ohne weiteres möglich ist.

Damit wäre zunächst das rein mechanische Problem – die Aufstellung der Bewegungsgleichung – gelöst. Die Lösung dieser Bewegungsgleichung ist eine mathematische Aufgabe.

4. Für die vorliegende Form der d'Alembert'schen Differenzialgleichung mit konstanten Koeffizienten lautet der allgemeine Lösungsansatz

$$x = C \cdot e^{s \cdot t}.$$

Geht man mit diesem Lösungsansatz in die Normalform der Differenzialgleichung ein, so erhält man

$$C \cdot s^2 \cdot e^{s \cdot t} + \frac{c}{m} \cdot C \cdot e^{s \cdot t} = 0$$

$$s^2 + \frac{c}{m} = 0$$

$$s_{1,2} = \pm \sqrt{-c/m} = \pm i\sqrt{c/m}$$

und damit die allgemeine Lösung

$$x = C_1 e^{+i.\sqrt{c/m} \cdot t} + C_2 e^{-i.\sqrt{c/m} \cdot t}$$

Aufgrund der Euler'schen Formel $e^{\pm i\varphi} = \cos\varphi \pm i \cdot \sin\varphi$ lässt sich hierfür auch schreiben

$$x = C_1(\cos\sqrt{c/m}\ t + i \cdot \sin\sqrt{c/m}\ t) + C_2(\cos\sqrt{c/m}\ t - i \cdot \sin\sqrt{c/m}\ t)$$

$$x = (C_1 + C_2)\cos\sqrt{c/m}\ t + i\ (C_1 - C_2)\sin\sqrt{c/m}\ t\ .$$

Diese Beziehung ergibt nur dann einen reellen Wert für die Bewegungskoordinate x, wenn die Konstanten C_1 und C_2 konjugiert komplex sind, und zwar von der Form

$$C_{1,2} = K_1 \pm i \cdot K_2\ .$$

Damit stellt die allgemeine Lösung

$$x = 2K_1 \cos\sqrt{c/m}\ t - 2K_2 \sin\sqrt{c/m}\ t$$

eine harmonische Schwingung dar mit

$$\omega_0 = \sqrt{c/m}\ ;\quad \omega_0^2 = c/m$$

die man als **Eigenkreisfrequenz** des Schwingungsvorgangs bezeichnet. Das **Quadrat der Eigenkreisfrequenz** wird **in der Normalform** der Differenzialgleichung immer durch den **Faktor der linearen Bewegungskoordinate x** dargestellt.

Diese Überlegungen zeigen, dass bei der freien, ungedämpften Schwingung immer folgende allgemeine Lösung der Differenzialgleichung zu erwarten ist:

$$x = A\ \sin\omega_0 t + B\ \cos\omega_0 t$$

mit

$$\omega_0 = \sqrt{c/m}\ .$$

5. Die beiden freien Konstanten A und B der allgemeinen Lösung werden durch die **Anfangsbedingungen** des Schwingungsvorganges festgelegt, die normalerweise vorgegeben werden.

Für die verschiedenen Möglichkeiten der beiden Anfangsbedingungen ergeben sich folgende Lösungen, die sich leicht durch Einsetzen der Bedingungen in die allgemeine Lösung ermitteln lassen.

Anfangsbedingungen	**Lösungen**
$t = 0, \quad x = 0$, $\dot{x} = \dot{x}_{max}$	$x = \frac{\dot{x}_{max}}{\omega_0} \cdot \sin\omega_0 t$
$t = 0, \quad x = x_{max}$, $\dot{x} = 0$	$x = x_{max} \cdot \cos\omega_0 t$
$t = 0, \quad \dot{x} = 0$, $\ddot{x} = \lvert\ddot{x}_{max}\rvert$	$x = \frac{\lvert\ddot{x}_{max}\rvert}{\omega_0^2} \cdot \cos\omega_0 t$
$t = 0, \quad x = x_0$, $\ddot{x} = x_0$	$x = \frac{\dot{x}_0}{\omega_0} \cdot \sin\omega_0 t + x_0 \cdot \cos\omega_0 t.$

Aus dem Vergleich der maximalen Schwingungsausschläge x_{max} (Amplituden) ergeben sich zwei wichtige Beziehungen zwischen der Eigenkreisfrequenz des Schwingungsgebildes, der Schwingungsamplitude, der maximalen Geschwindigkeit und der maximalen Beschleunigung

$$\dot{x}_{max} = \omega_0 \cdot x_{max}$$

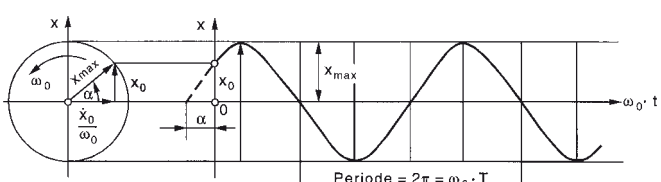
$$\lvert\ddot{x}_{max}\rvert = \omega_0^2 \cdot \lvert x_{max}\rvert.$$

Eine weitere Möglichkeit der Darstellung der allgemeinen Lösung ist auch in folgender Form gegeben:

$$x = x_{max} \cdot \sin(\omega_0 t + \alpha),$$

wobei α der Phasenwinkel (Voreilwinkel) gegenüber einer Schwingung $x = x_{max} \cdot \sin \omega_0 t$ ist und x_{max} die Amplitude des Schwingungsvorganges darstellt. Sie sind durch die Anfangsbedingungen bestimmt.

Für die Anfangsbedingungen $t = 0, \; x = x_0, \; \dot{x} = \dot{x}_0$ ist $x_{max} = \sqrt{x_0^2 + \frac{\dot{x}_0^2}{\omega_0^2}}$ und $\tan\alpha = \frac{x_0}{\dot{x}_0/\omega_0}$



Diese Darstellungsweise erlangt ihre Bedeutung bei der Untersuchung und Überlagerung mehrerer gleichzeitiger Schwingungen mit gleicher Eigenkreisfrequenz ω_0, aber verschiedenen Phasenwinkeln. Zwei Schwingungen mit den Phasenwinkeln α_1 und α_2 weisen einen Phasenverschiebungswinkel ε gegeneinander auf

$$\varepsilon = \alpha_1 - \alpha_2 .$$

Zwischen der Eigenkreisfrequenz, der Frequenz und der Periodendauer einer Schwingung bestehen folgende Beziehungen:

$$\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0 = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_0} = \frac{1}{f_0}$$

ω_0 = Eigenkreisfrequenz (Schwingungen in 2 π Sekunden)
f_0 = Frequenz (Schwingungen in 1 Sekunde)
T = Schwingungsdauer für eine Periode.

Die Frequenz steht bei einer Umlaufbewegung mit der Drehzahl n in folgendem Zusammenhang

$$f = \frac{n}{60} \qquad \text{Hz} \quad \text{mit n in min}^{-1}$$

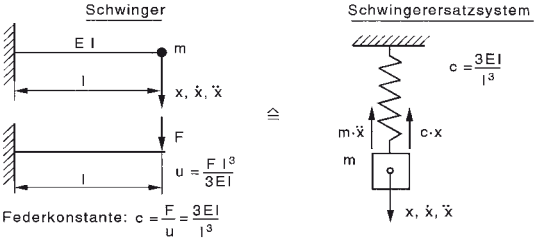
$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot n}{30} \qquad \text{s}^{-1} \quad \text{mit n in min}^{-1}.$$

Eine Reihe von freien, ungedämpften Schwingungsgebilden, bei denen ein Austausch zwischen einer elastischen und einer kinetischen Energie erfolgt, lässt sich auf die Grundform des freien, ungedämpften Schwingers zurückführen. Die Federkonstante c der Elastizität an der Stelle und in Schwingungsrichtung der Masse lässt sich dabei aus der Bedingung ermitteln

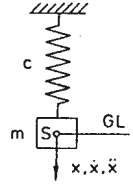
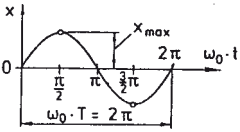
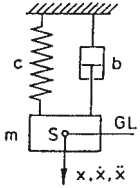
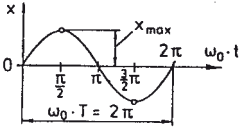
$$c = \frac{F}{u}$$

F = Kraft an der Elastizität in Schwingungsrichtung der Masse
u = Auslenkung der Kraftangriffsstelle in Richtung der Kraft F.

Beispiel:

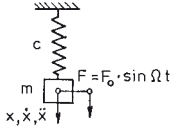
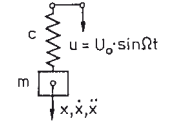
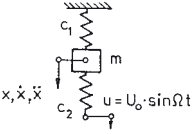
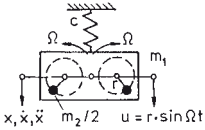


7.3 Bewegungsgleichungen für den freien, ungedämpften und gedämpften Schwinger

Schwingerschema	Differenzialgleichung	Lösung	Zeitlicher Schwingungsverlauf
 GL = Statische Gleichgewichtslage	**Ansatz** $-m \cdot \ddot{x} - c \cdot x = 0$ **Dgl.** $\ddot{x} = \frac{c}{m} \cdot x = 0$ Normalform der homogenen Dgl. zweiter Ordnung	**Für die Anfangsbedingungen:** $t = 0;\ x = 0;\ \dot{x} = \dot{x}_{max}$ $x = x_{max} \cdot \sin \omega_0 \cdot t$ Eigenkreisfrequenz: $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$	 Periodendauer einer Schwingung: $T = 2\pi / \omega_0$ Schwingungsfrequenz: $f = 1 / T = \omega_0 / 2\pi$
 GL = Statische Gleichgewichtslage b = Dämpfungskonstante	**Ansatz** $-m \cdot \ddot{x} - b \cdot \dot{x} - c \cdot x = 0$ **Dgl.** $\ddot{x} + \frac{b}{m} \cdot \dot{x} + \frac{c}{m} \cdot x = 0$ Normalform der homogenen Dgl. zweiter Ordnung	**Für die Anfangsbedingungen:** $t = 0;\ x = x_0;\ \dot{x} = 0$ $x = e^{-\delta t} \cdot x_{max} \cdot \cos \omega_d \cdot t$ Dämpfungsfaktor: $\delta = b/(2m)$ Eigenkreisfrequenz der gedämpften Schwingung: $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$	**Gedämpfte Schwingung:** $b < 2\sqrt{c \cdot m}$  Dauer einer Schwingung: $T = 2\pi / \omega_d$ Amplitudenverhältnis für T / 2: $x_n / x_{n+1} = -e^{\delta (T/2)}$

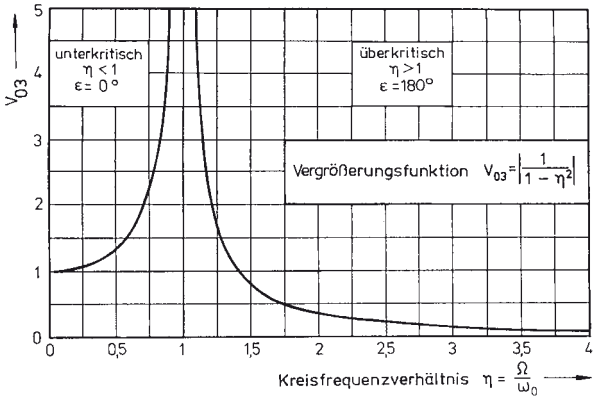
7.4 Bewegungsgleichungen für den fremderregten, ungedämpften Schwinger

Die Lösungen gelten für den eingeschwungenen Zustand

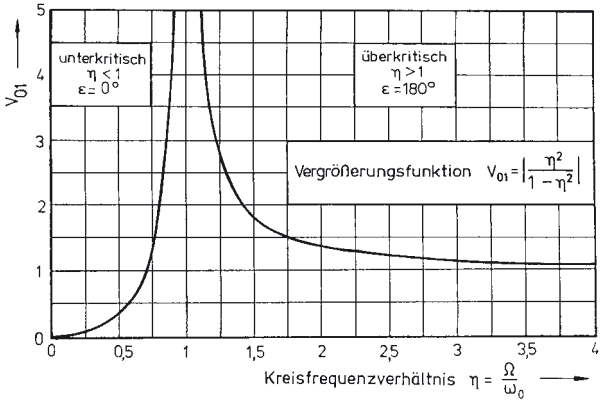
Erregerfunktion: $a = a_0 \cdot \sin \Omega t$		Lösungsfunktion: $x = x_{max} \cdot \sin(\Omega t + \alpha)$	
Schwingerschema	Differenzialgleichung	Lösung und Amplitude (inhom.)	Phasenwinkel
	**Ansatz** $-m \cdot \ddot{x} - c \cdot x + F(t) = 0$ **Dgl.** $m \cdot \ddot{x} + c \cdot x = F_0 \cdot \sin \Omega t$	$x = \frac{F_0}{c - m\Omega^2} \sin(\Omega t + \alpha)$ $x_{max} = \frac{F_0}{c} \cdot \left\lvert \frac{1}{1-\eta^2} \right\rvert = \frac{F_0}{c} \cdot V_{03}$	Unterkritisch $\eta = \frac{\Omega}{\omega} < 1$ $\alpha = -\varepsilon$ $\varepsilon = 0°$
	**Ansatz** $-m \cdot \ddot{x} - c \cdot x + c \cdot u = 0$ **Dgl.** $m \cdot \ddot{x} + c \cdot x = c \cdot U_0 \cdot \sin \Omega t$	$x = \frac{c \cdot U_0}{c - m\Omega^2} \sin(\Omega t + \alpha)$ $x_{max} = U_0 \cdot \left\lvert \frac{1}{1-\eta^2} \right\rvert = U_0 \cdot V_{03}$	
	**Ansatz** $-m \cdot \ddot{x} - c_1 \cdot x - c_2 \cdot x + c_2 \cdot u = 0$ **Dgl.** $m \cdot \ddot{x} + (c_1 + c_2) \cdot x = c_2 \cdot U_0 \cdot \sin \Omega t$	$x = \frac{c_2 \cdot U_0}{c_1 + c_2 - m\Omega^2} \sin(\Omega t + \alpha)$ $x_{max} = \frac{c_2 \cdot U_0}{(c_1 + c_2)} \cdot \left\lvert \frac{1}{1-\eta^2} \right\rvert = \frac{c_2 \cdot U_0}{c_1 + c_2} \cdot V_{03}$	Überkritisch $\eta = \frac{\Omega}{\omega} > 1$ $\alpha = -\varepsilon$ $\varepsilon = 180°$
	**Ansatz** $-(m_1 + m_2) \cdot \ddot{x} - c \cdot x - m_2 \cdot \ddot{u} = 0$ **Dgl.** $(m_1 + m_2) \cdot \ddot{x} + c \cdot x = m_2 \cdot r \cdot \Omega^2 \cdot \sin \Omega t$	$x = \frac{m_2 \cdot r \cdot \Omega^2}{c - (m_1 + m_2)\Omega^2} \sin(\Omega t + \alpha)$ $x_{max} = \frac{m_2 \cdot r}{m_1 + m_2} \cdot \left\lvert \frac{\eta^2}{1-\eta^2} \right\rvert = \frac{m_2 \cdot r}{m_1 + m_2} \cdot V_{01}$	

7.5 Vergrößerungsfunktion für die erzwungene, ungedämpfte Schwingung

1. Periodische Kraft- oder Federkrafterregung



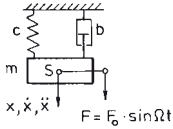
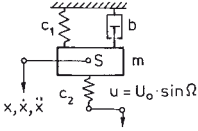
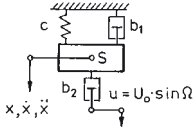
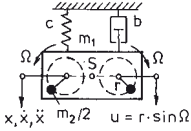
2. Periodische Massenkrafterregung



7.6 Bewegungsgleichungen für den fremderregten, gedämpften Schwinger

Die Lösungen gelten für den eingeschwungenen Zustand

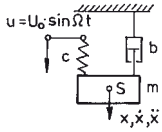
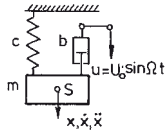
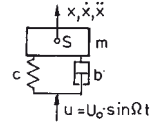
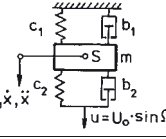
Erregerfunktion: $\alpha = \alpha_0 \cdot \sin \Omega t$ Lösungsfunktion: $x = x_{max} \cdot \sin(\Omega t + \alpha)$

Schwingerschema	Differenzialgleichung	Amplitude x_{max}	Phasenwinkel
	**Ansatz** $-m \cdot \ddot{x} - b \cdot \dot{x} - c \cdot \dot{x} + F(t) = 0$ **Dgl.** $m \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + c \cdot x = F_0 \cdot \sin \Omega t$	$x_{max} = \frac{F_0}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}}$ $x_{max} = \frac{F_0}{c} \cdot V_3$	$\alpha = -\varepsilon_3$ $\tan\varepsilon_3 = \frac{2D\eta}{1-\eta^2}$
	**Ansatz** $-m \cdot \ddot{x} - b \cdot \dot{x} - c_1 \cdot x - c_2 \cdot x + c_2 \cdot u = 0$ **Dgl.** $m \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + (c_1 + c_2) \cdot x = c_2 \cdot U_0 \cdot \sin \Omega t$	$x_{max} = \frac{c_2 \cdot U_0}{c_1 + c_2} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}}$ $x_{max} = \frac{c_2 \cdot U_0}{c_1 + c_2} \cdot V_3$	$\alpha = -\varepsilon_3$ $\tan\varepsilon_3 = \frac{2D\eta}{1-\eta^2}$
	**Ansatz** $-m \cdot \ddot{x} - b_1 \cdot \dot{x} - b_2 \cdot \dot{x} - c \cdot x + b_2 \cdot \dot{u} = 0$ **Dgl.** $m \cdot \ddot{x} + (b_1 + b_2) \cdot \dot{x} + c \cdot x = b_2 \cdot U_0 \cdot \Omega \cdot \cos \Omega t$	$x_{max} = \frac{b_2 \cdot U_0}{b_1 + b_2} \cdot \frac{2D\eta}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}}$ $x_{max} = \frac{b_2 \cdot U_0}{b_1 + b_2} \cdot V_2$	$\alpha = \gamma_2 = \frac{\pi}{2} - \varepsilon_3$ $\tan\gamma_2 = \frac{1-\eta^2}{2D\eta}$
	**Ansatz** $-(m_1 + m_2) \cdot \ddot{x} - b \cdot \dot{x} - c \cdot x - m_2 \cdot \ddot{u} = 0$ **Dgl.** $(m_1 + m_2) \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + c \cdot x = m_2 \cdot r \cdot \Omega^2 \sin \Omega t$	$x_{max} = \frac{m_2 \cdot r}{m_1 + m_2} \cdot \frac{\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}}$ $x_{max} = \frac{m_2 \cdot r}{m_1 + m_2} \cdot V_1$	$\alpha = -\varepsilon_1$ $\tan\varepsilon_1 = \frac{2D\eta}{1-\eta^2}$

7.6 Bewegungsgleichungen für den fremderregten, gedämpften Schwinger (Fortsetzung)

Die Lösungen gelten für den eingeschwungenen Zustand

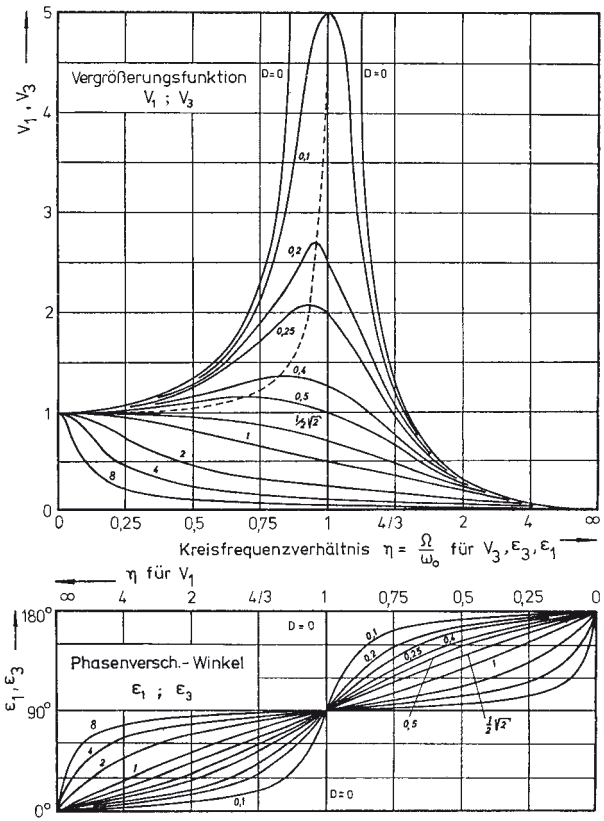
Erregerfunktion: $a = a_0 \cdot \sin \Omega\tau$ Lösungsfunktion: $x = x_{max} \cdot \sin(\Omega t + \alpha)$

Schwingerschema	Differenzialgleichung	Amplitude x_{max}	Phasenwinkel
	**Ansatz** $-m \cdot \ddot{x} - b \cdot \dot{x} - c \cdot x + c \cdot u = 0$ **Dgl.** $m \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + c \cdot x = c \cdot U_0 \cdot \sin \Omega t$	$x_{max} = U_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}}$ $x_{max} = U_0 \cdot V_3$	$\alpha = -\varepsilon_3$ $\tan \varepsilon_3 = \frac{2D\eta}{1-\eta^2}$
	**Ansatz** $-m \cdot \ddot{x} - b \cdot \dot{x} - c \cdot x + b \cdot \dot{u} = 0$ **Dgl.** $m \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + c \cdot x = b \cdot U_0 \cdot \Omega \cdot \cos \Omega t$	$x_{max} = U_0 \cdot \frac{2D\eta}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}}$ $x_{max} = U_0 \cdot V_2$	$\alpha = \gamma_2 = \frac{\pi}{2} - \varepsilon_3$ $\tan \gamma_2 = \frac{1-\eta^2}{2D\eta}$
	**Ansatz** $-m \cdot \ddot{x} - b \cdot \dot{x} - c \cdot x + b \cdot \dot{u} + c \cdot u = 0$ **Dgl.** $m \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + c \cdot x = b \cdot U_0 \cdot \Omega \cdot$ $\cdot \cos \Omega t + c \cdot U_0 \cdot \sin \Omega t$	$x_{max} = U_0 \cdot \sqrt{\frac{1 + 4D^2\eta^2}{(1-\eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}}$ $x_{max} = U_0 \cdot V_{2,3}$	$\alpha = -\varepsilon_{2,3}$ $\tan \varepsilon_{2,3} = \frac{2D\eta^3}{1+\eta^2(4D^2-1)}$
	**Ansatz** $-m \cdot \ddot{x} - (b_1 + b_2) \cdot \dot{x} - (c_1 + c_2) \cdot x +$ $+ b_2 \cdot \dot{u} + c_2 \cdot u = 0$ **Dgl.** $m \cdot \ddot{x} + (b_1 + b_2) \cdot \dot{x} + (c_1 + c_2) \cdot x =$ $= b_2 \cdot U_0 \cdot \Omega \cdot \cos \Omega t + c_2 \cdot U_0 \cdot \sin \Omega t$	$x_{max} = \frac{c_2 \cdot U_0}{c_1 + c_2} \cdot \sqrt{\frac{1 + 4D^2\eta^2}{(1-\eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}}$ $x_{max} = \frac{c_2 \cdot U_0}{c_1 + c_2} \cdot V_{2,3}$	$\alpha = -\varepsilon_{2,3}$ $\tan \varepsilon_{2,3} = \frac{2D\eta^3}{1+\eta^2(4D^2-1)}$

7.7 Vergrößerungsfunktionen für die erzwungene, gedämpfte Schwingung

Vergrößerungsfunktionen V_1, V_3 und Phasenverschiebungswinkel ε_1, ε_3

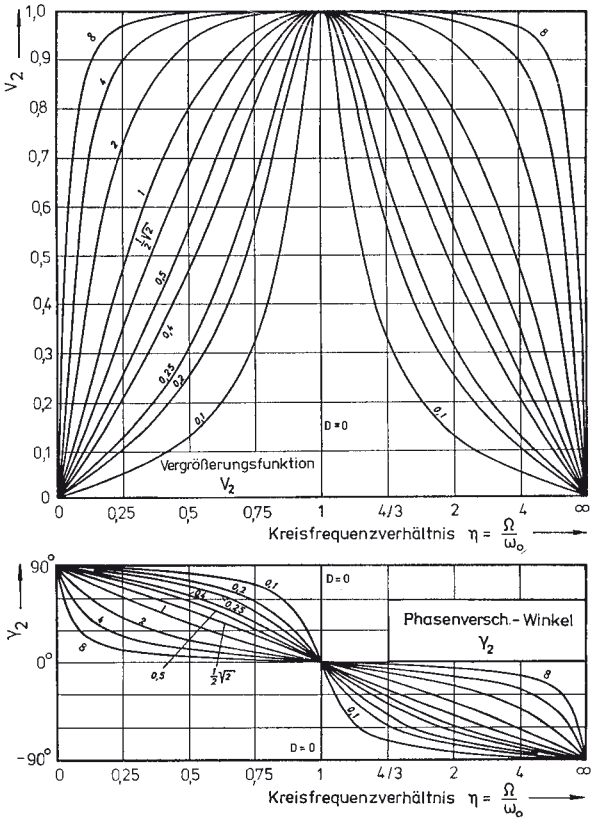
Unmittelbare Kraft-, mittelbare Federkraft- und Massenkrafterregung



7.7 Vergrößerungsfunktion für die erzwungene, gedämpfte Schwingung (Fortsetzung)

Vergrößerungsfunktion V_2 und Phasenverschiebungswinkel γ_2

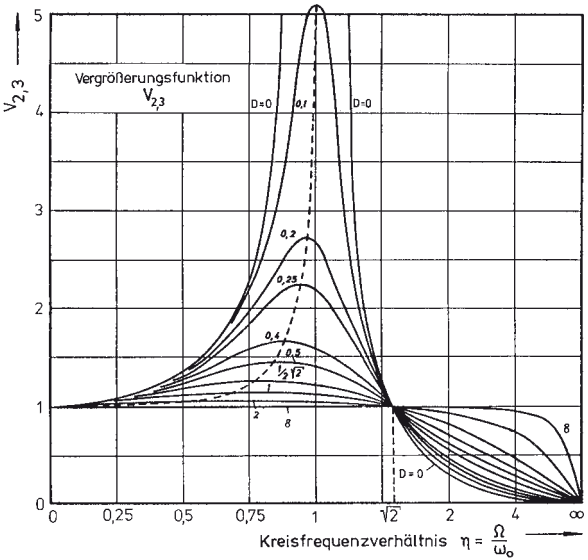
Dämpfungskrafterregung

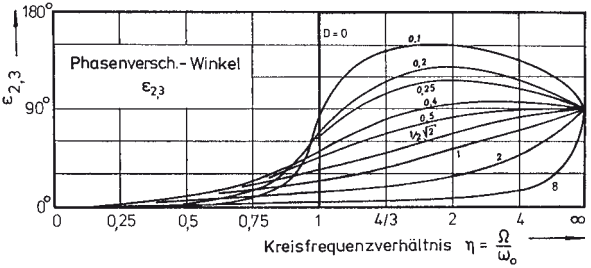


7.7 Vergrößerungsfunktion für die erzwungene, gedämpfte Schwingung (Fortsetzung)

Vergrößerungsfunktion $V_{2,3}$ und Phasenverschiebungswinkel $\varepsilon_{2,3}$

Feder- und Dämpfungskrafterregung





8 Festigkeitsberechnung

Die Festigkeitslehre liefert die Grundlagen für die Berechnung der Beanspruchung und die Bemessung technischer Konstruktionen. Es werden die Fragen nach der Verteilung der inneren Kräfte auf der Schnittfläche eines beanspruchten Maschinenteiles und die durch diese Schnittgrößen hervorgerufenen Formänderungen beantwortet. Die Lösung der ersten Aufgabe gestattet die Beantwortung der technisch bedeutsamen Frage nach der zulässigen Beanspruchung der Konstruktion, während die Beantwortung der zweiten Frage eine Aussage über die mit der Beanspruchung verbundenen elastischen Verformungen, wie z. B. Längenänderungen oder Durchbiegungen eines Maschinenteiles, macht.

Den äußeren Kräften und Momenten an einem Körper halten im Inneren des Körpers entsprechende Reaktionskräfte das Gleichgewicht. Bei homogen angenommener Massenverteilung treten die inneren Reaktionskräfte flächenhaft verteilt auf. Die in jedem Flächenelement herrschende Kraftdichte – Quotient aus innerer Kraft und Wirkungsfläche – ist die **Spannung**. Sie wechselt meistens von Punkt zu Punkt ihre Größe und Richtung. Zur Beschreibung des Spannungszustandes in einem Querschnitt werden die Spannungen jeweils in eine Komponente senkrecht zur Schnittebene – **Normalspannung** σ – und zwei Komponenten in der Schnittebene – **Schubspannungen** $\boldsymbol{\tau}$ – zerlegt. Wird eine Schnittebene so gelegt, dass beide Schubspannungen Null werden, so erlangt die Normalspannung einen Extremwert, der als **Hauptspannung** bezeichnet wird.

Spannungen sind stets mit Formänderungen verbunden. Man unterscheidet zwei Arten von Formänderungen:

a) **Elastische Formänderungen**

Dies sind Formänderungen, die nach dem Entfernen der eingeprägten äußeren Belastung wieder verschwinden. Sie folgen den Hooke'schen Gesetzen.

Normalspannungen bewirken Längenänderungen, die, auf die Ausgangslänge bezogen, als Dehnungen bezeichnet werden. Die Dehnungen sind nach dem Hooke'schen Gesetz den sie begleitenden Spannungen proportional

$$\sigma = E \cdot \varepsilon ,$$

wobei die Proportionalitätskonstante die Werkstoffkenngröße Elastizitätsmodul E ist.

Schubspannungen entsprechen Winkeländerungen. Die Änderung eines ursprünglich rechten Winkels wird, auf diesen bezogen, als **Gleitung** oder **Schiebung** γ bezeichnet. Die Gleitung ist der sie begleitenden Schubspannung proportional

$$\tau = G \cdot \gamma .$$

Die Proportionalitätskonstante ist die Werkstoffkenngröße Gleit-(Schub-)modul G. Zwischen den beiden Werkstoffkenngrößen besteht die Beziehung

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

ν = Querzahl
Poissonzahl

b) **Plastische Formänderungen**

Überschreiten die äußeren Kräfte an einem Bauteil und damit die inneren Spannungen einen bestimmten, dem Werkstoff eigenen Grenzwert, so treten entweder plastische Formänderungen, die nach dem Entfernen der äußeren Belastung erhalten bleiben, oder Bruch des Bauteiles auf. Es gilt die Theorie des Fließens, der Verfestigung und des Bruches.

Streng genommen gibt es keine rein elastischen Formänderungen. Es ist nur eine Frage der Messgenauigkeit, dies nachzuweisen. Man definiert jedoch in der Festigkeitslehre Bereiche, in denen das Verhalten eines Körpers als rein elastisch anzusehen ist. Es soll hier nur das elastische Verhalten der Werkstoffe betrachtet und der Bereich der plastischen Verformung ausgeschlossen werden.

8.1 Größen und Einheiten in der Festigkeitsberechnung

Größe	Einheit	Größenbezeichnung	Bemerkungen
x, y, z	mm	Kartesische Koordinaten	Rechtssystem
u, v, w	mm	Verformungen in x, y, z-Richtung	
a	mm	Abstand, Hebelarm, gr. Ellipsenhalbachse	Abweichend vom SI-System
b	mm	Breite, kl. Ellipsenhalbachse	wird im Maschinenbau nicht
d, D	mm	Durchmesser	die Basiseinheit „m“, sondern
r, R	mm	Radius, Halbmesser	die abgeleitete Einheit „mm“
f	mm	Durchbiegung, Durchhang	verwendet
h	mm	Höhe	
l	mm	Länge	$1\ mm = 10^{-3}\ m$
A	mm^2	Fläche, Querschnittsfläche	$1\ mm^2 = 10^{-6}\ m^2$
E	N/mm^2	Elastizitätsmodul	$E = \sigma/\varepsilon$
F	N	Kraft	$N = kg\ m/s^2$
F_G	N	Gewichtskraft	$F_G = m \cdot g$
g	mm/s^2	Erdbeschleunigung	$g = 9806{,}65\ mm/s^2$
G	N/mm^2	Schubmodul	$G = \tau/\gamma$
H	mm^3	Flächenmoment 1. Grades	$H_y = \oint z dA$
I_a	mm^4	Axiales Flächenmoment 2. Grades	$I_y = \oint z^2 dA$
I_p	mm^4	Polares Flächenmoment 2. Grades	$I_p = \oint r^2 dA$
I_t	mm^4	Torsionsflächenmoment	
m	kg	Masse	–
M_b	N mm	Biegemoment	SI-Basiseinheit
M_t	N mm	Torsionsmoment	Schnittgröße
N	N	Normalkraft	Schnittgröße
p	N/mm^2	Druck, Hertz'sche Pressung	Schnittgröße
Q	N	Querkraft	–
R_e	N/mm^2	Streckgrenze, Fließgrenze	Schnittgröße
R_m	N/mm^2	Zugfestigkeit, Bruchfestigkeit	Siehe Werkstofftabellen
$R_{p\ 0,2}$	N/mm^2	0,2-Dehngrenze	
T	K	Temperatur	
W_a	mm^3	Axiales Widerstandsmoment	SI-Basiseinheit
W_p	mm^3	Polares Widerstandsmoment	W_x, W_y, W_z
W_t	mm^3	Torsionswiderstandsmoment	$W_p = I_p/R$ (Kreis)
W_i	N mm	Innere Formänderungsarbeit	
$W_ä$	N mm	Äußere Formänderungsarbeit	der inneren Spannungen der Kräfte, Momente
α	1/K	Therm. Längenausdehnungskoeffizient	$\Delta l = \alpha \cdot l \cdot \Delta T$
α_k	1	Formziffer, Formzahl	
β	1/K	Therm. Raumausdehnungskoeffizient	$\beta = 3\alpha$
β_k	1	Kerbwirkungszahl	
γ	1	Gleitung, Schiebung	$\gamma = \tau/G$
ε	1	Dehnung	$\varepsilon = \Delta l/l$
ε_q	1	Querdehnung	$\varepsilon_q = \Delta d/d = -\nu\ \varepsilon$
ε_m	1	Bruchdehnung	–
Θ	rad/mm	Drillung	$\Theta = \varphi/l$
ν	1	Poissonzahl	$\nu = 0{,}3$ (Stahl)
ρ	kg/mm^3	Dichte, Massendichte	–
σ	N/mm^2	Normalspannung (Zug-, Druckspannung)	$\sigma = N/A$
σ_w	N/mm^2	Wechselfestigkeit	Aus dem SMITH-Diagramm
σ_{Sch}	N/mm^2	Schwellfestigkeit	
σ_A	N/mm^2	Ausschlagfestigkeit	
σ_D	N/mm^2	Dauerfestigkeit (allgemein)	
τ	N/mm^2	Schubspannung, Scherspannung	$\tau = Q/A$, $\tau = M_t/W_p$
φ	rad	Winkel, Torsionswinkel	$1\ rad = 1\ m/1\ m$

8.2 Werkstoffkennwerte

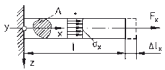
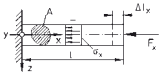
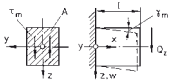
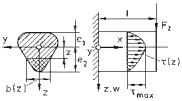
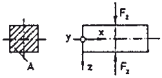
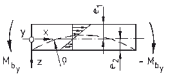
Werkstoff	Elastizitätsmodul[1)] E kN/mm²	Poissonzahl υ	Längenausdehnungskoeffizient α 10^{-6}/K	Dichte ρ kg/dm³	Zugfestigkeit[2)] R_m N/mm²
Metalle:					
Aluminium	72,2	0,34	23,9	2,7	40 ... 160
Al-Legierungen	59 ... 78	0,33 ... 0,34	18,5 ... 24,0	2,6 ... 2,9	300 ... 700
Bronze	108 ... 124	0,35	16,8 ... 18,8	7,2 ... 8,9	300 ... 320
Blei	16	0,44	29,1	11,34	10 ... 20
Eisen	206	0,28	11,7	7,86	300
Gold	79	0,42	14,2	19,3	130 ... 300
Gusseisen	64 ... 181	0,24 ... 0,29	9 ... 12	7,1 ... 7,4	140 ... 490
Kupfer	125	0,35	16,86	8,93	200 ... 230
Magnesium	44	0,33	26,0	1,74	150 ... 200
Messing	78 ... 123	0,35	17,5 ... 19,1	8,3 ... 8,7	140 ... 780
Messing (60 % Cu)	100	0,36	18	8,5	200 ... 740
Nickel	167	0,31	13,3	8,86	370 ... 800
Ni-Legierungen	158 ... 213	0,31	11 ... 14	7,8 ... 9,2	540 ... 1275
Platin	170	0,22	9,0	21,5	220 ... 380
Silber	80	0,38	19,7	10,5	180 ... 350
Stahl, unlegiert	210	0,3	12	7,85	300 ... 700
Stahl, legiert	186 ... 216	0,2 ... 0,3	9 ... 19	7,8 ... 7,86	500 ... 1500
X5 Cr Ni 18 10	190	0,27	16	7,9	500 ... 700
100 Cr 6, gehärtet	208	0,30	12	7,85	2000 ... 2400
Titan	105	0,33	8,35	4,5	300 ... 740
Zink	94	0,25	29	7,14	100 ... 150
Zinn	55	0,33	21,4	7,29	15 ... 30
Nichtmetallische Werkstoffe (anorganisch):					
Beton	22 ... 39	0,15 ... 0,22	5,4 ... 14,2	2,0 ... 2,8	10 ... 40
Glas, allgemein	39 ... 98	0,10 ... 0,28	3,5 ... 5,5	2,2 ... 6,3	30 ... 90
Bauglas	62 ... 86	0,25	9	2,4 ... 2,7	30 ... 90
Quarzglas	62 ... 76	0,17 ... 0,25	0,5 ... 0,6	2,21	30 ... 90
Granit	50 ... 60	0,13 ... 0,26	3 ... 8	2,6 ... 2,8	10 ... 20
Marmor	60 ... 90	0,25 ... 0,30	5 ... 16	1,8 ... 2,7	–
Porzellan	60 ... 90	–	3 ... 6,5	2,2 ... 2,5	15 ... 40
Ziegelstein	10 ... 40	0,20 ... 0,35	8 ... 10	1,7 ... 1,9	–
Nichtmetallische Werkstoffe (organisch):					
Araldit	3,2	0,33	50 ... 70	–	–
Plexiglas (PMMA)	2,6 ... 3,2	0,35	70 ... 100	1,18	40 ... 70
Polyamid (Nylon)	1,3 ... 1,7	–	70 ... 100	1,01 ... 1,14	40 ... 80
Polyethylen (HDPE)	0,15 ... 1,6	–	150 ... 200	0,91 ... 0,97	25 ... 30
Polyvinylchlorid	1 ... 3	–	70 ... 100	1,2 ... 1,7	45 ... 60

1) Zwischen dem Elastizitätsmodul E und dem Schubmodul G der Werkstoffe besteht die Beziehung

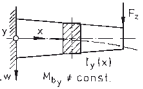
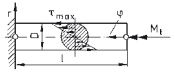
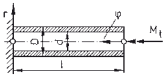
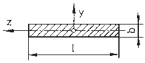
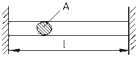
$$G = \frac{E}{2(1+\upsilon)}$$

2) Differenzierte Werte für die Zugfestigkeit R_m und die Streckgrenze R_e der Werkstoffe sind den entsprechenden DIN-Normen zu entnehmen.

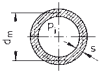
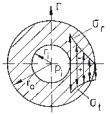
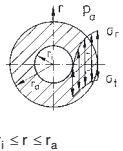
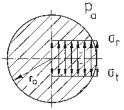
8.3 Zusammenstellung der wichtigsten Beanspruchungsarten

Beanspruchungsart	Spannung	Verformung
Zugbeanspruchung  **Druckbeanspruchung** 	**Normalspannung** $\sigma_x = \frac{F_x}{A}$ **Zugbeanspruchung** F_x ist positiv σ_x ist positiv **Druckbeanspruchung** F_x ist negativ σ_x ist negativ	**Dehnung (Stauchung)*** $\varepsilon_x = \frac{\Delta l_x}{l} = \frac{\sigma_x}{E} = \frac{F_x}{E \cdot A}$ **Verlängerung (Verkürzung)*** $\Delta l_x = \frac{F_x \cdot l}{E \cdot A}$ **Querkontraktion (Querstauchung)** $\varepsilon_y = -\nu \cdot \varepsilon_x \quad \varepsilon_z = -\nu \cdot \varepsilon_x$ * je nach Vorzeichen F_x
Schubbeanspruchung (mittlere) 	**Schubspannung** (mittlere) $\tau_m = \frac{Q_z}{A}$	**Gleitung** (mittlere) $\gamma_m = \frac{\tau_m}{G} = \frac{Q_z}{G \cdot A}$ $w(l) = \gamma_m \cdot l$ G = Schubmodul
Schubbeanspruchung (reale)  $Q_z = F_z$	**Schubspannungsverteilung** $\tau(z) = \frac{Q_z\, H_y(z)}{I_y b(z)}$ mit stat. Moment $H_y(z) = \int_z^{e_2} z\, b(z)\, dz$ $\tau_{max} = \frac{Q_z\, H_y(z=0)}{I_y\, b(z=0)}$	**Durchsenkung des Trägers** (nur infolge Schubspannung) $w(x) = k \frac{Q_z}{G \cdot A} \cdot x < \frac{\tau_{max}}{G} \cdot x$ $w(l) = k \frac{Q_z}{G \cdot A}\, l$ k = Querschnittsformfaktor
Scherbeanspruchung 	**Scherspannung** $\tau_{Scher} = \frac{F_z}{A}$	Abscheren bei Überschreiten der Scherfestigkeit des Werkstoffes
Querkraftfreie Biegung  M_{b_y} = const.; I_y = const. I_y = Flächenträgheitsmoment um die y-Achse	**Biegespannung Verteilung:** $\sigma = \frac{M_{by}}{I_y} z$ **Maximalwert:** $\sigma_{max} = \frac{M_{by}}{I_y} e_{max} = \frac{M_{by}}{W_y}$ Im Bild: $e_{max} = e_1$	**Krümmung** $k = \frac{1}{\rho} = \frac{M_{by}}{E\, I_y}$ ρ = Krümmungsradius **Differentialgleichung der Biegelinie** $w''(x) = -\frac{M_{by}}{E\, I_y}$

8.3 Zusammenstellung der wichtigsten Beanspruchungsarten

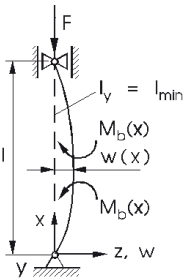
Beanspruchungsart	Spannung	Verformung
Biegung (allgemein)  Querkrafteinfluss wird vernachlässigt.	**Biegespannung Verteilung:** $\sigma_b(x, z) = \frac{M_{by}(x)}{I_y(x)} z$ **Maximalwert:** $\sigma_{b_{max}}(x) = \frac{M_{by}(x)}{W_y(x)}$	**Differenzialgleichung der Biegelinie** $w''(x) = -\frac{M_{by}(x)}{E\, I_y(x)}$
Torsion kreisförmiger Vollquerschnitte  I_p = polares Flächenträgheitsm.	**Torsionsspannung Verteilung:** $\tau(r) = \frac{M_t}{I_p} r$ **Maximalwert:** $\tau_{max} = \frac{M_t}{I_p} \cdot \frac{D}{2} = \frac{M_t}{W_p}$	**Drillung** $\vartheta = \frac{\varphi}{l} = \frac{M_t}{G\, I_p}$ **Drillwinkel** $\varphi = \frac{M_t\, l}{G\, I_p}$
Torsion kreisringförmiger Querschnitte (Rohre)  	**Torsionsspannung Maximalwert:** $\tau_{max} = \frac{M_t}{W_p}$ $W_p = \frac{I_p(D) - I_p(d)}{D/2}$	**Drillwinkel** $\varphi = \frac{M_t\, l}{G\, I_p}$ $I_p = I_p(D) - I_p(d)$
Torsion dünnwandiger Hohlquerschnitte 	**Schubspannung Verlauf über Umfang:** $\tau(s) = \frac{M_t}{2A_m \delta(s)}$ **Maximalwert:** $\tau_{max} = \frac{M_t}{W_t} = \frac{M_t}{2A_m \cdot \delta_{min}}$	**Drillung** $\vartheta = \frac{M_t}{G \cdot I_t} = \frac{M_t}{G} \frac{\oint ds/\delta(s)}{4A_m^2}$ $I_t = \frac{4A_m^2}{\oint ds/\delta(s)}$
Torsion schmaler Rechteckquerschnitte  	**Schubspannung Verlauf:** $\tau = \frac{2M_t}{I_t} y$ **Maximalwert:** $\tau_{max} = \frac{M_t}{W_t} = \frac{2M_t}{I_t} \frac{b}{2} = \frac{3M_t}{b^2 h}$	**Drillung** $\vartheta = \frac{M_t}{G \cdot I_t} = \frac{M_t}{G} \frac{3}{b^3 h}$ $I_t = \frac{b^3 h}{3}$
Erwärmung beidseitig eingespannter Stäbe  	**Wärmespannung** $\sigma_{\Delta T} = -E \cdot \alpha \cdot \Delta T$ α = linearer Wärmeausdehnungskoeffizient	**Bei freier Dehnung** $\varepsilon_{\Delta T} = \frac{\Delta l}{l} = \alpha\, \Delta T$ $\Delta l = l\, \alpha\, \Delta T$ Diese Verlängerung ist nicht möglich und muss durch eine Stauchung im Stab aufgenommen werden.

8.3 Zusammenstellung der wichtigsten Beanspruchungsarten

Beanspruchungsart	Spannung	Verformung
Dünnwandiges Rohr unter Innendruck p_i  $s \ll d_m$	**Tangentialspannung** $\sigma_t = \frac{p_i\, d_m}{2\, s}$ Kessel-formeln **Axialspannung** $\sigma_a = \frac{p_i \cdot d_m}{4 \cdot s}$	**Durchmesseränderung** $\Delta d_m = \frac{d_m\, \sigma_t}{E}$ **Längenänderung** $\Delta l = \frac{l\, \sigma_a}{E}$
Dickwandiges Rohr unter Innendruck p_i  Verhältnis $Q = \frac{r_i}{r_a} = \frac{d_i}{d_a}$	**Tangentialspannung** $\sigma_t = p_i \frac{(r_a/r)^2 + 1}{(r_a/r_i)^2 - 1}$ **Radialspannung** $\sigma_r = -p_i \frac{(r_a/r)^2 - 1}{(r_a/r_i)^2 - 1}$ **Axialspannung** $\sigma_a = p_i \frac{1}{(r_a/r_i)^2 - 1}$	**Radiale Verschiebung** $u(r) = \frac{p_i}{E}\left[(1-\nu)Q^2 r + (1+\nu) r_i^2/r\right] / (1-Q^2)$ **Durchmesseränderung** $\Delta d_i = \frac{p_i\, d_i}{E}\left[\frac{1+Q^2}{1-Q^2} + \nu\right]$ $\Delta d_a = \frac{p_i\, d_a}{E}\, \frac{2\, Q^2}{1-Q^2}$
Dickwandiges Rohr unter Außendruck p_a  $r_i \le r \le r_a$	**Tangentialspannung** $\sigma_t = -p_a \frac{(r_a/r_i)^2 + (r_a/r)^2}{(r_a/r_i)^2 - 1}$ **Radialspannung** $\sigma_r = -p_a \frac{(r_a/r_i)^2 - (r_a/r)^2}{(r_a/r_i)^2 - 1}$ **Axialspannung** $\sigma_a = -p_a \frac{(r_a/r_i)^2}{(r_a/r_i)^2 - 1}$	**Radiale Verschiebung** $u(r) = -\frac{p_a}{E}\left[(1-\nu) r + (1-\nu) r_i^2/r\right] / (1-Q^2)$ **Durchmesseränderung** $\Delta d_a = -\frac{p_a\, d_a}{E}\left[\frac{1+Q^2}{1-Q^2} - \nu\right]$ $\Delta d_i = -\frac{p_a\, d_i}{E}\, \frac{2}{1-Q^2}$
Die Beziehungen für die Spannungen und Verformungen können bei Vorhandensein von p_i und p_a superponiert werden.		
Vollwelle unter Außendruck p_a  $0 \le r \le r_a$	**Tangentialspannung** $\sigma_t = -p_a = \text{const.}$ **Radialspannung** $\sigma_r = -p_a = \text{const.}$ **Axialspannung** $\sigma_a = -p_a = \text{const.}$	**Radiale Verschiebung** $u(r) = -\frac{p_a\, r}{E}(1-\nu)$ **Durchmesseränderung** $\Delta d_a = -\frac{p_a\, d_a}{E}(1-\nu)$ ν = Querzahl

8.4 Knickung schlanker Stäbe

Die Knickbeanspruchung stellt einen Grenzfall der Druckbeanspruchung dar, wie sie z. B. bei langen Spindeln, Pendelstützen von Aufsteckgetrieben, Fachwerkstäben u. a. auftritt. Schlanke „Stäbe“ gehen unter Druckbeanspruchung bei Erreichen einer kritischen Druckspannung aus der nicht ausgebogenen (instabilen) Gleichgewichtslage in eine benachbarte gebogene (stabile) Lage über.



Druckspannung

$$\sigma_d = \frac{F}{A}$$

Knickspannung (im EULER-Bereich)

$$\sigma_K = \frac{F_K}{A} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{A \cdot l^2}, \quad I_y = I_{min}$$

Knicken im elastischen (EULER) Bereich

Betrachtet man die verformte Gleichgewichtslage des dargestellten Stabes, so lautet die Differenzialgleichung für die Knickung um die Querschnittshauptachse y (mit I_y als kleinstem Flächenmoment 2. Ordnung) im Fall kleiner Auslenkungen w(x)

$$E \cdot I_y \cdot w''(x) = -M_b(x) = -F \cdot w(x)$$

$$w''(x) + \alpha^2 w(x) = 0 \qquad \text{mit } \alpha = \sqrt{\frac{F}{E \cdot I_y}}\,.$$

Die Lösung dieser Differenzialgleichung ist

$$w(x) = c_1 \cdot \sin(\alpha \cdot x) + c_2 \cdot \cos(\alpha \cdot x)\,.$$

Aus den Randbedingungen für den vorstehend dargestellten Stab

$$w\,(x = 0) = 0 \qquad \text{und} \qquad w\,(x = l) = 0$$

folgen $c_2 = 0$ und $\sin(\alpha \cdot l) = 0$ (Eigenwertgleichung) mit den Eigenwerten

$$\alpha_K = \frac{n \cdot \pi}{l}\,, \qquad n = 1, 2, 3 \ldots\,.$$

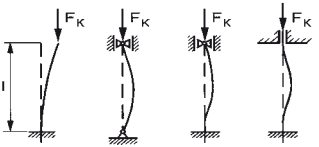
Damit ergibt sich $\quad F_K = \alpha_K^2 \cdot E \cdot I_y = n^2 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I_y / l^2$

und die kleinste Knicklast für n = 1 zu $\quad F_K = \dfrac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{l^2}\,.$

Für andere Lagerungsfälle ergeben sich entsprechende Eigenwerte, die sich jedoch alle mit der reduzierten Knicklänge l_K auf die Euler'sche Knicklast zurückführen lassen.

8.4 Knickung schlanker Stäbe

Die vier EULER-Knickfälle



Mit dem Trägheitsradius

$$i_y = \sqrt{I_y / A}$$

und dem Schlankheitsgrad

$$\lambda = l_K / i_y = l_K / \sqrt{(I_y / A)}$$

folgt für die Knickspannung

$$\sigma_K = F_K / A = \pi^2 \cdot E / \lambda^2 .$$

Diese Beziehungen für F_K und σ_K gelten nur im linearen, elastischen Werkstoffbereich, also solange

$$\sigma_K = \pi^2 \cdot E / \lambda^2 < R_p \quad \text{bzw.} \quad \lambda > \sqrt{\pi^2 \cdot E / R_p} \text{ ist.}$$

Der Übergang aus dem elastischen in den unelastischen (plastischen) Bereich liegt bei der Grenzschlankheit

$$\lambda_0 = \sqrt{\pi^2 \cdot E / R_p} \;;\; R_p = \text{Proportionalitätsgrenze des Werkstoffes.}$$

Knickspannung im unelastischen (plastischen) Bereich

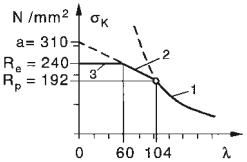
Für kleinere Schlankheitsgrade als die Grenzschlankheit wird der Verlauf der EULER-Hyperbel durch die TETMAJER-Gerade ersetzt, die folgende Form aufweist

$$\sigma_K = a - b \cdot \lambda .$$

Die Grenzschlankheit λ_0 sowie Werte für a und b sind der nachfolgenden Tabelle für einige Werkstoffe zu entnehmen.

Werkstoff	Alte Bezeichnung	E N/mm²	λ_0	a	b
S 235 IR	St 37	$2{,}1 \cdot 10^5$	104	310	1,14
E 295, E 335	St 50, St 60	$2{,}1 \cdot 10^5$	89	335	0,62
5 % – Ni-Stahl		$2{,}1 \cdot 10^5$	86	470	2,30
Grauguss		$1{,}0 \cdot 10^5$	80	$\sigma_K = 776 - 12 \cdot \lambda + 0{,}053 \cdot \lambda^2$	
Nadelholz		$1{,}0 \cdot 10^4$	100	29,3	0,194

Die TETMAJER-Gerade gilt vom Schnittpunkt mit der EULER-Hyperbel bis zum Schnittpunkt mit der Streckgrenze R_e des verwendeten Werkstoffes. Damit existieren drei Bereiche in Abhängigkeit vom Schlankheitsgrad.



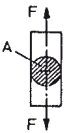
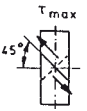
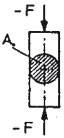
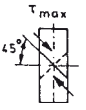
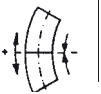
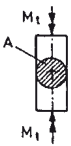
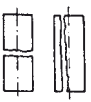
Knickspannungsdiagramm für St 37

1. EULER-Hyperbel;
2. TETMAJER-Gerade;
3. Streckgrenze

$R_e = 240$ N/mm²

$R_p = 0{,}8 \cdot R_e = 192$ N/mm²

8.5 Mechanismus der Bruchformen für den einachsigen Spannungszustand

Äußere Beanspruchung	Spröde Werkstoffe		Zähe Werkstoffe	
	größte Normal-spannungen	Trennbruch	größte Schub-spannungen	Schub- oder Gleit-verformung
Zug 	$\sigma_{max} = \frac{F}{A}$		 $\tau_{max} = \frac{\sigma_{max}}{2}$	
Druck 	$\sigma_{max} = -\frac{F}{A}$	Trennbruch nicht möglich	 $\tau_{max} = \frac{\sigma_{max}}{2}$	
Biegung	 $\sigma_{max} = +\frac{M_b}{W_a}$		$\tau_{max} = \frac{\sigma_{max}}{2}$	
Torsion 	$\sigma_{max} = 2\tau_{max}$		$\tau_{max} = \frac{M_t}{W_p}$	
Anwendbare Bruchhypothese	Normalspannungshypothese		Schubspannungshypothese	

Die wichtigsten Versagensarten bei mechanischer Beanspruchung sind:

Versagensart	**Maßgebender Festigkeitskennwert**
Fließbeginn	Streckgrenze, 0,2-Dehngrenze
Trennbruch	Bruchfestigkeit
Ermüdungsbruch	Dauerfestigkeit für den vorliegenden dynamischen Beanspruchungsfall

8.6 Die wichtigsten Festigkeitshypothesen für den mehrachsigen Spannungszustand

Versagensart				
Versagen durch		Trennbruch	Verformen Gleitzerrüttung	Verformen Gleitzerrüttung
Festigkeits-hypothese		Normalspannungs-hypothese	Schubspannungs-hypothese	Gestaltänderungs-energiehypothese
Spannungszustand		Vergleichsspannung σ_v		
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$	3-achsig	σ_1	$\sigma_1 - \sigma_3 = 2\,\tau_{max}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_3-\sigma_1)^2}$
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 = 0$	2-achsig	σ_1	$\sigma_1 = 2\tau_{max}$	$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2}$
$\sigma_1, \sigma_3, \sigma_2 = 0$		σ_1	$\sigma_1 - \sigma_3 = 2\,\tau_{max}$	$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_3}$
σ_x, σ_y, τ		$\frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2}$	$\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\,\tau^2}$ ① $\frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\,\tau^2}$ ②	$\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x\sigma_y + 3\,\tau^2}$
σ_x, τ ③ $\sigma_y = 0$		$\frac{1}{2}\sigma_x + \frac{1}{2}\sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau^2}$	$\sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau^2}$	$\sqrt{\sigma_x^2 + 3\,\tau^2}$

① $\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\,\tau^2} > \sigma_x + \sigma_y$

② $\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\,\tau^2} < \sigma_x + \sigma_y$

Zu ③ : Biegung und Torsion

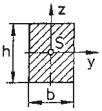
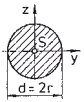
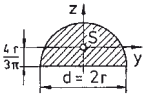
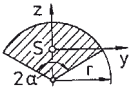
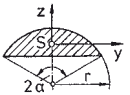
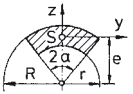
Bei überlagerter Biegung und Torsion hat sich die Anwendung der Gestaltänderungs-energiehypothese (GEH) bewährt. Für dynamische Beanspruchungen (z. B. Wechselbiege-beanspruchung mit überlagerter Torsionsbeanspruchung) ist das Anstrengungsverhältnis α_0 zu berücksichtigen:

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \cdot (\alpha_0 \cdot \tau)^2}$$

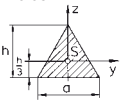
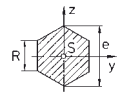
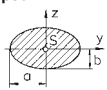
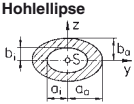
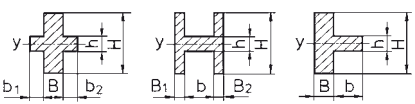
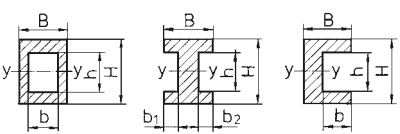
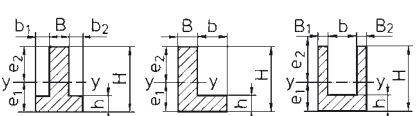
Bei Biegung wechselnd und Torsion ruhend: $\alpha_0 = 0{,}7$
bei Biegung wechselnd und Torsion wechselnd: $\alpha_0 = 1{,}0$
bei Biegung ruhend und Torsion wechselnd: $\alpha_0 = 1{,}5$

$$\alpha_0 = \frac{\sigma_{Grenz}}{(\varphi \cdot \tau_{Grenz})}$$

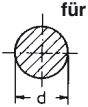
8.7 Axiale Flächenmomente 2. Grades und Widerstandsmomente

Rechteck 	$I_y = \frac{b\,h^3}{12} = A\frac{h^2}{12}$ $I_z = \frac{h\,b^3}{12} = A\frac{b^2}{12}$	$W_y = \frac{b\,h^2}{6} = A\frac{h}{6}$ $W_z = \frac{h\,b^2}{6} = A\frac{b}{6}$
Kreis 	$I_y = I_z = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{A r^2}{4}$	$W_y = W_z = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi\, r^3}{4} = \frac{A r}{4}$
Halbkreis 	$I_y = \left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi}\right) r^4$ $I_z = \frac{\pi r^4}{8} = \frac{A r^2}{4}$	$W_y = 0{,}1902\, r^3$ $W_z = \frac{\pi r^3}{8} = \frac{A r}{4}$
Kreisausschnitt 	$I_y = r^4\left[\left(\alpha + \frac{1}{8}\sin\alpha\right) - \frac{4(1-\cos\alpha)}{9\alpha}\right]$ $I_z = \frac{r^4}{8}(a - \sin\alpha)$	$W_y = \frac{I_y}{z_{max}}$ $z_{max} = \text{Max}\begin{cases} r - \frac{2r\sin\alpha}{3\alpha} \\ \frac{2r\sin\alpha}{3\alpha} \end{cases}$
Kreisabschnitt 	$I_y = r^4\left[\frac{4\alpha - \sin 4\alpha}{16} - \frac{8}{9}\cdot\frac{\sin^6\alpha}{2\alpha - \sin 2\alpha}\right]$ $I_z = r^4\left[2\alpha - \frac{4}{3}\sin 2\alpha + \frac{1}{6}\sin 4\alpha\right]$	$W_y = \frac{I_y}{z_{max}}$ $z_{max} = r - \frac{4r\,\sin^3\alpha}{3\,(2 - \sin 2\alpha)}$
Kreisring	$I_y = I_z = \frac{\pi}{4}(R^4 - r^4)$	$W_y = W_z = \frac{\pi}{4}\frac{(R^4 - r^4)}{R}$
Kreisring-ausschnitt 	$I_y = \frac{R^4 - r^4}{8}\cdot(\alpha + \sin\alpha) - \frac{R^2 - r^2}{2}\cdot e^2\alpha$ $I_z = \frac{R^4 - r^4}{8}\cdot(\alpha + \sin\alpha)$	$W_y = \frac{I_y}{R - e}$ $e = \frac{2}{3}\cdot\frac{(R^3 - r^3)\sin\alpha}{(R^2 - r^2)\alpha}$

8.7 Axiale Flächenmomente 2. Grades und Widerstandsmomente

Dreieck  	$I_y = \frac{ah^3}{36} = \frac{Ah^2}{18}$ $I_z = \frac{ha^3}{48} = \frac{Aa^2}{24}$	$W_y = \frac{ah^2}{24} = \frac{Ah}{12}$ $W_z = \frac{ha^2}{24} = \frac{Aa}{12}$
Sechseck  	$I_y = I_z = \frac{5\sqrt{3}}{16}R^4 = \frac{5\sqrt{3}}{256}e^4$	$W_y = \frac{5\sqrt{3}}{16}R^3 = \frac{5\sqrt{3}}{128}e^3$ $W_z = \frac{5}{8}R^3 = \frac{5}{64}e^3$
Ellipse  	$I_y = \frac{\pi ab^3}{4} = \frac{Ab^2}{4}$ $I_z = \frac{\pi a^3 b}{4} = \frac{Aa^2}{4}$	$W_y = \frac{\pi ab^2}{4} = \frac{Ab}{4}$ $W_z = \frac{\pi a^2 b}{4} = \frac{Aa}{4}$
Hohlellipse  	$I_y = \frac{(a_a b_a^3 - a_i b_i^3)}{4}$ $I_z = \frac{(a_a^3 b_a - a_i^3 b_i)}{4}$	$W_y = \frac{(a_a b_a^3 - a_i b_i^3)}{4b_a}$ $W_z = \frac{(a_a^3 b_a - a_i^3 b_i)}{4a_a}$
 		$I_y = \frac{BH^3 + bh^3}{12}$ $W_y = \frac{BH^3 + bh^3}{6H}$ mit $B = B_1 + B_2$ $b = b_1 + b_2$
 		$I_y = \frac{BH^3 - bh^3}{12}$ $W_y = \frac{BH^3 - bh^3}{6H}$ mit $b = b_1 + b_2$
 		$I_y = \frac{BH^3 + bh^3}{3} - (BH + bh)e_1^2$ mit $B = B_1 + B_2$, $b = b_1 + b_2$ $W_{y1,2} = \frac{I_y}{e_{1,2}}$ $e_1 = \frac{1}{2}\frac{BH^2 + bh^2}{BH + bh}$, $e_2 = H - e_1$

8.8 Flächenmomente 2. Grades und Widerstandsmomente für Kreisquerschnitte



$I_a = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$ axiales Flächenmoment

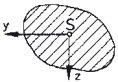
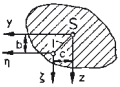
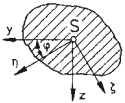
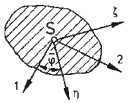
$I_p = 2 \cdot I_a$ polares Flächenmoment

$W_a = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$ axiales Widerstandsmoment

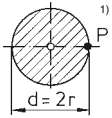
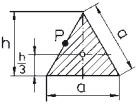
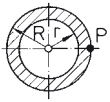
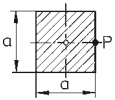
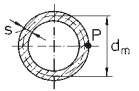
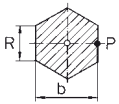
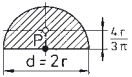
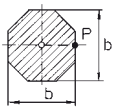
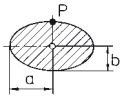
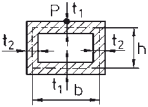
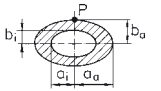
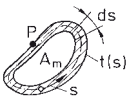
$W_p = 2 \cdot W_a$ polares Widerstandsmoment

d mm	I_a mm^4	W_a mm^3	d mm	I_a mm^4	W_a mm^3	d mm	I_a mm^4	W_a mm^3
1	0,0491	0,0982	51	332 086	13 023	101	5 108 055	101 150
2	0,7854	0,7854	52	358 908	13 804	102	5 313 378	104 184
3	3,976	2,651	53	387 323	14 616	103	5 524 830	107 278
4	12,57	6,283	54	417 393	15 459	104	5 742 532	110 433
5	30,68	12,27	55	449 180	16 334	105	5 966 604	113 650
6	63,62	21,21	56	482 750	17 241	106	6 197 171	116 928
7	117,9	33,67	57	518 166	18 181	107	6 434 357	120 268
8	201,1	50,27	58	555 497	19 155	108	6 678 287	123 672
9	322,1	71,57	59	594 810	20 163	109	6 929 087	127 139
10	490,9	98,17	60	636 172	21 206	110	7 186 886	130 671
11	718,7	130,7	61	679 651	22 284	111	7 451 813	134 267
12	1 018	169,6	62	725 332	23 398	112	7 723 997	137 929
13	1 402	215,7	63	773 272	24 548	113	8 003 571	141 656
14	1 886	269,4	64	823 550	25 736	114	8 290 666	145 450
15	2 485	331,3	65	876 240	26 961	115	8 585 417	149 312
16	3 217	402,1	66	931 420	28 225	116	8 887 958	153 241
17	4 100	482,3	67	989 166	29 527	117	9 198 425	157 238
18	5 153	572,6	68	1 049 556	30 869	118	9 516 956	161 304
19	6 397	673,4	69	1 112 660	32 251	119	9 843 689	165 440
20	7 854	785,4	70	1 178 588	33 674	120	10 178 763	169 646
21	9 547	909,2	71	1 247 393	35 138	121	10 522 320	173 923
22	11 499	1 045	72	1 319 167	36 644	122	10 874 501	178 271
23	13 737	1 194	73	1 393 995	38 192	123	11 235 450	182 690
24	16 286	1 357	74	1 471 963	39 783	124	11 605 311	187 182
25	19 175	1 534	75	1 553 156	41 417	125	11 984 229	191 748
26	22 432	1 726	76	1 637 662	43 096	126	12 372 350	196 387
27	26 087	1 932	77	1 725 571	44 820	127	12 769 824	201 100
28	30 172	2 155	78	1 816 972	46 589	128	13 176 799	205 887
29	34 719	2 394	79	1 911 967	48 404	129	13 593 424	210 751
30	39 761	2 651	80	2 010 619	50 265	130	14 019 852	215 690
31	45 333	2 925	81	2 113 051	52 174	131	14 456 235	220 706
32	51 472	3 217	82	2 219 347	54 130	132	14 902 727	225 799
33	58 214	3 528	83	2 329 605	56 135	133	15 359 483	230 970
34	65 597	3 859	84	2 443 920	58 189	134	15 826 658	236 219
35	73 662	4 209	85	2 562 392	60 292	135	16 304 411	241 547
36	82 448	4 580	86	2 685 120	62 445	136	16 792 899	246 954
37	91 998	4 973	87	2 812 205	64 648	137	17 292 282	252 442
38	102 354	5 387	88	2 943 748	66 903	138	17 802 721	258 010
39	113 561	5 824	89	3 079 853	69 210	139	18 324 378	263 660
40	125 664	6 283	90	3 220 623	71 569	140	18 857 416	269 392
41	138 709	6 766	91	3 366 165	73 982	141	19 401 999	275 206
42	152 745	7 274	92	3 516 586	76 448	142	19 958 294	281 103
43	167 820	7 806	93	3 671 992	78 968	143	20 526 466	287 083
44	183 984	8 363	94	3 832 492	81 542	144	21 106 684	293 148
45	201 289	8 946	95	3 998 198	84 173	145	21 699 116	299 298
46	219 787	9 556	96	4 169 220	86 859	146	22 303 933	305 533
47	239 531	10 193	97	4 345 671	89 601	147	22 921 307	311 855
48	260 576	10 857	98	4 527 664	92 401	148	23 551 409	318 262
49	282 979	11 550	99	4 715 315	95 259	149	24 194 414	324 757
50	306 796	12 272	100	4 908 738	98 175	150	24 850 496	331 340

8.9 Flächenmomente 2. Grades für verschiedene Bezugsachsen

Trägheitsmoment für:	axiale TM	Zentrifug.moment	polares TM
Beliebige senkrecht aufeinander stehende Schwerpunktachsen yz 	$I_y = \int_A z^2 \cdot dA$ $I_y = \int_A y^2 \cdot dA$	$I_{yz} = \int_A y \cdot z \cdot dA$	$I_{ps} = \int_A r^2 \cdot dA$ $I_{ps} = \int_A (y^2 + z^2) \cdot dA$ $= I_y + I_z$
Achsen, die zu den yz-Achsen parallel verschoben sind 	$I_\eta = I_y + b^2 \cdot A$ $I_\xi = I_z + c^2 \cdot A$	$I_{\eta\zeta} = I_{yz} + b \cdot c \cdot A$	$I_p = I_{ps} + l^2 \cdot A$ $= I_{ps} + (b^2 + c^2) \cdot A$ $= I_\eta + I_\zeta$
Achsen, die gegenüber den yz-Achsen um den Winkel φ im positiven Sinne gedreht sind 	$I_\eta = \frac{I_y + I_z}{2} + \frac{I_y - I_z}{2} \cdot \cos 2\varphi - I_{yz} \cdot \sin 2\varphi$ $I_\xi = \frac{I_y + I_z}{2} - \frac{I_y - I_z}{2} \cdot \cos 2\varphi - I_{yz} \cdot \sin 2\varphi$ $I_{\eta\zeta} = \frac{I_y - I_z}{2} \cdot \sin 2\varphi + I_{yz} \cdot \cos 2\varphi$		$I_{ps} = I_\eta + I_\zeta$ $= I_y + I_z$
die Hauptträgheitsachsen, die gegenüber den yz-Achsen um den Winkel φ* im positiven Sinne gedreht liegen	$\sin 2\varphi^* = \frac{I_{yz}}{\sqrt{\left(\frac{I_y - I_z}{2}\right)^2 + I_{yz}^2}}$ $\cos 2\varphi^* = \frac{\frac{I_y + I_z}{2}}{\sqrt{\left(\frac{I_y - I_z}{2}\right)^2 + I_{yz}^2}}$ $I_{1,2} = \frac{I_y + I_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_y - I_z}{2}\right)^2 + I_{yz}^2}$ $I_{1,2} = 0$		$I_{ps} = I_1 + I_2$ $= I_y + I_z$
Achsen, die gegenüber den Hauptachsen um den Winkel $\overline{\varphi}$ im positiven Sinne gedreht sind 	$I_\eta = \frac{I_1 + I_2}{2} + \frac{I_1 - I_2}{2} \cdot \cos 2\overline{\varphi}$ $I_\zeta = \frac{I_1 + I_2}{2} - \frac{I_1 - I_2}{2} \cdot \cos 2\overline{\varphi}$ $I_{\eta\zeta} = \frac{I_1 - I_2}{2} \cdot \sin 2\overline{\varphi}$		$I_{ps} = I_\eta + I_\zeta$ $= I_1 + I_2$

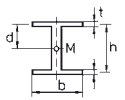
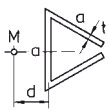
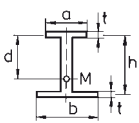
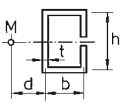
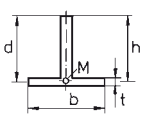
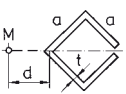
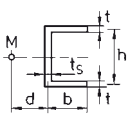
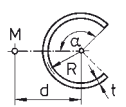
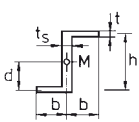
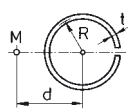
8.10 Torsionsflächenmomente und -widerstandsmomente

Kreis  	$I_p = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi r^4}{2}$ $W_p = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{\pi r^3}{2}$	**Gleichs. Dreieck**  	$I_t = \frac{a^4}{46{,}19} \approx \frac{h^4}{26}$ $W_t = \frac{a^3}{20} \approx \frac{h^3}{13}$
Kreisring  	$I_p = \frac{\pi}{2}(R^4 - r^4)$ $W_p = \frac{\pi}{2}\frac{(R^4 - r^4)}{R}$	**Quadrat**  	$I_t = 0{,}141\ a^4$ $W_t = 0{,}208\ a^3$
Dünnw. Kreisring  	$s \ll dm$ $I_p = \frac{\pi}{4} d_m^3 s$ $W_p = \frac{\pi}{2} d_m^2 s$	**Sechskant**  	$I_t = 0{,}115\ b^4$ $= 0{,}460\ R^4$ $W_t = 0{,}188\ b^3$ $= 0{,}532\ R^3$
Halbkreis  	$I_t = 0{,}296\ r^4$ $W_t = 0{,}348\ r^3$	**Achtkant**  	$I_t = 0{,}108\ b^4$ $W_t = 0{,}185\ b^3$
Ellipse  	$I_t = \pi \frac{a^3 b^3}{a^2 + b^2}$ $W_t = \frac{\pi}{2} a b^2$	**Dünnwandiger Kastenquersch.**  	$t_1 < t_2 \ll b, h$ $I_t = \frac{2(bh)^2}{\frac{b}{t_1} + \frac{h}{t_2}}$ $W_t = 2\ b\ h\ t_{min}$
Hohlellipse  	$a_a : b_a = a_i : b_i = c$ $I_t = \pi \frac{c^3(b_a^4 - b_i^4)}{1 + c^2}$ $W_t = \frac{\pi c(b_a^4 - b_i^4)}{2 b_a}$	**Dünnwandiger Hohlquerschn.**  	$I_t = \frac{4 A_m^2}{\oint \frac{ds}{t(s)}}$ $W_t = 2 A_m\ t_{min}$

1) P = Orte für τ_{max}

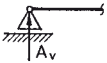
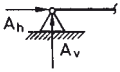
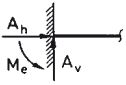
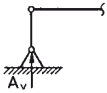
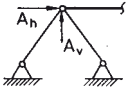
8.11 Schubmittelpunkte von dünnwandigen Profilen

Bei der Querkraftbiegung von symmetrischen Profilen liegt Torsionsfreiheit im Querschnitt vor, und der Schubmittelpunkt (Querkraftmittelpunkt) liegt auf der Symmetrieebene. Hat der Profilquerschnitt zwei Symmetrieachsen, so fällt der Schubmittelpunkt in den Symmetriepunkt, d.h. in den Schwerpunkt.
Dies ist im Allgemeinen nicht mehr der Fall, wenn die Lastebene nicht mit einer Symmetrieebene des Profils zusammenfällt. Eine Verdrehbeanspruchung des Profils lässt sich dann durch geeignete Verschiebung der Lastebene vermeiden, wobei diese lediglich von der Art des Profils, nicht aber von der Größe der Belastung abhängig ist (Profilkonstante). Nachstehend sind für einige Profile die Lagen d der Schubmittelpunkte M angegeben.

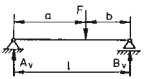
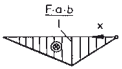
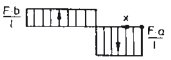
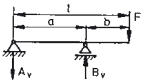
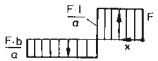
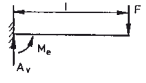
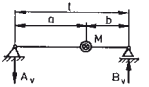
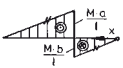
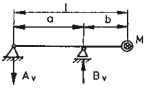
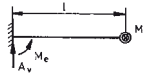
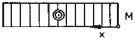
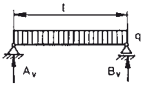
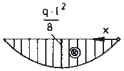
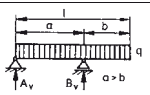
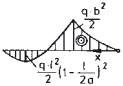
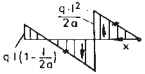
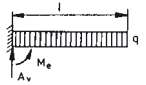
Profil	d	Profil	d
	$d = \frac{h}{2}$		$d = \frac{a\sqrt{3}}{6}$
	$d = \frac{hb^3}{a^3 + b^3}$		$d = \frac{b}{2} \cdot \frac{3b + 2h}{3b + h}$
	$d = h$		$d = \frac{a\sqrt{2}}{4}$
	$d = \frac{3t\,b^2}{ht_s + 6bt}$		$d = 2R \frac{\sin\alpha - \alpha\cos\alpha}{\alpha - \sin\alpha\cos\alpha}$
	$d = \frac{h}{2}$		$d = 2\,R$

8.12 Ebene Auflagerarten und Zwischenelemente

Mögliche Lagerreaktionen und Zwischenbedingungen

Auflagerarten	Freiheits-grade	Lager-reaktionen	Erläuterungen
Verschiebliches Gelenklager 	2	1	Der am verschieblichen Gelenklager angelenkte Stab kann in horizontaler Richtung verschoben und um den Gelenkpunkt gedreht werden. Er besitzt demnach **zwei Freiheitsgrade.** Das Lager kann nur **eine** senkrecht zur Gleitrichtung wirkende **Reaktionskraft** aufbringen.
Festes Gelenklager 	1	2	Bei einem festen Gelenklager kann der Träger in keiner Richtung verschoben, sondern nur um das Gelenk gedreht werden. Die Wirkung des festen Gelenklagers auf ihn kann allgemein durch eine beliebig gerichtete Kraft dargestellt werden, die in zwei voneinander unabhängige Komponenten zerlegt werden kann.
Feste Einspannung 	0	3	Ein fest eingespannter Träger kann weder verschoben noch gedreht werden. Er hat keinen Freiheitsgrad. Die Lagerung kann durch beliebig gerichtete Kräfte und Momente belastet werden. Die Wirkung der festen Einspannung auf den Träger kann daher durch zwei Kräfte und ein Einspannmoment dargestellt werden.
Pendelstütze 	2	1	Die Wirkung einer Pendelstütze auf den angelenkten Träger ist der eines verschieblichen Gelenklagers gleichwertig. Senkrecht zur Pendelstütze kann der Stab verschoben und um das Gelenk gedreht werden. Lediglich in Richtung der Stütze kann eine Reaktionskraft auf den Träger übertragen werden.
Dreigelenkstütze 	1	2	Die Dreigelenkstütze entspricht in ihrer Wirkung dem festen Gelenklager. Sie verhindert in der von den Stützen aufgespannten Ebene jede Translationsbewegung. Es bleibt nur ein Freiheitsgrad für die Drehung um den Gelenkpunkt. Die Wirkung auf den Träger wird durch zwei voneinander unabhängige Kräfte erfasst.
Zwischenelemente	Zwischen-bedingung	Zwischen-reaktionen	Erläuterungen
Gelenk	$M_b = 0$	$Q \neq 0$ $N \neq 0$	Ein Gelenk liefert die Zwischenbedingung, dass das Biegemoment am Gelenk verschwinden muss, wenn Reibungsfreiheit der Trägerverbindung vorausgesetzt wird. Bei einem Schnitt durch das Gelenk treten daher als Schnittgrößen oder Zwischenreaktionen nur eine Querkraft und eine Normalkraft auf.
Schiebehülse	$N = 0$	$Q \neq 0$ $M_b \neq 0$	Eine Schiebehülse kann keine Normalkraft übertragen. Das Verschwinden der Normalkraft an ihr kann als Zwischenbedingung gewertet werden. Als Zwischenreaktionen können Querkraft und Biegemoment übertragen werden. Auch hier wird Reibungsfreiheit der Verbindung vorausgesetzt.

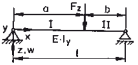
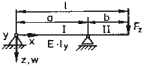
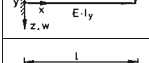
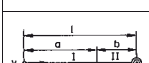
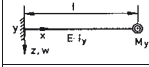
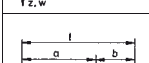
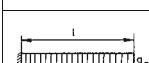
8.13 Lagerreaktionen, Momenten- und Querkraftverläufe für einfache, belastete Träger

System	Lager-reaktionen	Biegemomenten-verlauf	Querkraftverlauf
	$A_v = F \cdot \frac{b}{l}$ $B_v = F \cdot \frac{a}{l}$		
	$A_v = F \cdot \frac{b}{a}$ $B_v = F \cdot \frac{l}{a}$		
	$A_v = F$ $M_e = F \cdot l$		
	$A_v = \frac{M}{l}$ $B_v = \frac{M}{l}$		
	$A_v = \frac{M}{a}$ $B_v = \frac{M}{a}$		
	$A_v = 0$ $M_e = M$		
	$A_v = \frac{q \cdot l}{2}$ $B_v = \frac{q \cdot l}{2}$		
	$A_v = q \cdot l \left(1 - \frac{l}{2a}\right)$ $B_v = \frac{q \cdot l^2}{2a}$		
	$A_v = q \cdot l$ $M_e = \frac{q \cdot l^2}{2}$		

8.14 Gleichung der elastischen Biegelinie für einfache, belastete Träger

$$w''(x) = -\frac{M_{by}(x)}{E \cdot I_y(x)}$$

$$I_y(x) = \text{const.}$$

System	Gleichung der elastischen Linie w(x)	w_{max}
	$w_I = \frac{F_z \cdot l^3}{6E \cdot I_y}\left(2\frac{a \cdot x}{l^2} - 3\frac{a^2 \cdot x}{l^3} + \frac{a^3 \cdot x}{l^4} + \frac{a \cdot x^3}{l^4} - \frac{x^3}{l^3}\right)$ $w_{II} = \frac{F_z \cdot l^3}{6E \cdot I_y}\left(-\frac{a^3}{l^3} + 2\frac{a \cdot x}{l^2} + \frac{a^3 \cdot x}{l^4} - 3\frac{a \cdot x^2}{l^3} + \frac{a \cdot x^3}{l^4}\right)$	$w(a) = \frac{F_z \cdot a^2 \cdot b^2}{3E \cdot I_y \cdot l}$ $w_{I\,max}$ bei $x = \sqrt{\frac{2a}{3l} - \frac{a^2}{3l^2}}$ $a > b$ $w_{II\,max}$ bei $x = l - l\sqrt{\frac{l}{3} - \frac{a^2}{3l^2}}$ $a < b$
	$w_I = -\frac{F_z \cdot l^3}{6E \cdot I_y}\left(\frac{a \cdot x}{l^2} - \frac{a^2 \cdot x}{l^3} - \frac{x^3}{a \cdot l^2} + \frac{x^3}{l^3}\right)$ $w_{II} = \frac{F_z \cdot l^3}{6E \cdot I_y}\left(\frac{a^2}{l^2} - 4\frac{a \cdot x}{l^2} + \frac{a^2 \cdot x}{l^3} + 3\frac{x^2}{l^2} - \frac{x^3}{l^3}\right)$	$w_{I\,max} = \frac{\sqrt{3} \cdot F_z \cdot a^2 \cdot b}{27E \cdot I_y}$ $w_{II\,max} = \frac{F_z l \cdot b^2}{3E \cdot I_y}$
	$w = \frac{F_z \cdot l^3}{6E \cdot I_y}\left(3\frac{x^2}{l^2} - \frac{x^3}{l^3}\right)$	$w_{max} = \frac{F_z \cdot l^3}{3E \cdot I_y}$
	$w_I = \frac{M_y \cdot l^2}{6E \cdot I_y}\left(6\frac{a \cdot x}{l^2} - 2\frac{x}{l} - 3\frac{a^2 \cdot x}{l^3} - \frac{x^3}{l^3}\right)$ $w_{II} = \frac{M_y \cdot l^2}{6E \cdot I_y}\left(-3\frac{a^2}{l^2} + 2\frac{x}{l} + 3\frac{a^2 \cdot x}{l^3} - 3\frac{x^2}{l^2} + \frac{x^3}{l^3}\right)$	$w_{I\,max} = \frac{M_y \cdot l^2}{3E \cdot I_y}\left(-\frac{2}{3} + \frac{2a}{l} - \frac{a^2}{l^2}\right)^{\frac{3}{2}}$ $w_{II\,max} = -\frac{M_y \cdot l^2}{3E \cdot I_y}\left(\frac{1}{3} - \frac{a^2}{l^2}\right)^{\frac{2}{3}}$
	$w_I = \frac{M_y \cdot l^2}{6E \cdot I_y}\left(\frac{a \cdot x}{l^2} - \frac{x^3}{a \cdot l^2}\right)$ $w_{II} = -\frac{M_y \cdot l^2}{6E \cdot I_y}\left(\frac{a^2}{l^2} - 4\frac{a \cdot x}{l^2} + 3\frac{x^2}{l^2}\right)$	$w_{I\,max} = \frac{\sqrt{3} \cdot M_y \cdot a^2}{27E \cdot I_y}$ $w_{II\,max} = -\frac{M_y \cdot l^2}{6E \cdot I_y}\left(3 - \frac{4a}{l} + \frac{a^2}{l^2}\right)$
	$w = -\frac{M_y}{2E \cdot I_y}x^2$	$w_{max} = \frac{M_y \cdot l^2}{2E \cdot I_y}$
	$w = \frac{q_z \cdot l^4}{24E \cdot I_y}\left(\frac{x}{l} - 2\frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4}\right)$	$w_{max} = \frac{5q_z \cdot l^4}{384E \cdot I_y}$
	$w_I = \frac{q_z \cdot l^4}{24E \cdot I_y}\left(-2\frac{a \cdot x}{l^2} + 4\frac{a^2 \cdot x}{l^3} - \frac{a^3 \cdot x}{l^4} + 2\frac{x^3}{a \cdot l^2} - 4\frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4}\right)$ $w_{II} = \frac{q_z \cdot l^4}{24E \cdot I_y}\left(2\frac{a^2}{l^2} - 8\frac{a \cdot x}{l^2} + 4\frac{a^2 \cdot x}{l^3} - \frac{a^3 \cdot x}{l^4} + 6\frac{x^2}{l^2} - 4\frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4}\right)$	$w_{II\,max} = \frac{q_z \cdot l^4}{24E \cdot I_y} \cdot$ $\cdot\left(3 - 8\frac{a}{l} + 6\frac{a^2}{l^2} - \frac{a^3}{l^3}\right)$
	$w = \frac{q_z \cdot l^4}{24E \cdot I_y}\left(6\frac{x^2}{l^2} - 4\frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4}\right)$	$w_{max} = \frac{q_z \cdot l^4}{8E \cdot I_y}$

8.15 Prinzip der passiven Formänderungsarbeit

Anwendung des Prinzips der passiven Formänderungsarbeit bei der Berechnung von Verformungen (Durchbiegungen, Verdrehungen) an statisch bestimmt gelagerten Systemen und bei der Berechnung der Lagerreaktionen bei äußerlich statisch unbestimmten Systemen sowie von Schnittgrößen bei innerlich statisch unbestimmt aufgebauten Systemen.

Zunächst ist in jedem Fall zu prüfen, ob das System äußerlich statisch bestimmt gelagert und innerlich statisch bestimmt aufgebaut ist.

I) Ist das System sowohl äußerlich als auch innerlich statisch bestimmt:

1) An der Stelle des Systems, an der eine Verformung (Durchbiegung oder Verdrehung) gesucht ist, in Richtung der gesuchten Verformung eine Einheitskraft „1“ (bei Durchbiegungen) bzw. ein Einheitsmoment „M“ (bei Verdrehungen) als äußere Belastung auf das System aufbringen.
   Bei der Belastungsfolge wird das System zunächst nur mit der Einheitsgröße belastet und erst dann mit den wirkenden äußeren Kräften beaufschlagt.
2) Normalkraft-, Querkraft- (meistens vernachlässigbar) und Momentenverläufe (Biegemoment, Torsionsmoment) für jede äußere Belastung einschließlich der Einheitsgrößen getrennt ermitteln. Für die Bestimmung aller Schnittgrößen ist die gleiche laufende Koordinate x beizubehalten. Die Schnittgrößen infolge der Einheitsgrößen werden durch einen Querstrich gekennzeichnet.
3) Angabe der gesamten im System auftretenden passiven inneren Formänderungsarbeit.

   Es gilt dann:
   Äußere passive Formänderungsarbeit = innere passive Formänderungsarbeit

$$\begin{matrix} „1“ \cdot w \\ „M“ \cdot \varphi \end{matrix} = \int \frac{M_b \cdot \overline{M}_b}{E \cdot I_a} dx + \int \frac{M_t \cdot \overline{M}_t}{G \cdot I_p} dx + \int \frac{N \cdot \overline{N}}{E \cdot A} \cdot dx + \begin{pmatrix} \text{Passive} \\ \text{Federarbeit} \end{pmatrix}^{1} \begin{matrix} \text{Auslenkung} \\ \text{Verdrehung} \end{matrix}$$

   1) Querkräfte vernachlässigt
4) Auswerten der Integrale mit Hilfe der Integraltafeln oder mathematischer Berechnung (Vorzeichen der Schnittgrößen beachten).
5) Division der gewonnenen Beziehung durch die Einheitsgröße und die gesuchte Größe ausrechnen.

II) Ist das System statisch unbestimmt, und zwar:

a) Statisch unbestimmt gelagert:

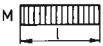
1) System statisch bestimmt machen, dadurch, dass man überzählige Auflagerverbindungen löst und an diesen Stellen die Lagerreaktionen als äußere eingeprägte Kräfte am System anbringt. Außerdem ist gleichzeitig für diese Stelle eine Randbedingung anzugeben, die den Ausgangszustand kennzeichnet.
2) An der Stelle, an der eine Randbedingung vorliegt, eine Einheitskraft „1“ (bei Durchsenkungen) bzw. ein Einheitsmoment „M“ (bei Verdrehungen) anbringen.
3) Siehe I, 2)
4) Siehe I, 3)
5) Siehe I, 4)
6) Einsetzen der Randbedingung, Division der Beziehung durch die Einheitsgröße und unbekannte Lagerreaktion ausrechnen.

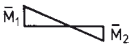
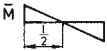
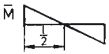
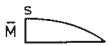
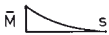
b) Innerlich statisch unbestimmt aufgebaut:

1) System statisch bestimmt machen durch den Einbau von Gelenken, Verschiebehülsen, Führung von Schnitten etc. Schnittgrößen als äußere eingeprägte Kräfte anbringen und Randbedingungen festlegen.
2) Siehe II, 2) … 6)

8.16 Tafeln der Integrale $\int M \cdot \overline{M} \cdot dx$

Die Momente M und $\overline{M}$ sind vertauschbar. In der Tabelle sind ihre Beträge angegeben, ihre Vorzeichen sind bei der Auswertung zu beachten.



	$M \cdot \overline{M} \cdot l$
	$\frac{1}{2} M \cdot \overline{M} \cdot l$
	$\frac{1}{2} M \cdot \overline{M} \cdot l$
	$\frac{1}{2} M \cdot \overline{M} \cdot l$
	$\frac{1}{2} M \cdot \overline{M} \cdot l$
	$\frac{1}{2} M \cdot (\overline{M}_1 + \overline{M}_2) \cdot l$
	$\frac{1}{2} M \cdot (\overline{M}_1 + \overline{M}_2) \cdot l$
	0
	$\frac{2}{3} M \cdot \overline{M} \cdot l$
	$\frac{1}{3} M \cdot \overline{M} \cdot l$
	$\frac{2}{3} M \cdot \overline{M} \cdot l$
	$\frac{1}{3} M \cdot \overline{M} \cdot l$
	$\frac{2}{3} M \cdot \overline{M} \cdot l$
	$\frac{1}{3} M \cdot \overline{M} \cdot l$
	$\frac{1}{6} M \cdot \overline{M} \cdot l$
	$\frac{1}{6} M \cdot \overline{M} \cdot l \cdot \left(1 + \frac{b}{l}\right)$
	$\frac{1}{4} M \cdot \overline{M} \cdot l$
	$\frac{1}{6} M \cdot (2\overline{M}_1 + \overline{M}_2) \cdot l$
	$\frac{1}{6} M \cdot (2\overline{M}_1 + \overline{M}_2) \cdot l$
	$\frac{1}{6} M \cdot \overline{M} \cdot l$
	$\frac{5}{12} M \cdot \overline{M} \cdot l$
	$\frac{1}{4} M \cdot \overline{M} \cdot l$
	$\frac{1}{4} M \cdot \overline{M} \cdot l$
	$\frac{1}{12} M \cdot \overline{M} \cdot l$
	$\frac{1}{3} M \cdot \overline{M} \cdot l$

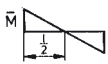
s = Parabelscheitel

8.16 Tafeln der Integrale $\int M \cdot \overline{M} \cdot dx$

Die Momente M und $\overline{M}$ sind vertauschbar. In der Tabelle sind ihre Beträge angegeben, ihre Vorzeichen sind bei der Auswertung zu beachten.

$$\frac{l}{6}[M_1(2\overline{M}_1 + \overline{M}_2) + M_2(2\overline{M}_2 + \overline{M}_1)] \cdot l$$

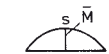
$$\frac{l}{6}[2(M_1\overline{M}_1 + M_2\overline{M}_2) + M_2\overline{M}_1 + M_1\overline{M}_2] \cdot l$$



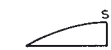
$$\frac{l}{6}\overline{M} \cdot (M_1 + M_2) \cdot l$$

$$\frac{l}{12}\overline{M} \cdot (3M_1 + M_2) \cdot l$$

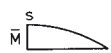
$$\frac{l}{12}\overline{M} \cdot (M_1 + 3M_2) \cdot l$$



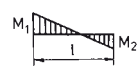
$$\frac{l}{3}\overline{M} \cdot (M_1 + M_2) \cdot l$$

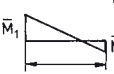


$$\frac{l}{12}\overline{M} \cdot (3M_1 + 5M_2) \cdot l$$

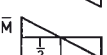


$$\frac{l}{12}\overline{M} \cdot (5M_1 + 3M_2) \cdot l$$

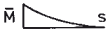




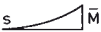
$$\frac{l}{6}[2(M_1\overline{M}_1 + M_2\overline{M}_2) + M_2\overline{M}_1 + M_1\overline{M}_2] \cdot l$$



$$\frac{l}{6}\overline{M} \cdot (M_1 - M_2) \cdot l$$



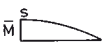
$$\frac{l}{12}\overline{M} \cdot (3M_1 + M_2) \cdot l$$



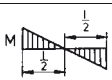
$$\frac{l}{12}\overline{M} \cdot (M_1 + 3M_2) \cdot l$$

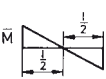
$$\frac{l}{3}\overline{M} \cdot (M_1 + M_2) \cdot l$$

$$\frac{l}{12}\overline{M} \cdot (3M_1 + 5M_2) \cdot l$$

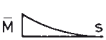


$$\frac{l}{12}\overline{M} \cdot (5M_1 + 3M_2) \cdot l$$

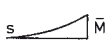




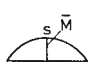
$$\frac{1}{3}M \cdot \overline{M} \cdot l$$



$$\frac{1}{6}M \cdot \overline{M} \cdot l$$



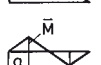
$$-\frac{1}{6}M \cdot \overline{M} \cdot l$$



$$0$$

$$-\frac{1}{6}M \cdot \overline{M} \cdot l$$

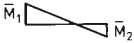
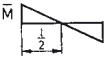
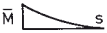
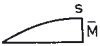
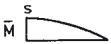
$$\frac{1}{6}M \cdot \overline{M} \cdot l$$

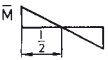
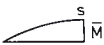
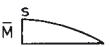


$$\frac{1}{3}M \cdot \overline{M} \cdot l \cdot \left(1 - \frac{a}{l}\right)$$

8.16 Tafeln der Integrale $\int M \cdot \overline{M} \cdot dx$

Die Momente M und $\overline{M}$ sind vertauschbar. In der Tabelle sind ihre Beträge angegeben, ihre Vorzeichen sind bei der Auswertung zu beachten.

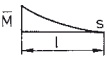
	$\frac{1}{3} M \cdot \overline{M} \cdot l$
	$\frac{1}{6} M \cdot \overline{M} \cdot l \cdot \left(2 - \frac{c^2}{d \cdot b}\right)$
	$\frac{1}{3} M \cdot \overline{M} \cdot l \cdot \left(\frac{3l}{4b} - \frac{a^2}{l \cdot b}\right)$
	$\frac{1}{6} M \left[\overline{M}_1 \left(1 + \frac{b}{l}\right) + \overline{M}_2 \left(1 + \frac{a}{l}\right)\right] \cdot l$
	$\frac{1}{6} M \left[\overline{M}_1 \left(1 + \frac{b}{l}\right) + \overline{M}_2 \left(1 + \frac{a}{l}\right)\right] \cdot l$
	$\frac{1}{6} M \cdot \overline{M} \cdot l \cdot \left(1 - 2\frac{a}{l}\right)$
	$\frac{1}{12} M \cdot \overline{M} \cdot l \cdot \left(3 - 3\frac{a}{l} + \frac{a^2}{l^2}\right)$
	$\frac{1}{12} M \cdot \overline{M} \cdot l \cdot \left(3 - 3\frac{b}{l} + \frac{b^2}{l^2}\right)$
	$\frac{1}{3} M \cdot \overline{M} \cdot l \cdot \left(1 + \frac{a}{l} - \frac{a^2}{l^2}\right)$
	$\frac{1}{12} M \cdot \overline{M} \cdot l \cdot \left(5 - \frac{b}{l} - \frac{b^2}{l^2}\right)$
	$\frac{1}{12} M \cdot \overline{M} \cdot l \cdot \left(5 - \frac{a}{l} - \frac{a^2}{l^2}\right)$

	$\frac{1}{3} M \cdot \overline{M} \cdot l$
	$\frac{1}{3} M \cdot \overline{M} \cdot l \cdot \left(\frac{3l}{4b} - \frac{a^2}{l \cdot b}\right)$
	$\frac{1}{4} M \cdot (\overline{M}_1 + \overline{M}_2) \cdot l$
	$\frac{1}{4} M \cdot (\overline{M}_1 + \overline{M}_2) \cdot l$
	0
	$\frac{7}{48} M \cdot \overline{M} \cdot l$
	$\frac{7}{48} M \cdot \overline{M} \cdot l$
	$\frac{5}{12} M \cdot \overline{M} \cdot l$
	$\frac{17}{48} M \cdot \overline{M} \cdot l$
	$\frac{17}{48} M \cdot \overline{M} \cdot l$

s = Parabelscheitel

8.16 Tafeln der Integrale $\int M \cdot \overline{M} \cdot dx$

Die Momente M und $\overline{M}$ sind vertauschbar. In der Tabelle sind ihre Beträge angegeben, ihre Vorzeichen sind bei der Auswertung zu beachten.

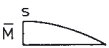


$\frac{1}{5} M \cdot \overline{M} \cdot l$

$\frac{1}{30} M \cdot \overline{M} \cdot l$

$\frac{1}{5} M \cdot \overline{M} \cdot l$

$\frac{2}{15} M \cdot \overline{M} \cdot l$

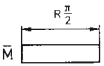


$\frac{3}{10} M \cdot \overline{M} \cdot l$

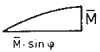
Konstante und harmonische Momentenverläufe an Kreisbogenträgern

$dx = R \cdot d\varphi$

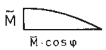
$M = \text{const.}$



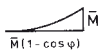
$M \cdot \overline{M} \cdot R \cdot \frac{\pi}{2}$



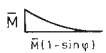
$M \cdot \overline{M} \cdot R$



$M \cdot \overline{M} \cdot R$



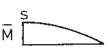
$M \cdot \overline{M} \cdot R\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$



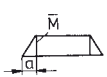
$M \cdot \overline{M} \cdot R\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$

$\frac{8}{15} M \cdot \overline{M} \cdot l$

$\frac{7}{15} M \cdot \overline{M} \cdot l$

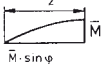


$\frac{7}{15} M \cdot \overline{M} \cdot l$



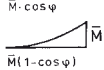
$\frac{2}{3} M \cdot \overline{M} \cdot l \cdot \left(1 - 2\frac{a^2}{l^2} + \frac{a^3}{l^3}\right)$

$M = \sin \varphi$



$\frac{1}{4} M \cdot \overline{M} \cdot R \cdot \pi$

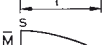
$\frac{1}{2} M \cdot \overline{M} \cdot R$



$\frac{1}{2} M \cdot \overline{M} \cdot R$

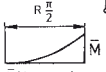
$M \cdot \overline{M} \cdot R \cdot \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$

$\frac{8}{15} M \cdot \overline{M} \cdot l$



$\frac{1}{30} M \cdot \overline{M} \cdot l$

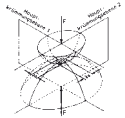
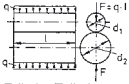
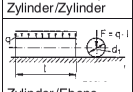
$M\ (1 - \cos \varphi)$



$M \cdot \overline{M} \cdot R\left(\frac{3}{4}\pi - 2\right)$

$M \cdot \overline{M} \cdot R\left(\frac{\pi}{2} - \frac{3}{2}\right)$

S

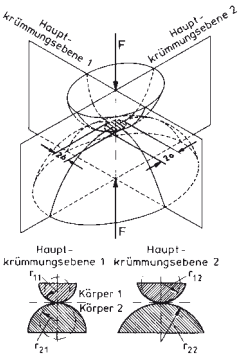
HERTZ'sche Pressung (Allgem. Formel)	Körper-kombination Körper 1 / Körper 2	Halbachsen der „elliptischen" Kontaktfläche	maximale HERTZ'sche Pressung	Annäherung beider Körper	HERTZ'sche Pressung p_{max} in N/mm² für
p_{max}	$\frac{1-\nu^2}{E} = \frac{1}{2}\left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1}+\frac{1-\nu_2^2}{E_2}\right)$	a, b	p_{max}	δ	$\nu_1 = \nu_2 = 0{,}3$ $E_1 = E_2 = 2{,}1 \cdot 10^5$ N/mm² d, l in mm; F in N
Kontakt gekrümmter Oberflächen: $p_{max} = \frac{3}{2} \cdot \bar{p} = \frac{3}{2} \cdot \frac{F}{\pi \cdot ab}$		$a = \xi \sqrt[3]{\frac{3F(1-\nu^2)}{E \cdot \Sigma k}}$ $b = \eta \sqrt[3]{\frac{3F(1-\nu^2)}{E \cdot \Sigma k}}$ $\xi, \eta = f(\cos\tau)$	$p_{max} = \frac{1}{\xi \cdot \eta} \sqrt[3]{\frac{3F \cdot E^2(\Sigma k)^2}{8\pi^3(1-\nu^2)^2}}$ $\xi, \eta = f(\cos\tau)$	$\delta = \frac{\psi}{\xi} \sqrt[3]{\frac{9F^2 \Sigma k(1-\nu^2)^2}{8E^2}}$ $\psi/\xi = f(\cos\tau)$	$p_{max} = \frac{864}{\xi \cdot \eta} \sqrt[3]{F(\Sigma k)^2}$ $\xi \cdot \eta = f(\cos\tau)$
Punkt-kontakt: $p_{max} = \frac{3}{2} \cdot \bar{p} = \frac{3}{2} \cdot \frac{F}{\pi \cdot a^2}$	 Kugel/Kugel	$a = b = \sqrt[3]{\frac{3F(1-\nu^2)}{4E\left(\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}\right)}}$	$p_{max} = \sqrt[3]{\frac{6F \cdot E^2}{\pi^3(1-\nu^2)^2}\left(\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}\right)^2}$	$\delta = \sqrt[3]{\frac{9F^2(1-\nu^2)^2}{2E^2}\left(\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}\right)}$	$p_{max} = 2176 \sqrt[3]{F\left(\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}\right)^2}$
	 Kugel/Ebene	$a = b = \sqrt[3]{\frac{3F(1-\nu^2)d_1}{4E}}$	$p_{max} = \sqrt[3]{\frac{6F \cdot E^2}{\pi^3(1-\nu^2)^2 \cdot d_1^2}}$	$\delta = \sqrt[3]{\frac{9F^2(1-\nu^2)^2}{2E^2 \cdot d_1}}$	$p_{max} = 2176 \sqrt[3]{\frac{F}{d_1^2}}$
Linien-kontakt: $p_{max} = \frac{4}{\pi} \cdot \bar{p} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{F}{2b \cdot l} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{F}{b \cdot l}$	 Zylinder/Zylinder	$a = l$ $b = \sqrt{\frac{4F(1-\nu^2)}{\pi \cdot E \cdot l\left(\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}\right)}}$	$p_{max} = \sqrt{\frac{F \cdot E}{\pi \cdot l(1-\nu^2)\left(\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}\right)}}$	$\delta = \frac{2F}{\pi l}\left[\frac{1-\nu_1^2}{E_1}\left(\ln\frac{d_1}{b}+0{,}407\right) + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}\left(\ln\frac{d_2}{b}+0{,}407\right)\right]$	$p_{max} = 271 \sqrt{\frac{F}{d_1 \cdot l}\left(1+\frac{d_1}{d_2}\right)}$
	 Zylinder/Ebene	$a = l$ $b = \sqrt{\frac{4F(1-\nu^2)d_1}{\pi \cdot E \cdot l}}$ (Kontaktfläche: Rechteck)	$p_{max} = \sqrt{\frac{F \cdot E}{\pi \cdot d_1 \cdot l(1-\nu^2)}}$	$\delta = \frac{3{,}97}{10^5} \cdot \frac{F^{0,9}}{l^{0,8}}$ für St/St	$p_{max} = 271 \sqrt{\frac{F}{d_1 \cdot l}}$

8.17.1 Beiwerte ξ, η, $\xi \cdot \eta$, ψ/ξ nach HERTZ für die Berührung gekrümmter

cos τ	ξ	η	ξ · η	ψ/ξ	cos τ	ξ	η	ξ · η	ψ/ξ
0,9995	23,95	0,163	3,91	0,171	0,9770	5,63	0,338	1,90	0,476
0,9990	18,53	0,185	3,43	0,207	0,9765	5,58	0,339	1,89	0,478
0,9985	15,77	0,201	3,17	0,230	0,9760	5,53	0,340	1,88	0,481
0,9980	14,25	0,212	3,02	0,249	0,9755	5,49	0,342	1,88	0,483
0,9975	13,15	0,220	2,89	0,266	0,9750	5,44	0,343	1,87	0,486
0,9970	12,26	0,228	2,80	0,279	0,9745	5,39	0,345	1,86	0,489
0,9965	11,58	0,235	2,72	0,291	0,9740	5,35	0,346	1,85	0,491
0,9960	11,02	0,241	2,65	0,302	0,9735	5,32	0,347	1,85	0,493
0,9955	10,53	0,246	2,59	0,311	0,9730	5,28	0,349	1,84	0,495
0,9950	10,15	0,251	2,54	0,320	0,9725	5,24	0,350	1,83	0,498
0,9945	9,77	0,256	2,50	0,328	0,9720	5,20	0,351	1,83	0,500
0,9940	9,46	0,260	2,46	0,336	0,9715	5,16	0,353	1,82	0,502
0,9935	9,17	0,264	2,42	0,343	0,9710	5,13	0,354	1,81	0,505
0,9930	8,92	0,268	2,39	0,350	0,9705	5,09	0,355	1,81	0,507
0,9925	8,68	0,271	2,36	0,356	0,9700	5,05	0,357	1,80	0,509
0,9920	8,47	0,275	2,33	0,362	0,9690	4,98	0,359	1,79	0,513
0,9915	8,27	0,278	2,30	0,368	0,9680	4,92	0,361	1,78	0,518
0,9910	8,10	0,281	2,28	0,373	0,9670	4,86	0,363	1,77	0,522
0,9905	7,93	0,284	2,25	0,379	0,9660	4,81	0,365	1,76	0,526
0,9900	7,76	0,287	2,23	0,384	0,9650	4,76	0,367	1,75	0,530
0,9895	7,62	0,289	2,21	0,388	0,9640	4,70	0,369	1,74	0,533
0,9890	7,49	0,292	2,19	0,393	0,9630	4,65	0,371	1,73	0,536
0,9885	7,37	0,294	2,17	0,398	0,9620	4,61	0,374	1,72	0,540
0,9880	7,25	0,297	2,15	0,402	0,9610	4,56	0,376	1,71	0,543
0,9875	7,13	0,299	2,13	0,407	0,9600	4,51	0,378	1,70	0,546
0,9870	7,02	0,301	2,11	0,411	0,9590	4,47	0,380	1,70	0,550
0,9865	6,93	0,303	2,10	0,416	0,9580	4,42	0,382	1,69	0,553
0,9860	6,84	0,305	2,09	0,420	0,9570	4,38	0,384	1,68	0,556
0,9855	6,74	0,307	2,07	0,423	0,9560	4,34	0,386	1,67	0,559
0,9850	6,64	0,310	2,06	0,427	0,9550	4,30	0,388	1,67	0,562
0,9845	6,55	0,312	2,04	0,430	0,9540	4,26	0,390	1,66	0,565
9,9840	6,47	0,314	2,03	0,433	0,9530	4,22	0,391	1,65	0,568
0,9835	6,40	0,316	2,02	0,437	0,9520	4,19	0,393	1,65	0,571
0,9830	6,33	0,317	2,01	0,440	0,9510	4,15	0,394	1,64	0,574
0,9825	6,26	0,319	2,00	0,444	0,9500	4,12	0,396	1,63	0,577
0,9820	6,19	0,321	1,99	0,447	0,9480	4,05	0,399	1,62	0,583
0,9815	6,12	0,323	1,98	0,450	0,9460	3,99	0,403	1,61	0,588
0,9810	6,06	0,325	1,97	0,453	0,9440	3,94	0,406	1,60	0,593
0,9805	6,00	0,327	1,96	0,456	0,9420	3,88	0,409	1,59	0,598
0,9800	5,94	0,328	1,95	0,459	0,9400	3,83	0,412	1,58	0,603
0,9795	5,89	0,330	1,94	0,462	0,9380	3,78	0,415	1,57	0,608
0,9790	5,83	0,332	1,93	0,465	0,9360	3,73	0,418	1,56	0,613
0,9785	5,78	0,333	1,92	0,468	0,9340	3,68	0,420	1,55	0,618
0,9780	5,72	0,335	1,92	0,470	0,9320	3,63	0,423	1,54	0,622
0,9775	5,67	0,336	1,91	0,473	0,9300	3,59	0,426	1,53	0,626

Oberflächen unter Last

cos τ	ξ	η	ξ · η	ψ/ξ
0,928	3,55	0,428	1,52	0,630
0,926	3,51	0,431	1,51	0,634
0,924	3,47	0,433	1,50	0,638
0,922	3,43	0,436	1,50	0,642
0,920	3,40	0,438	1,49	0,646
0,918	3,36	0,441	1,48	0,650
0,916	3,33	0,443	1,47	0,653
0,914	3,30	0,445	1,47	0,657
0,912	3,27	0,448	1,46	0,660
0,910	3,23	0,450	1,45	0,664
0,908	3.20	0,452	1,45	0,667
0,906	3,17	0,454	1,44	0,671
0,904	3,15	0,456	1,44	0,674
0,902	3,12	0,459	1,43	0,677
0,900	3,09	0,461	1,42	0,680
0,895	3,03	0,466	1,41	0,688
0,890	2,97	0,471	1,40	0,695
0,885	2,92	0,476	1,39	0,702
0,880	2,86	0,481	1,38	0,709
0,875	2,82	0,485	1,37	0,715
0,870	2,77	0,490	1,36	0,721
0,865	2,72	0,494	1,35	0,727
0,860	2,68	0,498	1,34	0,733
0,855	2,64	0,502	1,33	0,739
0,850	2,60	0,507	1,32	0,745
0,840	2,53	0,515	1,30	0,755
0,830	2,46	0,523	1,29	0,765
0,820	2,40	0,530	1,27	0,774
0,810	2,35	0,537	1,26	0,783
0,800	2,30	0,544	1,25	0,792
0,750	2,07	0,577	1,20	0,829
0,700	1,91	0,607	1,16	0,859
0,650	1,77	0,637	1,13	0,884
0,600	1,66	0,664	1,10	0,904
0,550	1,57	0,690	1,08	0,922
0,500	1,48	0,718	1,06	0,938
0,450	1,41	0,745	1,05	0,951
0,400	1,35	0,771	1,04	0,962
0,350	1,29	0,796	1,03	0,971
0,300	1,24	0,824	1,02	0,979
0,250	1,19	0,850	1,01	0,986
0,200	1,15	0,879	1,01	0,991
0,150	1,11	0,908	1,01	0,994
0,100	1,07	0,938	1,00	0,997
0,050	1,03	0,969	1,00	0,999
0	1	1	1	1



Krümmung

k = + 1/r (konvex); k = – 1/r (konkav)

$$\Sigma k = k_{11} + k_{12} + k_{21} + k_{22}$$

Hilfswert

$$\cos\tau = \frac{k_{11} - k_{12} + k_{21} - k_{22}}{\Sigma k}$$

Achsen der Druckellipse

$$a = \xi \sqrt[3]{\frac{3F(1-\nu^2)}{E \cdot \Sigma k}}$$

$$b = \eta \sqrt[3]{\frac{3F(1-\nu^2)}{E \cdot \Sigma k}}$$

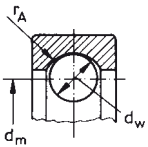
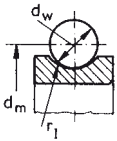
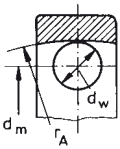
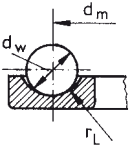
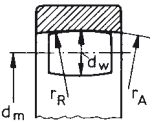
Max. HERTZ'sche Pressung

$$p_{max} = \frac{1}{\xi \cdot \eta} \sqrt[3]{\frac{3F \cdot E^2(\Sigma k)^2}{8\pi^3(1-\nu^2)^2}}$$

Annäherung der Körper

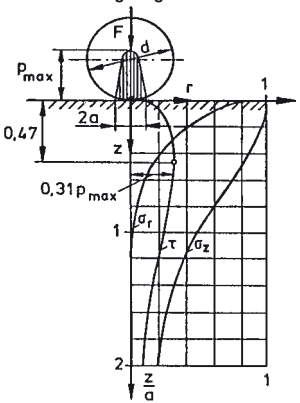
$$\delta = \frac{\psi}{\xi} \sqrt[3]{\frac{9F^2 \cdot \Sigma k(1-\nu^2)^2}{8E^2}}$$

8.17.2 Hilfswerte zur Berechnung der HERTZ'schen Pressung in Wälzlagern

	**Rillenkugellager** Kugel – Außenring $\gamma = d_w / d_m$ $f_a = r_A / d_w$ $r_A \leq 0{,}53 \cdot d_w$	$\sum k = \frac{2}{d_w} \cdot \left(2 - \frac{\gamma}{1+\gamma} - \frac{1}{2 \cdot f_a}\right)$ $\cos\pi = \frac{-\frac{\gamma}{1+\gamma} + \frac{1}{2 \cdot f_a}}{2 - \frac{\gamma}{1+\gamma} - \frac{1}{2 \cdot f_a}}$
	**Rillenkugellager** Kugel – Innenring $\gamma = d_w / d_m$ $f_i = r_I / d_w$ $r_I \leq 0{,}52 \cdot d_w$	$\sum k = \frac{2}{d_w}\left(2 + \frac{\gamma}{1-\gamma} - \frac{1}{2 \cdot f_i}\right)$ $\cos\tau = \frac{\frac{\gamma}{1-\gamma} + \frac{1}{2 \cdot f_i}}{2 + \frac{\gamma}{1-\gamma} - \frac{1}{2 \cdot f_i}}$
	**Pendelkugellager** Kugel – Außenring $\gamma = d_w / d_m$ $f_a = r_A / d_w$ $r_A = (d_m + d_w) / 2$	$\sum k = \frac{4}{d_w}\left(\frac{12}{1+\gamma}\right)$ $\cos\tau = 0$
	**Axialkugellager** Kugel – Laufring $\gamma = d_w / d_m$ $f = r_L / d_w$ $r_L \leq 0{,}54 \cdot d_w$	$\sum k = \frac{2}{d_w}\left(2 - \frac{1}{2 \cdot f}\right)$ $\cos\tau = \frac{1}{4 \cdot f - 1}$
	**Tonnenlager** **Pendelrollenlager** Rolle – Außenring $\gamma = d_w / d_m$ $f_a = r_A / (2 \cdot r_R)$ $r_A = (d_m + d_w) / 2$	$\sum k = \left[\frac{1 + \gamma \cdot (2 \cdot f_a - 1)}{1 + \gamma}\right]$ $\cos\tau = \frac{1 - \gamma \cdot (2 \cdot f_a - 1)}{1 + \gamma \cdot (2 \cdot f_a - 1)}$

8.17.3 Spannungszustand unter HERTZ'schen Kontakten

Punktberührung: Kugel – Ebene



Halbmesser der Druckfläche

$$a = \sqrt[3]{\frac{3F(1-\nu^2)\cdot d}{4E}}$$

$$\frac{|\sigma_z|}{p_{max}} \; ; \; \frac{|\sigma_r|}{p_{max}} \; ; \; \frac{|\tau|}{p_{max}}$$

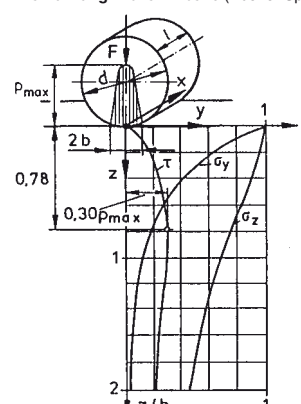
Spannungszustand (für r = 0)

$$\frac{\sigma_z}{p_{max}} = -\frac{1}{\left(\frac{z}{a}\right)^2 + 1}$$

$$\frac{\sigma_r}{p_{max}} = -(1+\nu)\left[1 - \frac{z}{a}\arctan\left(\frac{a}{z}\right)\right] + \frac{1}{2\left[\left(\frac{z}{a}\right)^2 + 1\right]}$$

$$\frac{\tau}{p_{max}} = -\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{\left(\frac{z}{a}\right)^2 + 1} + \frac{1+\nu}{2}\left[1 - \frac{z}{a}\arctan\left(\frac{a}{z}\right)\right]$$

Linienführung: Rolle – Ebene (Ebener Spannungszustand)



Halbe Breite der Druckfläche

$$b = \sqrt{\frac{4F(1-\nu^2)\cdot d}{\pi\cdot E\cdot l}}$$

$$\frac{|\sigma_z|}{p_{max}} \; ; \; \frac{|\sigma_y|}{p_{max}} \; ; \; \frac{|\tau|}{p_{max}}$$

Spannungszustand (für y = 0)

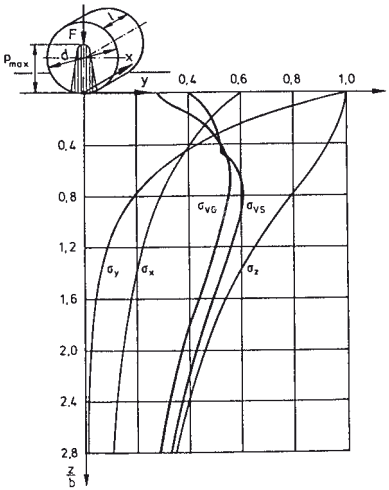
$$\frac{\sigma_z}{p_{max}} = -\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{z}{b}\right)^2}}$$

$$\frac{\sigma_y}{p_{max}} = 2\left(\frac{z}{b}\right) - \frac{1+2\left(\frac{z}{b}\right)^2}{\sqrt{1+\left(\frac{z}{b}\right)^2}}$$

$$\frac{\tau}{p_{max}} = \frac{z}{b} - \frac{\left(\frac{z}{b}\right)^2}{\sqrt{1+\left(\frac{z}{b}\right)^2}}$$

8.17.3 Spannungszustand unter HERTZ'schen Kontakten

Linienberührung: Rolle – Ebene (Räumlicher Spannungszustand)



$$\frac{|\sigma_x|}{p_{max}} \; ; \; \frac{|\sigma_y|}{p_{max}} \; ; \; \frac{|\sigma_z|}{p_{max}}$$

Spannungszustand (x = y = 0)

$$\frac{\sigma_x}{p_{max}} = -2\nu\left[\sqrt{1+\left(\frac{z}{b}\right)^2} - \left(\frac{z}{b}\right)\right]$$

$$\frac{\sigma_y}{p_{max}} = -\left[\frac{1+2\left(\frac{z}{b}\right)^2}{\sqrt{1+\left(\frac{z}{b}\right)^2}} - 2\left(\frac{z}{b}\right)\right]$$

$$\frac{\sigma_z}{p_{max}} = -\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{z}{b}\right)^2}}$$

Diese Gleichungen stellen die Maximalspannungen für die Koordinaten x = y = 0 dar. Sie basieren auf der Annahme eines ebenen Formänderungszustandes ($\varepsilon_x = 0$).

Vergleichsspannung

Als Anstrengungshypothesen zur Berechnung einer Vergleichsspannung haben sich heute im allgemeinen die Schubspannungshypothese nach TRESCA – ST. VENANT und die Gestaltänderungsenergiehypothese nach HENCKY – VON MISES durchgesetzt und bewährt.

Nach der Schubspannungshypothese wird angenommen, dass der Werkstoff zu fließen beginnt, wenn die maximale Schubspannung an irgendeiner Stelle einen kritischen Wert erreicht. Die Vergleichsspannung ergibt sich hier zu:

$$\sigma_{VS} = 2\tau_{max} = \max\begin{bmatrix}\sigma_z - \sigma_y \\ \sigma_z - \sigma_x \\ \sigma_y - \sigma_x\end{bmatrix}$$

Dagegen setzt nach der Gestaltänderungsenergiehypothese die plastische Verformung ein, wenn die elastisch aufnehmbare Gestaltänderungsenergie in einem Volumenelement überschritten wird:

$$\sigma_{VG} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2]}$$

σ_x, σ_y, s_z = Hauptnormalspannungen

8.17.3 Spannungszustand unter HERTZ'schen Kontakten

Werkstoff-Festigkeit

Die maximale Vergleichsspannung liegt sowohl nach der Schubspannungshypothese als auch nach der Gestaltänderungsenergiehypothese unterhalb der Werkstückoberfläche vor:

Schubspannungshypothese: $\sigma_{VSmax} = 0{,}60 \cdot p_{max}$ in der Tiefe $z = 0{,}78 \cdot b$

Gestaltänderungsenergiehypothese: $\sigma_{VGmax} = 0{,}56 \cdot p_{max}$ in der Tiefe $z = 0{,}71 \cdot b$

Geht man von der Vergleichsspannung nach der Schubspannungshypothese aus, so ist die Werkstoffanstrengung

$$\sigma_{VSmax} = 0{,}60 \cdot p_{max} .$$

Um plastische Verformungen im Material bei statischer Beanspruchung zu vermeiden (bei konstanter Festigkeit über den gesamten Querschnitt), so muss folgende Bedingung erfüllt sein:

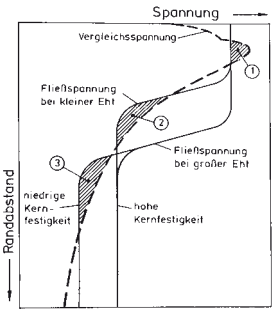
$$\sigma_{VSmax} < R_{p0,2}$$

Dies führt bei einem gegebenen Werkstoff mit der Fließgrenze $R_{p0,2}$ zu einer zulässigen maximalen HERTZ'schen Pressung von

$$p_{max\ zul} < 1{,}67 \cdot R_{p0,2}$$

Bei einsatz-, flamm- oder induktionsgehärteten Werkstoffen ist zu beachten, dass eine ausreichend große Härtungstiefe vorliegt. Als Härtungstiefe wird nach DIN 50 190 diejenige Tiefe der gehärteten Randzone bezeichnet, in der noch eine Härte von 550 HV vorliegt. Außerdem muss der Härteverlauf bis zum Kernbereich des Materials so verlaufen, dass die aus der Härte umwertbare Festigkeit bzw. Fließgrenze des Materials an allen Stellen über dem Vergleichsspannungsverlauf liegt.

Im nachstehenden Bild ist schematisch dargestellt, wo sich im Material bei einem Vergleich der Werkstoffanstrengung mit der Fließgrenze des Materials Verformungszonen ausbilden können.



- Die Zone ① ist sowohl bei einem Material konstanter Festigkeit bzw. der Durchhärtung als auch bei der Randschichthärtung dadurch gekennzeichnet, dass im Bereich des Spannungsmaximums die Fließgrenze des Werkstoffes überschritten wird. Diese Verformung tritt bei hinreichend hoher HERTZ'scher Pressung bei allen Werkstoffen und Härteverfahren auf.
- In der Zone ② verformt sich der Werkstoff plastisch, wenn die Härtungstiefe zu klein gewählt wurde.
- In der Zone ③ treten plastische Verformungen auf, wenn die Härte bzw. die Fließspannung des Kernwerkstoffes zu niedrig liegt.

Ein steiler Härtegradient, der insbesondere bei der Flamm- und Induktionshärtung auftreten kann, führt bei gleicher nomineller Härtungstiefe zu einer Ausweitung der Verformungszonen.

Werkstoffwahl für Wälzlagerlaufbahnen

Bei der Werkstoffwahl für Wälzlagerlaufbahnen ist zu berücksichtigen, dass zum Erreichen der vollen Tragfähigkeit der Lagerstelle eine Oberflächenhärte von 670 +170 HV, ausreichende Härtungstiefe und ein den üblichen Edelbaustählen entsprechender Reinheitsgrad vorliegen müssen. Folgende Werkstoffe eignen sich besonders für Wälzlagerkörperlaufbahnen:

Durchhärtende Stähle z. B. 100 Cr 6 nach DIN EN ISO 683-17

Bei diesen Wälzlagerstählen ist im speziellen Fall auch eine Randschichthärtung möglich.

Einsatzstähle z. B. 17 MnCr 5 nach DIN EN ISO 683-17
16 MnCr 5 nach DIN EN 10 084

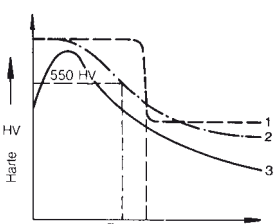
Bei der Auswahl ist außer der Härtbarkeit auch die Kernfestigkeit zu berücksichtigen. Bei Einsatzhärtung ist ein feinkörniges Härtungsgefüge erforderlich und die Einhärtungstiefe entsprechend zu wählen.

Stähle für Flamm- oder Induktionshärtung z. B. C56E2 nach DIN EN ISO 683-17
Cf 53 nach DIN 17 212

Bei Flamm- und Induktionshärtung müssen nur die als Laufbahnen für die Wälzkörper beanspruchten Stellen des Maschinenteils gehärtet werden. Auch hier ist die Härtbarkeit eine wesentliche Voraussetzung für die Auswahl des Werkstoffes. Er sollte zur Härtung im vergüteten Zustand vorliegen.

Härtungstiefe

Bei einsatz-, flamm- oder induktionsgehärteten Laufbahnen muss neben einer Oberflächenhärte von 670 +170 HV auch eine ausreichend große Härtungstiefe Ht (bei Einsatzhärtung: Einsatzhärtungstiefe Eht; bei Flamm- oder Induktionshärtung: Randhärtungstiefe Rht) gewährleistet sein. Die Härteverläufe sind im nachstehenden Bild schematisch dargestellt, wobei sich der erforderliche Härteverlauf aus der Umwertung des Vergleichsspannungsverlaufes in Vickershärte ergibt (siehe 15.1.5).



1 Flamm- oder Induktionshärtung
2 Einsatzhärtung
3 Erforderliche Härte

Die erforderliche Mindesthärtungstiefe hängt im wesentlichen von dem Wälzkörperdurchmesser, der Werkstoffbeanspruchung, der Kernfestigkeit und dem Härtungsverfahren ab.

Für Laufbahnen, die bis zur statischen Tragfähigkeit C_0 beansprucht werden, bei der für Linienberührung eine HERTZ'sche Pressung von

$p_{max} = 4000\ N/mm^2$

vorliegt, können die Härtungstiefen aus folgenden Beziehungen ermittelt werden:

Einsatzhärtung:

$Eht \geqq 0{,}078 \cdot D_w$ Einsatzhärtungstiefe

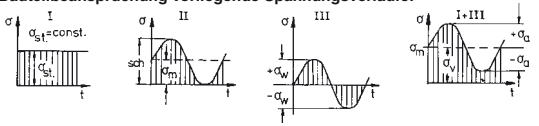
Flamm- oder Induktionshärtung:

$Rht \geqq 140 \cdot D_w / R_{p0,2}$ Randhärtungstiefe

8.18 Dynamische Beanspruchung – Gestaltfestigkeit

Für die Bauteilbeanspruchung vorliegende Spannungsverläufe:

Belastungsfall

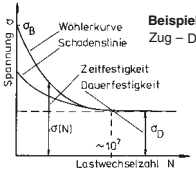


statisch	schwellend	wechselnd	allg. schwingend
Oberspannung: Mittelspannung: Unterspannung:	$\sigma_0 = \sigma_{sch}$ $\sigma_m = \sigma_{sch}/2$ $\sigma_u = 0$	$\sigma_0 = +\sigma_w$ $\sigma_m = 0$ $\sigma_u = -\sigma_w$	$\sigma_0 = \sigma_m + \sigma_a$ $\sigma_m = \sigma_v$ (Vorspannung) $\sigma_u = \sigma_m - \sigma_a$

Für die Bauteilberechnung maßgebender Festigkeitskennwert des Werkstoffes:

Bruchfestigkeit R_m	Schwellfestigkeit σ_{Sch}	Wechselfestigkeit σ_W	Ausschlagfestigkeit σ_A
Streckgrenze R_e; $R_{p0,2}$	Dauerfestigkeitskennwerte σ_D		

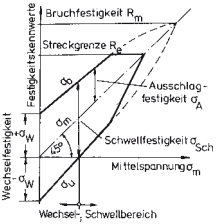
Wöhler-Diagramm



Beispiel:
Zug – Druck

Bei Beanspruchungen unterhalb der Schadenslinie erfolgt noch keine Vorschädigung des Werkstoffes.

Dauerfestigkeits-Schaubild nach SMITH

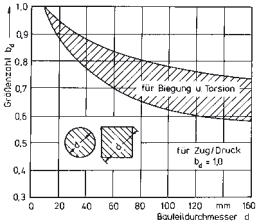


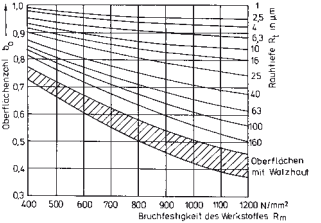
Vergleichsspannung am Bauteil $\geq$ Zulässige Beanspruchung = Gestaltfestigkeit des Bauteils

$$\sigma_v \geq \sigma_{zul.} = \frac{\sigma_D \cdot b_0 \cdot b_d}{S \cdot \beta_K}$$

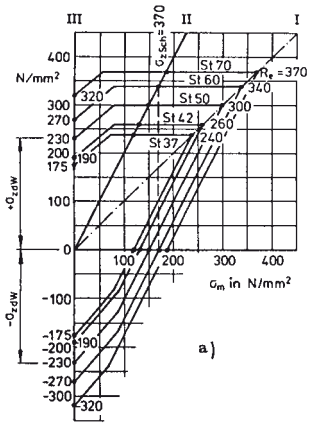
mit:

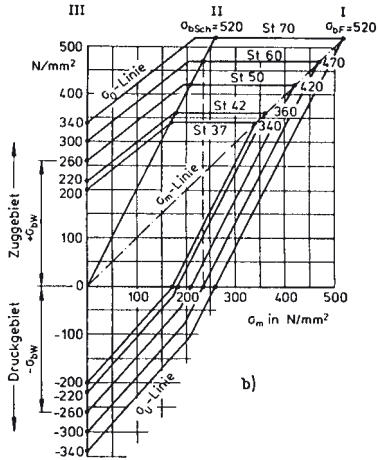
σ_D = Maßbeb. Dauerfestigkeitswert des Werkstoffs
b_0 = Oberflächenzahl (≤ 1) β_K = Kerbwirkungszahl (≥ 1)
b_d = Größenzahl (≤ 1) S = Sicherheit (1,2…2)

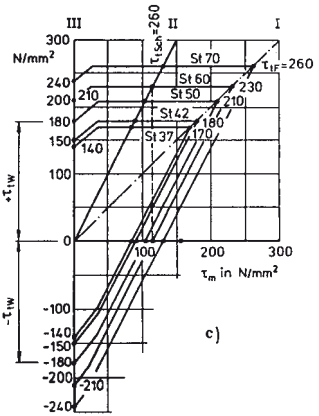




8.19 Dauerfestigkeitsschaubilder der allgemeinen Baustähle (DIN 17 100 bzw. DIN EN 10025)







Dauerfestigkeitsschaubilder

a) Zug- und Druckbeanspruchung;
b) Biegebeanspruchung;
c) Torsionsbeanspruchung.

Für kaltgezogenes Material (z. B. St50K) können die Streckgrenzwerte bis zu 50 %, die Schwell- und Wechselfestigkeitswerte dagegen nur um ca. 10 % höher als die Tabellenwerte angesetzt werden. Durch Kaltumformung geht die Dehnungsfähigkeit des Materials zurück, die Empfindlichkeit gegen Trennbruch ist größer!

Belastungsfall I: stationäre Beanspruchung;
Belastungsfall II: reine Schwellbeanspruchung;
Belastungsfall III: reine Wechselbeanspruchung.

Quelle: Steinhilper, W.; R. Röper: Maschinen- und Konstruktionselemente. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York (2002)

9 Werkstoffe für die Konstruktion

9.1 Unlegierte Baustähle DIN EN 10025 (März 1994)

Nach dieser Norm werden Lang- und Flacherzeugnisse aus warmgewalzten, unlegierten Grund- und Qualitätsstählen bezeichnet, die durch ihre chemische Zusammensetzung und mechanischen Eigenschaften (Tabelle) gekennzeichnet sind. Sie werden z. B. im Hochbau, Tiefbau, Brückenbau, Wasserbau, Behälterbau sowie im Fahrzeug- und Maschinenbau verwendet. Stähle nach dieser Norm sind nicht für eine Wärmebehandlung vorgesehen.
Spannungsarmglühen ist zulässig.

Mechanische Eigenschaften der Stähle

Stahlsorte Bezeichnung		Zugfestigkeit R_m [1] für Nenndicken in mm			Streckgrenze R_{eH} [1] für Nenndicken in mm					
Kurzname	Werkstoff-nummer	<3	≥ 3 ≤ 100	>100 ≤ 150	≤ 16	>16 ≤ 40	>40 ≤ 63	>63 ≤ 80	>80 ≤ 100	>100 ≤ 150
nach EN 10027-1 und ECISS IC10	nach EN 10027-2	in N/mm²			in N/mm², min.					
S 185 [2]	**1.0035**	310 bis 540	290 bis 510	–	185	175	–	–	–	–
S235JR [2] **S235JRG1** [2]	**1.0037** **1.0036**	360 bis 510	340 bis 470	–	235	225	–	–	–	–
S235JRG2 **S235J2G3**	**1.0038** **1.0116**			340 bis 470	235	225	215	215	215	195
S275JR **S275J2G3**	**1.0044** **1.0144**	430 bis 580	410 bis 560	400 bis 540	275	265	255	245	235	225
S355J2G3	**1.0570**	510 bis 680	490 bis 630	470 bis 630	355	345	335	325	315	295
E295 [3]	**1.0050**	490 bis 660	470 bis 610	450 bis 610	295	285	275	265	255	245
E335 [3]	**1.0060**	590 bis 770	570 bis 710	550 bis 710	335	325	315	305	295	275
E360 [3]	**1.0070**	690 bis 900	670 bis 830	650 bis 830	360	355	345	335	325	305

1) Die Werte für den Zugversuch in der Tabelle gelten für Längsproben (*l*), bei Band, Blech und Breitflachstahl in Breiten $\geqq$ 600 mm für Querproben (*t*).
2) Nur für Nenndicken $\leqq$ 25 mm lieferbar.
3) Diese Stahlsorten kommen üblicherweise nicht für Profilerzeugnissse (I-, U-Winkel) in Betracht.

Weitere mechanische und technologische Eigenschaften sowie chemische Zusammensetzung der Stähle siehe DIN EN 10025 (1994).

9.2 Vergütungsstähle DIN EN 10083-1/2 (Oktober 1996), Auszug

Mechanische Eigenschaften[1), 2)] der Stähle im vergüteten Zustand (+QT)

Stahlbezeichnung		bis 16 mm Durchmessser					über 16 bis 40 mm Durchmesser					über 40 bis 100 mm Durchmesser				
Kurzname	Werkstoffnummer	Streckgrenze (0,2-Grenze) N/mm² min.	Zugfestigkeit R_m N/mm²	Bruchdehnung % min.	Bruceinschnürung % min.	Kerbschlagarbeit (Charpy-Probe) J min.	Streckgrenze (0,2-Grenze) R_c N/mm² min.	Zugfestigkeit R_m N/mm²	Bruchdehnung % min.	Bruceinschnürung % min.	Kerbschlagarbeit (Charpy-Probe) J min.	Streckgrenze (0,2-Grenze) R_c N/mm² min.	Zugfestigkeit R_m N/mm²	Bruchdehnung % min.	Bruceinschnürung % min.	Kerbschlagarbeit (Charpy-Probe) J min.
C 22 **C 22E** **C 22R**	**1.0402** **1.1151** **1.1149**	340	500 bis 650	20	50	– 50 50	290	470 bis 620	22	50	– 50 50	–	–	–	–	–
C 25 **C 25E** **C 25R**	**1.0406** **1.1158** **1.1163**	370	550 bis 700	19	45	– 45 45	320	500 bis 650	21	50	– 45 45	–	–	–	–	–
C 30 **C 30E** **C 30R**	**1.0528** **1.1178** **1.1179**	400	600 bis 750	18	40	– 40 40	350	550 bis 700	20	45	– 40 40	300[3)]	500 bis 650[3)]	21[3)]	50[3)]	– 40[3)] 40
C 35 **C 35E** **C 35R**	**1.0501** **1.1181** **1.1180**	430	630 bis 780	17	40	– 35 35	380	600 bis 750	19	45	– 35 35	320	550 bis 700	20	50	– 35 35
C 40 **C 40E** **C 40R**	**1.0511** **1.1186** **1.1189**	460	650 bis 800	16	35	– 30 30	400	630 bis 780	18	40	– 30 30	350	600 bis 750	19	45	– 30 30
C 45 **C 45E** **C 45R**	**1.0503** **1.1191** **1.1201**	490	700 bis 850	14	35	– 25 25	430	650 bis 800	16	40	– 25 25	370	630 bis 780	17	45	– 25 25
C 50 **C 50E** **C 50R**	**1.0540** **1.1206** **1.1241**	520	750 bis 900	13	30	–	460	700 bis 850	15	35	–	400	650 bis 800	16	40	–
C 55 **C 55E** **C 55R**	**1.0535** **1.1203** **1.1209**	550	800 bis 950	12	30	–	490	750 bis 900	14	35	–	420	700 bis 850	15	40	–
C 60 **C 60E** **C 60R**	**1.0601** **1.1221** **1.1223**	580	850 bis 1000	11	25	–	520	800 bis 950	13	30	–	450	750 bis 900	14	35	–

1) bis 3) siehe am Ende von DIN EN 10083

9.2 Vergütungsstähle DIN EN 10 083-1 (Oktober 1996), Auszug (Fortsetzung)

Mechanische Eigenschaften[1), 2)] der Stähle im vergüteten Zustand (+QT)

Stahl-bezeichnung		bis 16 mm Durchmessser					über 16 bis 40 mm Durchmesser					über 40 bis 100 mm Durchmesser				
Kurz-name	Werk-stoff-num-mer	Streck-grenze (0,2-Grenze) R_c N/mm² min.	Zug-festig-keit R_m N/mm²	Bruch-deh-nung % min.	Bruch-ein-schnü-rung % min.	Kerb-schlag-arbeit (Charpy-Probe) J min.	Streck-grenze (0,2-Grenze) R_c N/mm² min.	Zug-festig-keit R_m N/mm²	Bruch-deh-nung % min.	Bruch-ein-schnü-rung % min.	Kerb-schlag-arbeit (Charpy-Probe) J min.	Streck-grenze (0,2-Grenze) R_c N/mm² min.	Zug-festig-keit R_m N/mm²	Bruch-deh-nung % min.	Bruch-ein-schnü-rung % min.	Kerb-schlag-arbeit (Charpy-Probe) J min.
28 Mn 6	**1.1170**	590	800 bis 950	13	40	35	490	700 bis 850	15	45	40	440	650 bis 800	16	50	40
38 Cr2 **38 CrS 2**	**1.7003** **1.7023**	550	800 bis 950	14	35	35	450	700 bis 850	15	40	35	350	600 bis 750	17	45	35
46 Cr 2 **46 CrS 2**	**1.7006** **1.7025**	650	900 bis 1100	12	35	30	550	800 bis 950	14	40	35	400	650 bis 800	15	45	35
34 Cr 4 **34 CrS 4**	**1.7033** **1.7037**	700	900 bis 1100	12	35	35	590	800 bis 950	14	40	40	460	700 bis 850	15	45	40
37 Cr 4 **37 CrS 4**	**1.7034** **1.7038**	750	950 bis 1150	11	35	30	630	850 bis 1000	13	40	35	510	750 bis 900	14	40	35
41 Cr 4 **41 CrS 4**	**1.7035** **1.7039**	800	1000 bis 1200	11	30	30	660	900 bis 1100	12	35	35	560	800 bis 950	14	40	35
25 CrMo 4 **25 CrMoS 4**	**1.7218** **1.7213**	700	900 bis 1100	12	50	45	600	800 bis 950	14	55	50	450	700 bis 850	15	60	50
34 CrMo 4 **34 CrMoS 4**	**1.7220** **1.7226**	800	1000 bis 1200	11	45	35	650	900 bis 1100	12	50	40	550	800 bis 950	14	55	45
42 CrMo 4 **42 CrMoS 4**	**1.7225** **1.7227**	900	1100 bis 1300	10	40	30	750	1000 bis 1200	11	45	35	650	900 bis 1100	12	50	35

1) bis 3) siehe am Ende von DIN EN 10 083

9.2 Vergütungsstähle DIN EN 10 083-1 (Oktober 1996), Auszug (Fortsetzung)

Mechanische Eigenschaften[1), 2)] der Stähle im vergüteten Zustand (+QT)

Stahlbezeichnung		bis 16 mm Durchmessser					über 16 bis 40 mm Durchmesser					über 40 bis 100 mm Durchmesser				
Kurzname	Werkstoffnummer	Streckgrenze (0,2-Grenze) R_c N/mm² min.	Zugfestigkeit R_m N/mm²	Bruchdehnung % min.	Brucheinschnürung % min.	Kerbschlagarbeit (Charpy-Probe) J min.	Streckgrenze (0,2-Grenze) R_c N/mm² min.	Zugfestigkeit R_m N/mm²	Bruchdehnung % min.	Brucheinschnürung % min.	Kerbschlagarbeit (Charpy-Probe) J min.	Streckgrenze (0,2-Grenze) R_c N/mm² min.	Zugfestigkeit R_m N/mm²	Bruchdehnung % min.	Brucheinschnürung % min.	Kerbschlagarbeit (Charpy-Probe) J min.
50 CrMo 4	**1.7228**	900	1100 bis 1300	9	40	30[4)]	780	1000 bis 1200	10	45	30[4)]	700	900 bis 1100	12	50	30[4)]
36 CrNiMo 4	**1.6511**	900	1100 bis 1300	10	45	35	800	1000 bis 1200	11	50	40	700	900 bis 1100	12	55	45
34 CrNiMo 6	**1.6582**	1000	1200 bis 1400	9	40	35	900	1100 bis 1300	10	45	45	800	1000 bis 1200	11	50	45
30 CrNiMo 8	**1.6580**	1050	1250 bis 1450	9	40	30	1050	1250 bis 1450	9	40	30	900	1100 bis 1300	10	45	35
36 NiCrMo 16	**1.6773**	1050	1250 bis 1450	9	40	30	1050	1250 bis 1450	9	40	30	900	1100 bis 1300	10	45	35
51 CrV 4	**1.8159**	900	1100 bis 1300	9	40	30[4)]	800	1000 bis 1200	10	45	30[4)]	700	900 bis 1100	12	50	30[4)]

1) R_c : obere Streckgrenze oder, falls keine ausgeprägte Streckgrenze auftritt, 0,2 % Dehngrenze $R_{p0,2}$

Bruchdehnung: Anfangslänge $L_0 = 5{,}65 \cdot \sqrt{S_0}$

2) Die Festlegung der Maßgrenzen bedeutet nicht, dass bis zur festgelegten Probenentnahmestelle weitgehend martensitisch durchvergütet werden kann. Die Einhärtungstiefe ergibt sich aus dem Verlauf der Stirnabschreckkurven

3) Gültig für Durchmesser bis 63 mm oder für Dicken bis 35 mm

4) Vorläufige Werte

9.3 Einsatzstähle DIN EN 10 084 (Juni 1998), Auszug

Einsatzstähle sind Baustähle mit verhältnismäßig niedrigem Kohlenstoffgehalt, die für Bauteile verwendet werden, deren Randzone vor der Härtung üblicherweise aufgekohlt oder carbonitriert wird.

Die Stähle haben nach dem Härten in der Randzone hohe Härte und guten Verschleißwiderstand, während die Kernzone vor allem hohe Zähigkeit aufweist.

Brinellhärte in verschiedenen Behandlungszuständen

Stahlbezeichnung		Härte im Behandlungszustand[1]			
		+S (behandelt auf Scherbarkeit)	+A (weichgeglüht)	+TH (behandelt auf Festigkeit)	+FP (behandelt auf Ferrit-Perlit-Gefüge)
Kurzname	Werkstoffnummer	HB max.	HB max.	HB	HB
C10E **C10R**	**1.1121** **1.1207**	– –	131 131	– –	– –
C15E **C15R**	**1.1141** **1.1140**	– –	143 143	– –	– –
17Cr 3 **17CrS3**	**1.7016** **1.7014**	2) 2)	174 174	– –	– –
28Cr4 **28CrS4**	**1.7030** **1.7036**	255 255	217 217	166 bis 217 166 bis 217	156 bis 207 156 bis 207
16MnCr5 **16MnCrS5**	**1.7131** **1.7139**	2) 2)	207 207	156 bis 207 156 bis 207	140 bis 187 140 bis 187
20MnCr5 **20MnCrS5**	**1.7147** **1.7149**	255 255	217 217	170 bis 217 170 bis 217	152 bis 201 152 bis 201
20MoCr4 **20MoCrS4**	**1.7321** **1.7323**	255 255	207 207	156 bis 207 156 bis 207	140 bis 187 140 bis 187
20NiCrMo2-2 **20NiCrMoS2-2**	**1.6523** **1.6526**	2) 2)	212 212	152 bis 201 152 bis 201	145 bis 192 145 bis 192
17CrNiMo6-4 **17CrNiMoS6-4**	**1.6566** **1.6569**	255 255	229 229	179 bis 229 179 bis 229	149 bis 201 149 bis 201
20CrNiMoS6-4	**1.6571**	255	229	179 bis 229	154 bis 207

1) Anforderungen an die Härte für die in den nachfolgenden Zuständen gelieferten Erzeugnisse
2) Die Stahlsorten sind, unter geeigneten Bedingungen, im unbehandelten Zustand scherbar

DIN EN 10 084 gilt für:

Halbzeug, z. B. Vorblöcke, Vorbrammen, Knüppel, warmgewalzten Draht, warmgewalzten oder geschmiedeten Stabstahl (Rund-, Vierkant-, Sechskant-, Achtkant- und Flachstahl), warmgewalzten Breitflachstahl, warm- oder kaltgewalztes Blech und Band, Freiform- und Gesenkschmiedestücke.

9.4 Wälzlagerstähle DIN EN ISO 683-17 (April 2000), Auszug

Wälzlagerstähle sind Stähle für Teile von Wälzlagern, die im Betrieb vor allem hohen örtlichen Wechselbeanspruchungen und Verschleißwirkungen unterliegen. Sie weisen im Gebrauchszustand – zumindest in der Randzone – ein Härtungsgefüge auf.

Härte in den üblichen Lieferzuständen

Stahlbezeichnung		Härte im Lieferzustand						Frühere Bezeichnung
Kurzname	Werkstoffnummer	+S HB max.	+A HB max.	+HR HB	+AC[1] HB max.	+AC[1)] +C HB max.	+ FP HB	
Durchhärtende Wälzlagerstähle								
–	**1.3501**	[2)]	–	–	207	241[3), 4)]	–	**100 Cr 2**
100CR 6	**1.3505**	[2)]	–	–	207	241[3), 4)]	–	**100 Cr 6**
100CrMnSi6-6	**1.3520**	[2)]	–	–	217	251[4)]	–	**100 CrMn 6**
100CrMo 7	**1.3537**	[2)]	–	–	217	251[4)]	–	**100 CrMo 7**
100CrMo 7-3	**1.3536**	[2)]	–	–	230	–	–	**100 CrMo 7 3**
100CrMoSi8-4-6	**1.3539**	[2)]	–	–	230	–	–	**100 CrMnMo 8**
Einsatzhärtende Wälzlagerstähle								
17MnCr5	**1.3521**	[5)]	207	156–207	170	[6)]	140...187	**17 MnCr 5**
19MnCr5	**1.3523**	255	217	170–217	180	[6)]	152...201	**19 MnCr 5**
–	**1.3531**	255	–	179–227	180	[6)]	–	**16 CrNiMo 6**
18NiCrMo14-6	**1.3533**	255	–	–	241	[6)]	–	**17 NiCrMo 14**
Induktionshärtende Wälzlagerstähle								
C56E2	**1.1219**	255[7)]	229	–	–	–	–	**Cf 54**
–	**1.3561**	255	–	–	–	–	–	**44 Cr 2**
43CrMo4	**1.3563**	255	241	–	–	–	–	**43 CrMo 4**
–	**1.3565**	255	–	–	–	–	–	**48 CrMo 4**
Nichtrostende Wälzlagerstähle								
X47Cr14	**1.3541**	[8)]	–	–	248	[6)]	–	**X 45 Cr 13**
X108CrMo17	**1.3543**	[8)]	–	–	255	[6)]	–	**X 102 CrMo 17**
X89 CrMoV18-1	**1.3549**	[8)]	–	–	255	[6)]	–	**X 89 CrMoV 18 1**
Warmharte Wälzlagerstähle								
80 MoCrV42-16	**1.3551**	[8)]	–	–	248	[6)]	–	**80 MoCrV 42 16**
X82WMoCrV6-5-4	**1.3553**	[8)]	–	–	248	[6)]	–	**X 82 WMoCrV 6 5 4**
X75 WCrV18-4-1	**1.3558**	[8)]	–	–	269	[6)]	–	**X 75 WCrV 18 4 1**

1) Für Einsatzstähle wird dieser Zustand verwendet, wenn Kaltumformen vorgesehen ist. Bei durchhärtenden, nichtrostenden und warmharten Wälzlagerstählen wird dieser Zustand auch verwendet, wenn der Stahl durch spanendes Bearbeiten weiterverarbeitet wird.
2) Wenn dieser Zustand nötig wird, sind der Höchstwert der Härte und die Anforderungen an das Gefüge bei der Anfrage und Bestellung zu vereinbaren.
3) Die Härte von Draht für Nadellager darf bis zu 321 HB betragen.
4) Die Härte von kaltgefertigten Rohren darf bis zu 321 HB betragen.
5) Unter geeigneten Bedingungen ist diese Sorte im unbehandelten Zustand scherbar.
6) Je nach Kaltumformgrad dürfen die Werte bis zu etwa 50 HB über den für den Zustand +AC liegen.
7) Je nach chemischer Zusammensetzung der Schmelze und den Maßen kann Zustand +A erforderlich sein.
8) Scherbarkeit wird im allgemeinen nur im Zustand +AC möglich.

9.5 Automatenstähle DIN EN 10 087 (Januar 1999), Auszug

Automatenstähle sind durch gute Zerspanbarkeit und gute Spanbrüchigkeit gekennzeichnet, die im Wesentlichen durch höhere Schwefelgehalte, gegebenenfalls gemeinsam mit weiteren Zusätzen, wie z. B. Blei, erzielt werden. Blanke Automatenstähle unterscheiden sich von den warmgeformten Automatenstählen dadurch, dass sie durch spanlose Kaltformung (Ziehen) oder durch spanende Bearbeitung (Schälen, Schruppschleifen) eine glatte, blanke Oberfläche und eine wesentlich höhere Maßgenauigkeit erhalten haben.

Mechanische Eigenschaften

Stahlbezeichnung		Durchmesser d mm		Unbehandelt		Vergütet		
				Härte[1), 2)]	Zug-festigkeit R_m	Streck-grenze R_e	Zug-festigkeit R_m	Dehnung A
Kurz-name	Werkstoff-nummer	über	bis	HB	N/mm²	N/mm² min.	N/mm²	% min.
Nicht für eine Wärmebehandlung bestimmte Automatenstähle								
11SMn30	**1.0715**	5	10	–	380 bis 570	–	–	–
11SMnPb30	**1.0718**	10	16	–	380 bis 570	–	–	–
11SMn37	**1.0736**	16	40	112 bis 169	380 bis 570	–	–	–
11SMnPb37	**1.0737**	40	63	112 bis 169	380 bis 570	–	–	–
		63	100	107 bis 154	360 bis 520	–	–	–
Einsatzstähle								
10S20	**1.0721**	5	10	–	360 bis 530	–	–	–
10SPb20	**1.0722**	10	16	–	360 bis 530	–	–	–
		16	40	107 bis 156	360 bis 530	–	–	–
		40	63	107 bis 156	360 bis 530	–	–	–
		63	100	105 bis 146	350 bis 490	–	–	–
15 SMn13	**1.0725**	5	10	–	430 bis 610	–	–	–
		10	16	–	430 bis 610	–	–	–
		16	40	128 bis 178	430 bis 600	–	–	–
		40	63	128 bis 172	430 bis 580	–	–	–
		63	100	125 bis 160	420 bis 540	–	–	–
Vergütungsstähle								
35S20	**1.07261**	5	10	–	550 bis 720	430	630 bis 780	15
35SPb20	**1.0756**	10	16	–	550 bis 700	430	630 bis 780	15
		16	40	154 bis 201	520 bis 680	380	600 bis 750	16
		40	63	154 bis 201	520 bis 670	320	550 bis 700	17
		63	100	149 bis 193	500 bis 650	320	550 bis 700	17
36SMn14	**1.0726**	5	10	–	580 bis 770	480	700 bis 850	14
36SMnPb14	**1.0765**	10	16	–	580 bis 770	460	700 bis 850	14
		16	40	166 bis 222	560 bis 750	420	670 bis 820	15
		40	63	166 bis 219	560 bis 740	400	640 bis 700	16
		63	100	163 bis 219	550 bis 740	360	570 bis 720	17
38SMn28	**1.0760**	5	10	–	580 bis 780	480	700 bis 850	15
38SMnPb28	**1.0761**	10	16	–	580 bis 750	460	700 bis 850	15
		16	40	166 bis 216	530 bis 730	420	700 bis 850	15
		40	63	166 bis 216	560 bis 730	400	700 bis 850	16
		63	100	163 bis 207	550 bis 700	380	630 bis 800	16

1) In Schadensfällen sind die Zugfestigkeitswerte maßgebend.
2) Die Härtewerte dienen nur als Anhalt.

9.6 Gusseisen mit Lamellengraphit DIN EN 1561 (August 1997), Auszug

Gusseisen mit Lamellengraphit ist eine Gusslegierung auf der Basis Eisen-Kohlenstoff, wobei letzteres Element weitgehend in Form von lamellarem Graphit vorliegt. Die Eigenschaften von Gusseisen mit Lamellengraphit hängen von der Form und der Verteilung des Graphits und von der metallischen Grundmasse ab.

Zugfestigkeit von Gusseisen mit Lamellengraphit

Werkstoffbezeichnung		Maßgebende Wanddicken mm		Zugfestigkeit R_m [1] Einzuhaltende Werte		Erwartungswerte im Gussstück	Frühere Bezeichnung
				im getrennt gegossenen Probestück[2] N/mm²	im angegossenen Probestück[3] N/mm²	Zugfestigkeit[4] R_m N/mm²	
Kurzzeichen	Nummer	über	bis		min.	min.	
EN-GJL-**100**	EN-JL 1010	5[5]	40	min. 100	–	–	**GG-10**
EN-GJL-**150**	EN-JL 1020	2,5[5] 5 10 20 40 80 150	5 10 20 40 80 150 300	150 bis 250	– – – 120 110 100 90[6]	180 155 130 110 95 80 –	**GG-15**
EN-GJL-**200**	EN-JL 1030	2,5[5] 5 10 20 40 80 150	5 10 20 40 80 150 300	200 bis 300	– – 170 150 140 130[6]	230 205 180 155 130 115 –	**GG-20**
EN-GJL-**250**	EN-JL 1040	5[5] 10 20 40 80 150	10 20 40 80 150 300	250 bis 350	– – 210 190 170 160[6]	250 225 195 170 155 –	**GG-25**
EN-GJL-**300**	EN-JL 1050	10[5] 20 40 80 150	20 40 80 150 300	300 bis 400	– 250 220 210 190[6]	270 240 210 195 –	**GG-30**
EN-GJL-**350**	EN-JL 1060	10[5] 20 40 80 150	20 40 80 150 300	350 bis 400	– 290 260 230 210[6]	315 280 250 225 –	**GG-35**

1) Falls bei Bestellung der Nachweis der Zugfestigkeit vereinbart wurde, ist die Art des Probestückes bei Bestellung anzugeben.
2) Die Werte beziehen sich auf Probestücke mit 30 mm Rohgussdurchmesser entsprechend einer Wanddicke von 15 mm.
3) Wenn für einen bestimmten Wanddickenbereich keine Festlegungen getroffen werden können, ist dies durch einen Strich gekennzeichnet.
4) Die Werte dienen zur Information.
5) Dieses Maß ist als untere Grenze des Wanddickenbereiches eingeschlossen.
6) Diese Werte sind Anhaltswerte.

9.7 Gusseisen mit Kugelgraphit DIN EN 1563 (August 1997), Auszug

Gusseisen mit Kugelgraphit ist ein Gusswerkstoff auf der Basis Eisen-Kohlenstoff, wobei der Kohlenstoff überwiegend in Form von kugeligen Graphitpartikeln vorliegt. Gusseisen mit Kugelgraphit ist auch als duktiles Gusseisen bekannt.

Mechanische Eigenschaften

Werkstoffbezeichnung		Gewährleistete Eigenschaften an getrennt gegossenen und mechanisch bearbeiteten Probestücken[1]			
Kurzzeichen	Nummer	Zugfestigkeit R_m N/mm² min.	Dehngrenze[2] $R_{p0,2}$ N/mm² min.	Dehnung A % min.	Frühere Bezeichnung
EN-GJS-**350-22-LT**	EN-JS1015	350	220	22	**GGG-35.3**
EN-GJS-**400-18-LT**	EN-JS1025	400	250	18	**GGG-40.3**
EN-GJS-**400-15**	EN-JS1030	400	250	15	**GGG-40**
EN-GJS-**500-7**	EN-JS1050	500	320	7	**GGG-50**
EN-GJS-**600-3**	EN-JS1060	600	370	3	**GGG-60**
EN-GJS-**700-2**	EN-JS1070	700	420	2	**GGG-70**
EN-GJS-**800-2**	EN-JS1080	800	480	2	**GGG-80**

1) Besonders bei Wanddicken >50 mm und kompakten Gussstücken empfehlen sich Vereinbarungen zwischen Hersteller und Verbraucher.

2) Bei den ferritischen Sorten ist es zulässig, anstelle der 0,2 %-Dehngrenze die aus dem Maschinendiagramm zu ermittelnde Streckgrenze anzugeben.

Eigenschaften in angegossenen Probestücken

Werkstoffbezeichnung		Maßgebende Wanddicke des Gussstückes	Dicke des angegossenen Probestückes	Zugfestigkeit R_m	0,2%-Dehngrenze R_p 0,2	Bruchdehnung A	Kerbschlagarbeit[2] (DVM-Proben) bei –20 °C A	
							Mittel aus 3 Proben	Einzelwert
Kurzzeichen	Nummer	mm	mm	N/mm² min.	N/mm² min.	% min.	Joule min.	
EN-GJS-**400-18U**	EN-JS1062	von 30 bis 60 über 60 bis 200	40 70	390 370	250 240	15 12	14 12	11 9
EN-GJS-**400-15U**	EN-JS1072	von 30 bis 60 über 60 bis 200	40 70	390 370	250 240	14 11	–	
EN-GJS-**500-7U**	EN-JS1082	von 30 bis 60 über 60 bis 200	40 70	450 420	300 290	7 5	–	
EN-GJS-**600-3U**	EN-JS1092	von 30 bis 60 über 60 bis 200	40 70	600 550	360 340	2 1	–	
EN-GJS-**700-2U**	EN-JS1102	von 30 bis 60 über 60 bis 200	40 70	700 660	400 380	2 1	–	
EN-GJS-**800-2U**	EN-JS1112	von 30 bis 60 über 60 bis 200	40 70	800 zwischen Hersteller undKäufer zu vereinbaren	480	2	–	

ANMERKUNG 1: Die Eigenschaften einer angegossenen Probe können die Eigenschaften des eigentlichen Gussstückes nicht genau wiedergeben, es können sich hier jedoch bessere Näherungswerte ergeben als mit einem getrennt gegossenen Probestück.

9.8 Stahlguss für allgemeine Verwendungszwecke DIN 1 681 (Juni 1985), Auszug

Mechanische und magnetische Eigenschaften der Stahlgusssorten

Stahlgusssorte		Streckgrenze[1]	Zugfestigkeit	Bruchdehnung ($L_0 = 5d_0$)	Bruch-einschnürung[2]	Kerbschlagarbeit (ISO-V-Proben)		Magnetische Induktion[4] bei einer Feldstärke von		
						≤30 mm	>30 mm			
						Mittelwert[3]		25 A/cm	50 A/cm	100 A/cm
Kurzname	Werkstoffnummer	N/mm² min.	N/mm² min.	% min.	% min.	J min.		T min.	T min.	T min.
GS-38	**1.0420**	200	380	25	40	35	35	1.45	1.60	1.75
GS-45	**1.0446**	230	450	22	31	27	27	1.40	1.55	1.70
GS-52	**1.0552**	260	520	18	25	27	22	1.35	1.55	1.70
GS-60	**1.0558**	300	600	15	21	27	20	1.30	1.50	1.65

1) Falls keine ausgeprägte Streckgrenze auftritt, gilt die 0,2 %-Dehngrenze.
2) Die Werte sind für die Abnahme nicht maßgebend.
3) Aus jeweils drei Einzelwerten bestimmt.
4) Diese Werte gelten nur nach Vereinbarung.

9.9 Warmfester Stahlguss DIN EN 10213-2 (Januar 1996), Auszug

Mechanische Eigenschaften der warmfesten Stahlgusssorten

Stahlgusssorte		Wärmebehandlung Symbol[1]	Zugfestigkeit	0,2 %-Dehngrenze $R_{p0,2}$ bei einer Temperatur von							Dehnung	Kerbschlagarbeit
				20 °C	200 °C	300 °C	350 °C	400 °C	450 °C	500 °C		
Kurzname	Werkstoffnummer		R_m N/mm²	N/mm²							A %	KV J
GP 240Gr	**1.0621**	+N	420 bis 600	240	–	–	–	–	–	–	22	27
GP 240GH	**1.0619**	+N	420 bis 600	240	175	145	135	130	125	–	22	27
		+QT	420 bis 600	240	175	145	135	130	125	–	22	40
GP280GH	**1.0625**	+N	480 bis 640	280	220	190	170	160	150	–	22	27
		+QT	440 bis 590	280	220	190	170	160	150	–	22	35
G20Mo5	**1.5419**	+QT	440 bis 590	245	190	165	155	150	145	135	22	27
G17CrMo5-5	**1.7357**	+QT	490 bis 690	315	250	230	215	200	190	175	20	27
G17CrMo9-10	**1.7379**	+QT	590 bis 740	400	355	345	330	315	305	280	18	40
G12MoCrV5-2	**1.7720**	+QT	510 bis 660	295	244	230	–	214	–	194	17	27
G17CrMoV5-10	**1.7706**	+QT	590 bis 780	440	385	365	350	335	320	300	15	27
GX15CrMo5	**1.7365**	+QT	630 bis 760	420	390	380	–	370	–	305	16	27
GX8CrNi12	**1.4107**	+QT1	540 bis 690	355	275	265	–	255	–	–	18	45
		+QT2	600 bis 800	500	410	390	–	370	–	–	16	40
GX4CrNi13-4	**1.4317**	+QT	760 bis 960	550	485	455	440	–	–	–	15	50
GX23CrMoV12-1	**1.4931**	+QT	740 bis 880	540	450	430	410	390	370	340	15	27
GX4CrNiMo16-5-1	**1.4408**	+QT	760 bis 960	540	485	455	–	–	–	–	15	60

1) +N bedeutet: Normalglühen, +Q bedeutet: Abschrecken in Luft oder Flüssigkeit.
Wenn es alternative Wärmebehandlungen gibt, ist die gewünschte Alternative in der Bestellung anzugeben, z. B. GX8CrNi12 + QT oder 1.4107 + QT1.

9.10 Temperguss DIN EN 1562 (August 1997), Auszug

Temperguss ist ein Eisen-Kohlenstoff-Gusswerkstoff, dessen Gussstücke bei werkstoffgerechter Konstruktion weitgehend graphitfrei erstarren. Nach der Art der Wärmebehandlung des Rohgussstückes unterscheidet man zwischen schwarzem Temperguss (nicht entkohlend geglüht) und weißem Temperguss (entkohlend geglüht).

Nach einer Glühbehandlung zerfällt das im Gefüge vorliegende Eisenkarbid (Zementit) restlos. Beide Gruppen, mit Ausnahme von vollständig entkohltem weißen Temperguss, enthalten freien Kohlenstoff in Form von Graphit, genannt Temperkohle. Beide Gruppen haben Werkstoffsorten mit Gefügen, die von Ferrit bis Perlit und/oder anderen Umwandlungsgefügen von Austenit reichen können. DIe chemische Zusammensetzung des Temperrohgusses sowie die Art des temperatur- und zeitabhängigen Glühverfahrens bestimmen den Gefügeaufbau und damit auch die Eigenschaften des Werkstoffs.

Die Werkstoffe werden je nach der Zugfestigkeit und der Dehnung bezeichnet, für entkohlend geglühten Temperguss für eine Probe von 12 mm Durchmesser und für nichtentkohlend geglühten Temperguss für eine Probe von 12 oder 15 mm Durchmesser. Vergleichswerte für die Zugfestigkeit und die Bruchdehnung sind aber auch für andere Probendurchmesser angegeben.

Schweißarbeiten im Verlauf der Herstellung oder bei der Verwendung von Tempergussstücken bedürfen der Vereinbarung zwischen dem Besteller und dem Hersteller des Gussstückes. Reparaturschweißungen müssen nachträglich wärmebehandelt werden.

Verzug infolge Wärmebehandlung lässt sich durch Richten beseitigen. Warmrichten oder Spannungsarmglühen kann in Sonderfällen vereinbart werden.

Temperguss ist gut spanend zu bearbeiten; die Eignung der einzelnen Sorten hängt jeweils vom Gefügeaufbau ab.

Schwindmaße für Modellanfertigung: 1 bis 2 % für weißen Temperguss, 0 bis 1,5 % für schwarzen Temperguss. Die mittlere Dichte des Werkstoffes ist 7,4 kg/dm^3.

Mechnische Eigenschaften von Temperguss

Werkstoffbezeichnung Kurzzeichen	Nummer	Durchmesser der Probe d mm	Zugfestigkeit R_m N/mm^2 min.	0,2-Dehngrenze N/mm^2 min.	Dehnung $A_{3,4}$ % min.	Brinellhärte HB max.	Frühere Bezeichnung
Entkohlend geglühter (weißer) Temperguss							
EN-GJMW-**350-4**	EN-JM1010	9 12 15	340 350 360	– – –	5 4 3	230 230 230	**GTW-35-04**
EN-GJMW-**360-12**	EN-JM1020	9 12 15	320 380 400	170 200 210	15 12 8	200 200 200	**GTW-S 38-12**
EN-GJMW-**400-5**	EN-JM1030	9 12 15	360 400 420	200 220 230	8 5 4	220 220 220	**GTW-40-05**
EN-GJMW-**450-7**	EN-JM1040	9 12 15	400 450 480	230 260 280	10 7 4	220 220 220	**GTW-45-07**
Nicht entkohlend geglühter (schwarzer) Temperguss							
EN-GIMB-**350-10**	EN-JM1130	12 oder 15	350	200	10	150	**GTS-35-10**
EN-GIMB-**450-6**	EN-JM1140	12 oder 15	450	270	6	200	**GTS-45-06**
EN-GIMB-**550-4**	EN-JM1160	12 oder 15	550	340	4	230	**GTS-55-04**
EN-GIMB-**650-2**	EN-JM1180	12 oder 15	650	430	2	260	**GTS-65-02**
EN-GIMB-**700-2**	EN-JM1190	12 oder 15	700	530	2	290	**GTS-70-02**

9.11 Kunststoffe

9.11.1 Aufbau und Eigenschaften

Kunststoffe sind makromolekulare, organische Stoffe, die auf chemischem Weg künstlich erzeugt werden, d. h. in der Natur nicht vorkommen. Je nach Syntheseverfahren kann man die Kunststoffe einteilen in Polykondensate, Polymerisate und Polyaddukte. Aufgrund ihrer unterschiedlichen chemischen Struktur kann man polymere Werkstoffe auch in Thermoplaste, Elastomere und Duroplaste aufgliedern.

Thermoplastische Kunststoffe

Thermoplaste kommen als amorphe und teilkristalline Polymere vor. Sie bestehen aus linearen oder verzweigten Makromolekülen, erweichen beim Erwärmen wiederholbar bis zur Schmelze und verfestigen sich durch Abkühlen. Beim Urformen durchlaufen sie reversible Zustandsänderungen. Thermoplaste sind schweißbar. Halbzeug aus harten Thermoplasten kann weitgehend warm umgeformt werden. Thermoplastische Polymere sind in der Regel in spezifischen, organischen Lösungsmitteln physikalisch löslich. Thermoplaste können im fließfähigen Zustand über verschiedene Verarbeitungstechnologien, wie z. B. Spritzgießen, Extrudieren und Kalandrieren, zu komplexen Bauteilen oder Halbzeugen geformt werden.

Elastomere Kunststoffe

Sie verhalten sich im Gebrauchstemperaturbereich oberhalb der Glastemperatur gummielastisch, d. h. geringe Spannungen bewirken beträchtliche Verformungen, die sich nach Aufhebung der Spannung nahezu vollständig zurückbilden. Sie sind aus weitmaschig vernetzten Makromolekülen aufgebaut. Man erhält sie durch Polymerisation von Dienen (z. B. NBR) oder Polykondensations- bzw. Polyadditionsreaktionen der Ausgangsstoffe (z. B. PUR). Die Verarbeitung der Elastomere erfolgt im allgemeinen vor der Vernetzung im plastischen Zustand unter Zugabe von Vulkanisationsmittel oder Vernetzungsbeschleuniger. Bei Tempe-raturerhöhung verhalten sie sich gummielastisch bis zur Grenztemperatur des irreversiblen thermochemischen Abbaus der Netz-Moleküle.

Thermoplastische Elastomere (TPE)

Thermoplastische Elastomere sind thermoplastisch verarbeitbare Polymere mit elastomerartigen Eigenschaften. Sie sind chemisch nicht vernetzt. TPE sind meist Block-Copolymerisate mit „harten“ und „weichen“ Bereichen. Dabei bilden die harten Segmente aggregierte Bereiche und bewirken in der amorphen Matrix aufgrund von Sekundärbindungen physikalische Vernetzungspunkte, welche sich bei einer durch den chemischen Aufbau bestimmten Temperatur reversibel lösen. Oberhalb dieser Temperatur werden diese Polymere thermoplastisch fließfähig.

Duroplastische Kunststoffe

Duroplaste entstehen beim Urformen dadurch, dass fließfähige, niedermolekulare Vorprodukte unter Bildung chemisch eng vernetzter Makromoleküle miteinander reagieren. Die physikalischen Eigenschaften der irreversibel „ausgehärteten“ Duroplaste sind bis zu der Grenztemperatur des thermochemischen Abbaus wenig temperaturabhängig. Duroplaste sind nicht schweißbar, ausgehärtet in organischen Lösungsmitteln nicht löslich, manche quellbar. Duroplast-Vorprodukte sind einerseits als „Formmassen“ zur Verarbeitung über die Schmelze und anschließender thermischer Aushärtung erhältlich, andererseits gibt es sie als flüssige „Reaktionsharze“, die bei Raumtemperatur verarbeitet und katalytisch ausgehärtet werden können.

Recycling

Entsprechend ihres chemischen Aufbaus sind polymere Werkstoffe unterschiedlichen Wiederverwertungsmöglichkeiten bzw. Entsorgungskonzepten zugänglich. Thermoplaste eignen sich neben kostenintensiver, chemischer Verwertung wie Hydrolyse, Hydrierung etc. auch für die meistens wirtschaftliche, physikalische Verwertung. Vernetzte Polymere können nur chemisch wiederverwertet oder eingemahlen als Füllstoff verwendet werden.

Anwendung

Je nach Anwendungsgebiet unterteilt man die Thermoplaste in sog. Massenkunststoffe wie z. B. PE, PS, PVC, PP, in technische Kunststoffe wie PA, PBT, PC, POM und in Hochleistungspolymere wie PES, PPS, PAEK. Einsatzgebiete der technischen und Hochleistungskunststoffe sind die KFZ-Technik, der Maschinenbau, die Elektroindustrie sowie der Chemie- und Anlagenbau. Zur Verbesserung des physikalisch-mechanischen Eigenschaftsniveaus werden den Basispolymeren oft Glas- oder Kohlefasern als Verstärkungsstoffe und Glaskugeln bzw. Mineralien (Talkum, Glimmer, Quarzsand etc.) als Füllstoffe zugesetzt. Auch Duroplaste finden häufig in den zuvor genannten technischen Bereichen Einsatz.

Vollsynthetische Kunststoffe						Modifizierte Naturstoffe	
Polykondensate		Polymerisate		Polyadditionsprodukte		Hochmolekulare Naturstoffe	
Thermoplast. Kunststoffe	Härtbare Kunststoffe	Thermoplast. Kunststoffe	Härtbare Kunststoffe	Thermoplast. Kunststoffe	Härtbare Kunststoffe	Thermoplast. Kunststoffe	Härtbare Kunststoffe
Lineare Polyesterharze Polyamide Misch-polyamide	Phenoplaste Carbamidpl. Melaminplaste Silikone Polyesterharze Alkydharze	Polyethylene Polyvinyl-chloride Polystyrole Poly-isobutylene Poly-methacrylak Polyacrylnitrile Polyfluor-ethylene	Alkylharze ungesättigte Polyesterharze	Lineare Polyurethane	vernetzte Polyurethane Äthoxylin- oder Epoxyharze	Cellulose-Ester Cellulose-Äther	Kaseinharze
Polykondensation		Polymerisation		Polyaddition		Chem. Umwandlung	
Bei der Polykondensation verbinden sich verschiedenartige monomere Grundbausteine unter Abspaltung von Wasser oder anderen niedermolekularen flüchtigen Stoffen (z. B. Ammoniak) zu linearen Makromolekülen, wenn Monomere mit je zwei reaktionsfähigen Gruppen vorliegen oder zu räumlich vernetzten Makromolekülen, wenn drei oder mehr reaktionsfähige Gruppen vorhanden sind. Ein wichtiges Beispiel hierfür sind die meisten Duroplaste, bei denen dieser Vorgang oft bei erhöhter Temperatur und unter Druck abläuft.		Die flüssigen bzw. gasförmigen, meist gleichen monomeren Ausgangsprodukte lagern sich unter Aufspaltung von Doppelbindungen zu Fadenmolekülen aneinander. Es entstehen keine Spaltprodukte. Der Prozess wird durch Initiatoren (Radikal- oder Ionenbildner) gestartet und läuft dann exotherm weiter ab, wobei das Polymerisat mit steigendem Molekulargewicht zäh und schließlich fest wird. Durch Polymerisation werden die meisten thermoplastischen Kunststoffe gewonnen.		Verschiedenartige monomere Grundbausteine mit reaktiven Gruppen verbinden sich durch intermolekulare Umlagerung von Atomen (z. B. Wasserstoff) zu Makromolekülen. Der Vorgang ist dem der Polykondensation sehr ähnlich, nur entstehen hier keine niedermolekularen Spaltprodukte. Je nach Auswahl der Vorprodukte können auch hier unvernetzte und vernetzte Polymere synthetisiert werden. Die Eigenschaften der Produkte können, je nach Ausgangsstoff, in weiten Grenzen gezielt eingestellt werden.		Die ältesten Kunststoffe sind modifizierte Naturstoffe wie Kunsthorn, Vulkanfiber, Celluloid, Cellophan, Kunstseide. Galalith ist z. B. ein Kunsthorn, das durch Einwirkung von Formaldehyd auf Labkasein einen Werkstoff mit ähnlichen Eigenschaften wie Naturhorn ergibt. Die Härtung erfolgt nach dem plastischen Verformen durch Einlegen der Formteile in eine 5% Formaldehydlösung. Härtezeiten je nach Dicke bis zu einigen Monaten. Hohe Wasseraufnahme und dadurch bedingte maßliche Änderungen behindern den Einsatz für technische Teile.	

Kunststoff	Kurz-zeichen	Zug-festigkeit N/mm²	Zug E-Modul N/mm²	Kugel-druckhärte 30 s N/mm²	Biege-festig-keit N/mm²	Schlag-zähig-keit kJ/m²	Kerb-schlag-zähigkeit kJ/m²	Form-beständig-keit Vicat B °C
Niederdruckpolyethylen	LDPE	18 ... 35	700 ... 1400	40 ... 65	36	o. Br.	o. Br.	60 ... 70
Hochdruckpolyethylen	HDPE	8 ... 23	200 ... 500	13 ... 20	–	o. Br.	o. Br.	< 40
Polypropylen	PP	21 ... 37	1100 ... 1300	36 ... 70	43	o. Br.	3 ... 17	85 ... 100
Polyvinylchlorid hart	PVC hart	50 ... 75	2500 ... 3500	75 ... 155	110	o. Br.	2 ... 50	75 ... 110
Polyvinylchlorid weich	PVC weich	10 ... 25	< 100	A90[1]	–	o. Br.	o. Br.	40
Polystyrol	PS	45 ... 65	3200 ... 3250	140 ... 150	90	15 ... 20	2 ... 2,5	78 ... 99
Styrol/Acrilnitril-Copolym.	SAN	75	3600	160 ... 170	100	16 ... 20	2 ... 3	100 ... 115
Acrilnitril/Polybutil/ Styrolpfropfpyolym.	ABS	32 ... 60	1900 ... 2700	80 ... 120	75	70/o. Br.	7 ... 20	95 ... 110
Polymethylmethacrylat	PMMA	50 ... 77	2700 ... 3200	180 ... 200	105	18	2	70 ... 100
Polyacetat	POM	62 ... 80	2800 ... 3200	150 ... 170	110	o. Br.	8	160 ... 173
Polytetrafluorethylen	PTFE	25 ... 36	410	27 ... 35	18	o. Br.	13 ... 15	–
Polyamid 6[2]	PA 6	70 ... 85	1400	75	50	o. Br.	o. Br.	180
Polyamid 66[2]	PA 66	77 ... 84	2000	100	50	o. Br.	15 ... 20	200
Polyamid 11[2]	PA 11	40	1000	75	–	o. Br.	30 ... 40	175
Polyamid 12[2]	PA 12	40	1200	75	–	o. Br.	10 ... 20	165
Polycarbonat	PC	56 ... 67	2100 ... 2400	110	100	o. Br.	20 ... 30	160 ... 170
Celluloseacetat (432)	CA	40	1600	50	50	o. Br.	15	50 ... 63
Celluloseacetobutyrat (413)	CAB	35	1600	55	38	o. Br.	20	60 ... 75

1) Shore-Härte Skala A.
2) Konditioniert 23 °C/50 % rel. Feuchte.

9.11.4 Festigkeitskennwerte und Formbeständigkeit thermoplastischer Kunststoffe, verstärkt

Kunststoff	Kurzzeichen	Zugfestigkeit N/mm²	Zug E-Modul N/mm²	Reißdehnung %	Biegefestigkeit N/mm²	Schlagzähigkeit kJ/m²	Kerbschlagzähigkeit kJ/m²	Formbeständigkeit Vicat B °C
Polypropylen	PP Gf 30[1)]	50	5 500	5	65	16[6)]	6[6)]	110
Polybutylenterephthalat	PBT Gf 30	145	10 500	2,5	210	50[7)]	8,5[7)]	205
Polyethylenterephthalat	PET Gf 35[2)]	190	13 500	2,5	270	54[7)]	11[7)]	230
Polyamid 6[3)]	PA 6 Gf 30	180	8 500	3	250	60[7)]	12[7)]	210
Polyamid 66[3)]	PA 66 Gf 30	190	10 000	3	270	45[7)]	8,5[7)]	250
Polyoxymethylen	POM Gf 30	130	10 000	3	170	32[7)]	5,5[7)]	160
Polyphenylenoxid modifiziert	PPO Gf 30	105	8 500	2,5	135	20[6)]	6[6)]	145
Polyphenylensulfid	PPS Gf 40[4)]	180	14 000	1,6	240	35[7)]	6,5[7)]	255
Polysulfon	PSU Gf 30	125	10 000	1,8	160	20[7)]	7[7)]	190
Polyethersulfon	PES Gf 30	150	10 500	2,1	200	30[7)]	8[7)]	215
Polyetherimid	PEI Gf 30	160	9 000	3	220	35[6)]	8[6)]	220
Polyaryletherketon[5)]	PAEK Gf 30	190	12 000	3,5	250	42[6)]	11[6)]	> 300
Flüssigkristallines Polymer (Liquid Crystal Polymer)	LCP Gf 30	200	23 000	1	–	20[6)]	12[6)]	170

1) Gf 30 = 30 % Glasfaser gefüllt
2) nicht handelsüblich
3) Werte spezifisch trocken
4) 30 % nicht handelsüblich
5) PEKEKK
6) Charpy
7) Izod

Quelle: KIB, Dr. Greiner, Baiersdorf

9.11.5 Festigkeitskennwerte und Formbeständigkeit duroplastischer Kunststoffe

Harzart	Gruppe	Typ	Füllstoff	Biegefestigkeit N/mm² mind.	Schlagzähigkeit kJ/m² mind.	Kerbschlagzähigkeit kJ/m² mind.	Formbeständigkeit (Martens) °C
Phenol	I	31	Holzmehl	70	6	1,5	125
	II	85	Holzmehl	70	5	2,5	125
		51	Zellstoff	60	5	3,5	125
		83	Baumwollfasern	60	5	3,5	125
		71	Baumwollfasern	60	6	6	125
		84	Baumwollgewebeschnitzel	60	6	6	125
		74	Baumwollgewebeschnitzel	60	12	12	125
		75	Kunstseidenstränge	60	14	14	125
	III	12	Asbestfasern	Asbestprodukte werden kaum noch auf dem Markt angeboten.			
		15	Asbestfasern				
		16	Asbestschnur				
	IV	11,5	Gesteinsmehl	50	3,5	1,3	150
		13	Glimmer	50	3	2	150
		13,5	Glimmer	50	3	2	150
		30,5	Holzmehl	60	5	1,5	100
		31,5	Holzmehl	70	6	1,5	125
		51,5	Zellstoff	60	5	3,5	125
Aminoplast und Aminoplast-Phenol	I	131	Zellstoff	80	6,5	1,5	100
		150	Holzmehl	70	6	1,5	120
		180	Holzmehl	80	6	1,5	120
	II	153	Baumwollfasern	60	5	3,5	125
		154	Baumwollgewebeschnitzel	60	6	6	125

Harzart	Gruppe	Typ	Füllstoff	Biege-festigkeit N/mm² mind.	Schlag-zähigkeit kJ/m² mind.	Kerb-schlagzähigkeit kJ/m² mind.	Form-beständigkeit (Martens) °C
Aminoplast und Aminoplast-Phenol	III	155	Gesteinsmehl	40	2,5	1	130
		156	Asbestfasern	Asbestprodukte werden kaum noch auf dem Markt angeboten.			
		157	Asbestfasern + Holzmehl				
		158	Asbestfasern				
	IV	131,5	Zellstoff	80	6,5	1,5	100
		152	Zellstoff	80	7	1,5	120
		181	Zellstoff	80	7	1,5	120
		181,5	Zellstoff	80	7	1,5	120
		182	Holz- und Gesteinsmehl	70	4	1,2	120
		183	Zellstoff + Gesteinsmehl	70	5	1,5	120
Polyester		801	Glasfasern	60	22	22	125
		802	Glasfasern	55	4,5	3	140
		830	Glasmatten	120	50	40	–
		832	Glasmatten	160	70	60	–
Epoxid		870	Gesteinsmehl	50	5	1,5	110
		871	Glasfaser	80	8	3	120
		872	Glasfaser	90	15	15	125
Phenol		HP 2061	Papierbahnen	150	20	15	–
		Hgw 2081	Baumwollgewebe grob	100	18	15	–
		Hgw 2082	Baumwollgewebe fein	130	30	15	–
		Hgw 2083	Baumwollgewebe feinst	150	35	15	–

Gruppe I: Typen für allgemeine Verwendung
Gruppe II: Typen mit erhöhter Kerbschlagzähigkeit
Gruppe III: Typen mit erhöhter Formbeständigkeit in der Wärme
Gruppe IV: Typen mit erhöhten elektrischen Eigenschaften

9.11.6 Verarbeitungsverfahren und besondere Verwendungsformen der wichtigsten Kunststoffe

Zeichenerklärung: – nicht möglich, oder nicht üblich; (+) Spezialfall; +, ++, +++ entsprechend wachsender Bedeutung.

Beschreibung der Fertigungsverfahren bzw. der besonderen Verwendungsgebiete ▷	Urform, Umform- und Fügeverhalten für Werkstücke									Besondere Verwendungsformen						
	Formschaffen durch							Formändern								
	Aufschmelz-, Gießverfahren und Sprühverfahren	Niederdruckverfahren für verstärkte Kunststoffe	Spritzgießen	Hohlkörperblasen	Pressen	Extrudieren	(Warm)-Umformen	Schweißen	Folien- und Gewebe-Kunstleder	Verpackungs- und Isolierfolien	Schaumkunststoffe	Klebstoffe	Lacke und Anstrichmittel	Fasern und Fäden
Thermoplastische Kunststoffe														
Polyolefine	‡	–	‡	‡	(+)	‡	+	‡	–	‡	+	–	–	+
Styrol-Polymerisate	(+)	–	‡	‡	–	‡	‡	+	–	‡	‡	–	+	(+)
Vinylchlorid-Polymerisate (hart)	(+)	–	–	‡	(+)	‡	‡	‡	–	‡	+	(+)	(+)	(+)
Polyvinylchlorid weich	+	–	+	(+)	–	‡	(+)	‡	–	+	‡	–	+	–
Fluorhaltige Polymere	+	–	+	–	(+)	(+)	–	+	–	(+)	(+)	–	+	–
Poly(meth)acryl-Kunststoffe	‡	(+)	‡	‡	–	‡	‡	–	–	–	(+)	+	+	–
Heteropolymere	+	–	‡	–	–	–	(+)	+	–	‡	+	(+)	(+)	‡
Cellulose-Ester u. Ether	+	–	‡	‡	–	‡	+	+	–	‡	+	+	+	‡
Hydratcellulose (Vf., Zellglas)	–	–	–	–	–	–	(+)	–	–	‡	–	–	–	‡
Kunsthorn u.a. Casein-Prod.	–	–	–	–	–	(+)	–	–	–	–	–	(+)	(+)	(+)
Duroplastische Kunststoffe														
Phenol-, Kresol- und Furanharze	+	–	‡	–	‡	(+)	(+)	–	–	–	+	‡	+	–
Harnstoffharze	–	–	+	–	+	(+)	–	–	–	–	‡	‡	+	–
Melaminharze	–	–	+	–	‡	–	(+)	–	–	–	+	+	+	–
Reaktionsharze														
Ungesättigte Polyester	‡	‡	+	–	‡	(+)	–	–	–	–	(+)	‡	‡	–
Epoxidharze	‡	‡	‡	–	+	(+)	–	–	–	–	–	‡	+	–
Spezielle Reaktionsharze	+	‡	+	–	+	(+)	–	–	–	–	–	+	(+)	–
Isocyanatharze (PUR)	‡	–	(+)	(+)	–	–	–	–	–	–	‡	+	+	–
HT-Kunststoffe														
Polyarylene, Polyarylamide, -ester, -oxide, Polyimide	+	+	(+)	–	+	–	–	(+)	–	+	+	+	+	(+)

Quelle: Saechtling, H. Kunststoff-Taschenbuch, Hanser Verlag

10 Technische Zeichnungen

10.1 Normzahlen und Normzahlreihen DIN 323 (August 1974)

Der Aufbau der Normzahlreihen basiert auf geometrischen Zahlenfolgen mit 5, 10, 20 oder 40 Gliedern je Zehnerstufe

$$a \times q^0,\ a \times q^1,\ a \times q^2,\ \ldots,\ a \times q^{n-1}$$

Grundreihen mit $q = \sqrt[5]{10} = 1{,}6$ **bei R 5**

$q = \sqrt[10]{10} = 1{,}25$ **bei R 10**

$q = \sqrt[20]{10} = 1{,}12$ **bei R 20**

$q = \sqrt[40]{10} = 1{,}06$ **bei R 40**

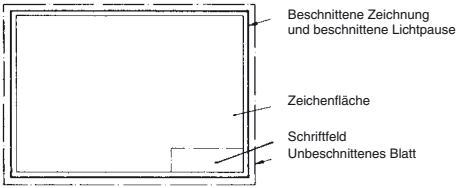
Grundreihen. Hauptwerte und Genauwerte

Hauptwerte Grundreihen				Ordnungs-nummern	Mantissen	Genauwerte	Abweichung der Hauptwerte von den Genauwerten %
R 5	R 10	R 20	R 40	N			
1,00	1,00	1,00	1,00	0	000	1,0000	0
			1,06	1	025	1,0593	+0,07
		1,12	1,12	2	050	1,1220	−0,18
			1,18	3	075	1,1885	−0,71
	1,25	1,25	1,25	4	100	1,2589	−0,71
			1,32	5	125	1,3353	−1,01
		1,40	1,40	6	150	1,4125	−0,88
			1,50	7	175	1,4962	+0,25
1,60	1,60	1,60	1,60	8	200	1,5849	+0,95
			1,70	9	225	1,6788	+1,26
		1,80	1,80	10	250	1,7783	+1,22
			1,90	11	275	1,8836	+0,87
	2,00	2,00	2,00	12	300	1,9953	+0,24
			2,12	13	325	2,1135	+0,31
		2,24	2,24	14	350	2,2387	+0,06
			2,36	15	375	2,3714	−0,48
2,50	2,50	2,50	2,50	16	400	2,5119	−0,47
			2,65	17	425	2,6607	−0,40
		2,80	2,80	18	450	2,8184	−0,65
			3,00	19	475	2,9854	+0,49
	3,15	3,15	3,15	20	500	3,1623	−0,39
			3,35	21	525	3,3497	+0,01
		3,55	3,55	22	550	3,5481	+0,05
			3,75	23	575	3,7584	−0,22
4,00	4,00	4,00	4,00	24	600	3,9811	+0,47
			4,25	25	625	4,2170	+0,78
		4,50	4,50	26	650	4,4668	+0,74
			4,75	27	675	4,7315	+0,39
	5,00	5,00	5,00	28	700	5,0119	−0,24
			5,30	29	725	5,3088	−0,17
		5,60	5,60	30	750	5,6234	−0,42
			6,00	31	775	5,9566	+0,73
6,30	6,30	6,30	6,30	32	800	6,3096	−0,15
			6,70	33	825	6,6834	+0,25
		7,10	7,10	34	850	7,0795	+0,29
			7,50	35	875	7,4989	+0,01
	8,00	8,00	8,00	36	900	7,9433	+0,71
			8,50	37	925	8,4140	+1,02
		9,00	9,00	38	950	8,9125	+0,98
			9,50	39	975	9,4406	+0,63
10,00	10,00	10,00	10,00	40	000	10,0000	0

Die Schreibweise der Normzahlen ohne Endnullen ist international ebenfalls gebräuchlich.

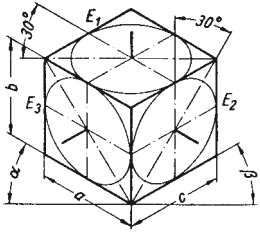
10.2 Blattgrößen nach DIN EN ISO 5457 (Juli 1999)

Blattgrößen



Blattgrößen nach DIN EN ISO 216 Reihe A	Beschnittene Zeichnung und beschnittene Lichtpause (Fertigblatt) mm	Zeichenfläche	Unbeschnittenes Blatt (Rohblatt für den Einzeldruck) mm	Verwendbare günstige Rollenbreite			Rohblatt aus 660×900
A0	841×1189	821×1159	880×1230		900		
A1	594× 841	574× 811	625× 880		900	660	660×900
A2	420× 594	400× 564	450× 625	(2×450)	900	660	450×660
A3	297× 420	277× 390	330× 450	(2×330) (2×450)	660	900	330×450
A4	210× 297	180× 277	240× 330	250	660		225×330

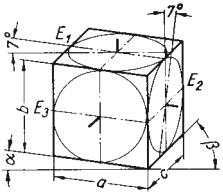
10.3 Isometrische und dimetrische Projektion nach DIN ISO 5456



Isometrische Projektion

Darstellung eines Würfels
und der Kreise in 3 Ansichten;

Seitenverhältnis a : b : c = 1 : 1 : 1
$\alpha = \beta = 30°$
Ellipse E_1: große Achse waagerecht
Ellipse E_2 und E_3: große Achsen rechtwinklig zu 30°
Achsenverhältnis der drei Ellipsen 1 : 1,7



Dimetrische Projektion

Darstellung eines Würfels und der Kreise
in 3 Ansichten;

Seitenverhältnis a : b : c = 1 : 1 : 0,5
$\alpha = 7°$ $\beta = 42°$
Ellipse E_1: große Achse waagerecht
Ellipse E_2: große Achse rechtwinklig zu 7°;
beide haben das Achsenverhältnis 1 : 3
Ellipse E_3 wird der Einfachheit halber zum Kreis

10.4 Linienarten und Liniengruppen nach DIN ISO 128-20 (Dez. 1997)

Linienarten (Auszug)

DIN ISO 128-20	Linienart	Anwendungen (Aufzählung) entsprechend ISO 128	zusätzliche Anwendung
01.2	Volllinie, breit	1. sichtbare Kanten 2. sichtbare Umrisse	3. Gewindespitzen 4. Grenze der nutzbaren Gewindelänge 5. Hauptdarstellungen in Diagrammen, Karten, Fließbildern 6. Systemlinien (Stahlbau)
01.1	Volllinie, schmal	1. Lichtkanten 2. Maßlinien 3. Maßhilfslinien 4. Hinweislinien 5. Schraffuren 6. Umrisse am Ort eingeklappter Schnitte 7. Kurze Mittellinien	8. Gewindegrund 9. Maßlinienbegrenzungen 10. Diagonalkreuz zur Kennzeichnung ebener Flächen 11. Biegelinien 12. Umrahmungen von Einzelheiten 13. Kennzeichnung sich wiederholender Einzelheiten, z. B. Fußkreise bei Verzahnungen 14. Umrahmungen von Prüfmaßen
01.1 01.1		1. Begrenzung von abgebrochenen oder unterbrochen dargestellten Ansichten und Schnitten, wenn die Begrenzung keine Mittellinie ist.[1)]	
02.2	Strichlinie, breit	1. verdeckte Kanten[2)] 2. verdeckte Umrisse[2)]	3. mögliche Kennzeichnung zulässiger Oberflächenbehandlung
02.1	Strichlinie, schmal	1. verdeckte Kanten 2. verdeckte Umrisse	
04.1	Strichpunkt-Linie, schmal	1. Mittellinien 2. Symmetrielinien 3. Trajektorien	4. Teilkreise bei Verzahnungen 5. Lochkreise 6. Teilungsebenen (Formteilung)
04.2	Strichpunkt-Linie, breit	1. Kennzeichnung der Schnittebene	

1) In einer Zeichnung soll vorzugsweise nur eine dieser Linienarten angewendet werden.
2) Für die Darstellung von verdeckten Kanten und Umrissen ist anstelle von Linienart 02.2 Linienart 02.1 anzuwenden.

Linienbreiten und Liniengruppen

Liniengruppe	zugehörende Linienbreiten (Nennmaße in mm) für Linienart		Maß- und Textangaben; graphische Symbole DIN EN ISO 81714-1
	01.2, 04.2, 02.2	01.1, 04.1, 02.1, 04.2	
0,25	0,25	0,13	0,18
0,35	0,35	0,18	0,25
0,5	0,5	0,25	0,35
0,7	0,7	0,35	0,5
1	1	0,5	0,7
1,4	1,4	0,7	1
2	2	1	1,4

Fettgedruckte Liniengruppen sind zu bevorzugen

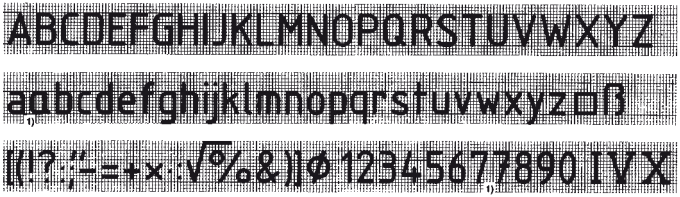
10.5 Maßstäbe nach DIN ISO 5 455 (Dezember 1979)

Im Schriftfeld sind der Hauptmaßstab der Zeichnung in großer und die übrigen Maßstäbe in kleiner Schrift anzugeben; diese werden außerdem an die zugehörigen Darstellungen geschrieben. Alle Gegenstände sind (außer in Normen) möglichst maßstäblich zu zeichnen.

Sind Teile vergrößert gezeichnet, so ist es zweckmäßig, eine Darstellung im Maßstab 1:1 hinzuzufügen, um die natürliche Größe zu zeigen; auf die Wiedergabe von Einzelheiten kann dabei verzichtet werden.

Vergrößerungsmaßstäbe	50 : 1 5 : 1	20 : 1 2 : 1	10 : 1
Natürlicher Maßstab			1 : 1
Verkleinerungsmaßstäbe	1 : 2 1 : 20 1 : 200 1 : 2000	1 : 5 1 : 50 1 : 500 1 : 5000	1 : 10 1 : 100 1 : 1000 1 : 10 000

10.6 ISO-Normschrift nach DIN EN ISO 3098 (April 1998)



1) In Deutschland sind die Zeichen a und 7 zu bevorzugen.

Schriftform A (d = h/14)

Beschriftungsmerkmal		Verhältnis	Maße in mm						
Schriftgröße Höhe der Großbuchstaben	h	(14/14) h	2,5	3,5	5	7	10	14	20
Höhe der Kleinbuchstaben (ohne Ober- oder Unterlängen)	c	(10/14) h	1,8	2,5	3,5	5	7	10	14
Mindestabstand zwischen:									
Schriftzeichen	a	(2/14) h	0,36	0,5	0,7	1	1,4	2	2,8
Grundlinien	b	(21/14) h	3,78	5,25	7,35	10,5	14,7	21	29,4
Wörtern	e	(6/14) h	1,08	1,5	2,1	3	4,2	6	8,4
Linienbreite	d	(1/14) h	0,18	0,25	0,35	0,5	0,7	1	1,4

10.7 Angabe der Oberflächenbeschaffenheit in Zeichnungen DIN ISO 1302 (Dez. 1993)

1. Anwendung

Oberflächen an Werkstücken, die roh (unbearbeitet) bleiben sollen, d. h. so, wie sie sich durch die Herstellungsverfahren beim Walzen, Schmieden, Gießen, autogenen Trennen usw. ergeben, erhalten kein Oberflächenzeichen.

Oberflächen, an deren Glätte und Gleichförmigkeit keine hohen Ansprüche gestellt werden, sind folgendermaßen zu kennzeichnen:

geputzt	Oberfläche frei von groben Unebenheiten, gegebenenfalls geglättet (z. B. durch Überschleifen, Überfeilen)
roh	spanende Nachbearbeitung nur zulässig, wenn das Maß nicht eingehalten wurde
	Oberfläche darf nicht materialabtrennend bearbeitet werden oder muss im Anlieferungszustand verbleiben
6,3	saubere, rohe Oberfläche mit höheren Anforderungen (R_a = 6,3 µm)

Solche Oberflächengüten können im Allgemeinen durch sorgfältige spanlose Herstellungsverfahren erreicht werden, z. B. im Gesenk glätten, sauber gießen, sauber schmieden oder sauber autogen trennen.

Ist eine höhere Oberflächengüte vorgesehen, als sie durch die gerade genannten Verfahren zu erzielen ist, wird eine spanende Bearbeitung nötig.

	Wenn eine materialabtrennende Bearbeitung erforderlich ist, so ist dem Grundsymbol ein Querstrich hinzuzufügen. Die einzelnen Angaben der Oberflächenbeschaffenheit sind dem Symbol zuzuordnen (siehe Punkt 2 bzw. 3).
gefräst	Wenn gefordert wird, dass der Endzustand der Oberfläche durch ein bestimmtes Fertigungsverfahren hergestellt wird, so muß dieses Verfahren in ungekürzter Wortangabe auf die Verlängerung des längeren Schenkels des Symbols geschrieben werden.

Verschiedene Bearbeitungsverfahren und dabei erzielbare Oberflächenrauhigkeiten (angegeben als Mittenrauhwert R_a in µm) sind in Abschnitt 10.9 dargestellt.

Bei der Angabe von Rauheitsmaßen in der Zeichnung ist zu beachten, dass nur die genormten Vorzugskenngrößen für Mittenrauwerte Verwendung finden.

Vorzugskenngrößen für R_a, R_y, R_z

R_a	0,025 – 0,05 – 0,1 – 0,2 – 0,4 – 0,8 – 1,6 – 3,2 – 6,3 – 12,5 – 25 – 50
R_z, R_y	0,2 – 0,4 – 0,8 – 1,6 – 3,2 – 6,3 – 12,5 – 25 – 50 – 100 – 200

2. Symbole für die Angabe der Oberflächenbeschaffenheit

Symbol ohne Zusatzangaben

Grundsymbol. Die Bedeutung muss durch zusätzliche Angaben erklärt sein.

Symbol mit Zusatzangaben

Beliebig hergestellt mit vorgeschriebener Rauheit.

3,2

Symbol ohne Zusatzangaben

Materialabtrennend bearbeitet ohne vorgeschriebene Rauheit.

Symbol mit Zusatzangaben

Materialabtrennend bearbeitet mit vorgeschriebener Rauheit.

3,2

Symbol ohne Zusatzangaben

Darf nicht bearbeitet werden (Oberfläche verbleibt im Anlieferzustand).

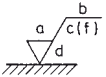
Symbol mit Zusatzangaben

Ohne materialabtrennende Bearbeitung (spanlos) hergestellt mit vorgeschriebener Rauheit.

3,2

3. Lage der Oberflächenangaben am Symbol

Mögliche Angaben:



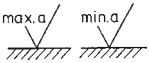
a = Rauheitswert R_a in µm
b = Fertigungsverfahren Oberflächenbehandlung, Überzug
c = Bezugsstrecke für P_t bzw. Grenzwellenlänge bei R_a und R_z
d = Rillenrichtung
f = andere Rauheitsmessgrößen, z.B. R_z, R_{max}, P_t

Grundsymbol

Kennzeichen für materialabtragende Bearbeitung

Materialabtrag nicht zulässig

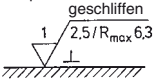
Angabe über ein bestimmtes Fertigungs-verfahren



Höchst- oder Mindest-Kleinwerte, die die Oberflächenrauheit nicht überschreiten darf

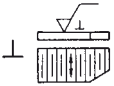
oberer (a_1) und unterer (a_2) Grenzwert für R_a

Beispiel:

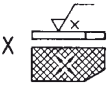


4. Symbole für die Rillenrichtung

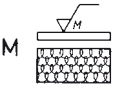
Parallel zur Projektionsebene der Ansicht, in der das Symbol angewendet wird



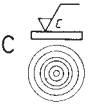
Senkrecht zur Projektionsebene der Ansicht, in der das Symbol angewendet wird



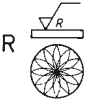
Gekreuzt in 2 schrägen Richtungen zur Projektionsebene in der Ansicht, in der das Symbol angewendet wird



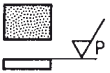
Viele Richtungen



Annähernd zentrisch zum Mittelpunkt der Oberfläche, zu der das Symbol gehört



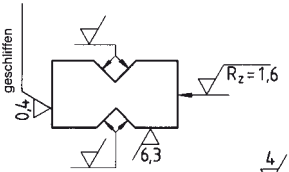
Annähernd radial zum Mittelpunkt der Oberfläche, zu der das Symbol gehört



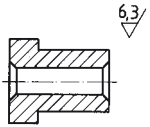
Nichtrillige Oberfläche ungerichtet oder muldig

DIN ISO 1302

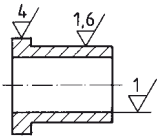
5. Anordnung der Symbole in der Zeichnung



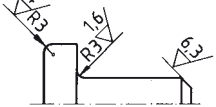
Zur Anordnung (allgemein)



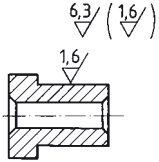
gleiche Oberflächenbeschaffenheit



Anordnung bei Drehteilen



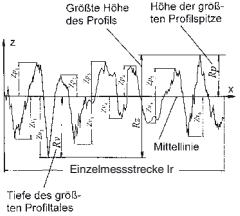
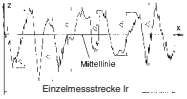
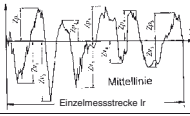
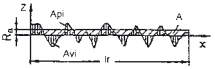
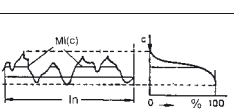
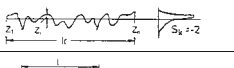
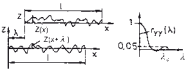
Anordnung bei Radien und Fasen



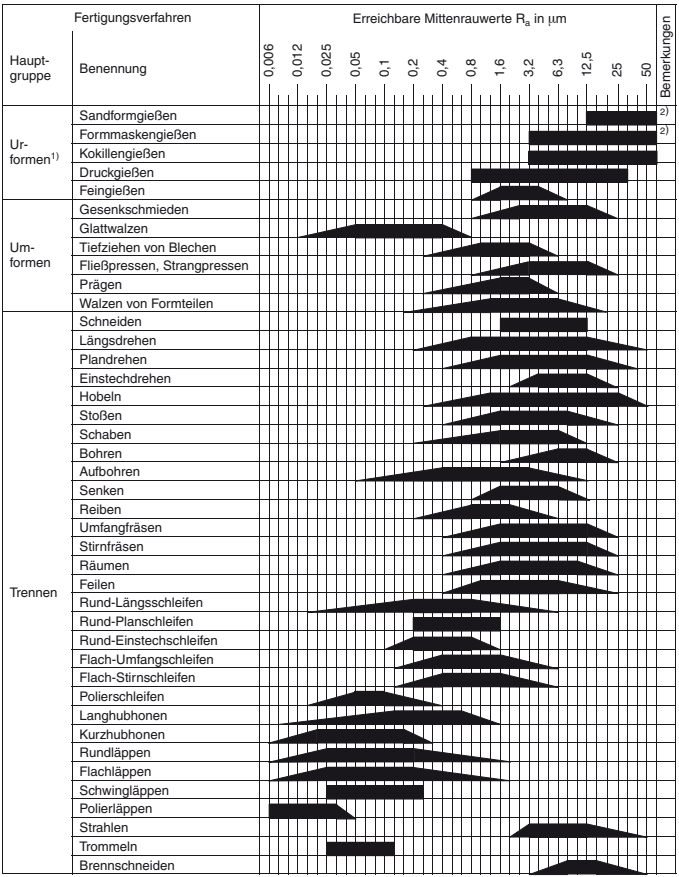
überwiegend gleiche Oberflächenbeschaffenheit

10.8 Oberflächen-Rauheitskenngrößen

Begriffe		Norm	Definition
Tastschnitt Einzelmessstrecke lr Messstrecke ln Oberflächenprofil Gesamtprofil Primärprofil		DIN EN ISO 3274 DIN EN ISO 4287	– Messen der Oberfläche nach dem Tastverfahren – Länge in Richtung der x-Achse (Mittellinie), die für Profils verwendet wird – Länge in Richtung der x-Achse, die für die Auswer- mehrere Einzelmessstrecken umfassen – Profil, das sich durch den Schnitt einer Werkstück- – Digitale Form des ertasteten Profils aus vertikalen – Gesamtprofil nach der Anwendung des Filters für Berechnung der Kenngrößen des Primärprofils
Kennwert		**Norm**	**Definition**
Rp	Höhe der größten Profilspitze	DIN EN ISO 4287	Höhe der größten Profilspitze Zp innerhalb der Einzelmessstrecke
Rv	Tiefe des größten Profiltales	DIN EN ISO 4287	Tiefe des größten Profiltales Zv innerhalb der Einzelmessstrecke
Rz	Größte Höhe des Profils	DIN EN ISO 4287	Summe aus der Höhe der größten Profilspitze Zp und der Tiefe des größten Profiltales Zv innerhalb einer Einzelmessstrecke
Rc	Mittlere Höhe der Profilelemente	DIN EN ISO 4287	Mittelwert dere Höhe der Profilelemente Zt innerhalb einer Einzelmessstrecke
Rt	Gesamthöhe des Profils	DIN EN ISO 4287	Summe aus der Höhe der größten Profilspitze Zp und der Tiefe des größten Profiltales Zv innerhalb der Messstrecke
$R_{z\ DIN}$	gemittelte Rautiefe	DIN 4768 (1990) zurückgezogen	Arithmetisches Mittel aus den Einzelrautiefen Z_i fünf aneinandergrenzender Einzelmessstrecken
$R_{z\ ISO}$	Zehnpunktehöhe	DIN 4762 (1989) zurückgezogen	Mittelwert der Absolutwerte der Höhen der fünf höchsten Profilkuppen und der Absolutwerte der Tiefen der fünf tiefsten Profiltäler innerhalb der Bezugsstrecke
Ra	Arithm. Mittelwert der Profilordinaten	DIN EN ISO 4287	Arithmetischer Mittelwert der Beträge der Ordinatenwerte Z(x) innerhalb einer Einzelmessstrecke
Rq	Quadrat. Mittelwert der Profilordiaten	DIN EN ISO 4287	Quadratischer Mittelwert der Ordinatenwerte Z(x) innerhalb der Einzelmessstrecke
Rmr (c)	Materialanteil des Profils	DIN EN ISO 4287	Quotient aus der Summe der Materiallängen der Profilelemente Ml(c) in der vorgegebenen Schnitthöhe c und der Messstrecke
Rmr	Materialanteilkurve des Profils	DIN EN ISO 4287	Kurve, die den Materialanteil des Profils als Funktion der Schnitthöhe darstellt
Rsk	Schiefe des Profils	DIN EN ISO 4287	Quotient aus der gemittelten dritten Potenz der Ordinatenwerte Z(x) und der dritten Potenz von Rq innerhalb einer Einzelmessstrecke
AKF	Autokorrelations-funktion		Der arithmetische Mittelwert der Produkte aus den Ordinatenwerten Z(x) und Z(x + λ) als Funktion der Abszissenverschiebung λ

		Geometrische Darstellung
die Erkennung der Gestaltabweichungen des auszuwertenden tung des Profils verwendet wird. Die Messstrecke kann eine oder oberfläche mit einer vorgegebenen Ebene ergibt und horizontalen Koordinaten relativ zum Referenzprofil kurze Wellenlängen. Das Primärprofil ist die Grundlage für die		
mathematische Definition	Aussage	
–	– durch Ausreißer bestimmt – keine Aussage über Profilform	
–		
–		
$R_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} Zt_i$	–	
$Rt \geq Rz$	– da Rt über die Messstrecke definiert ist, die größer als die Einzelmessstrecke ist, gilt $RT \geq Rz$	
$R_{zDIN} = \frac{1}{5} \cdot \sum_{i=1}^{5} Z_i$	– weniger von Ausreißern bestimmt als Rz und Rmax – erfasst nicht die Profilform	
$R_{zISO} = \frac{1}{5} \cdot \left[\sum_{i=1}^{5} Z_{pi} + \sum_{1=1}^{5} Z_{vi} \right]$		
$R_a = \frac{1}{l_r} \cdot \int_0^{lr} \lvert Z(x) \rvert dx$	– es lassen sich Oberflächen gleichen Charakters vergleichen – reagiert „gutmütig“ – keine Aussage über Profilform	
$R_q = \sqrt{\frac{1}{l_r} \cdot \int_0^{lr} \lvert Z^2(x) \rvert dx}$	– Kennwert mit größerer statistischer Sicherheit als R_a – keine Aussage über Profilform	–
$Rmr(c) = \frac{Ml(c)}{ln}$	– da integraler Wert, gute Beschreibung der Profilform möglich	
–		
$Rsk = \frac{1}{R_q^3} \cdot \left[\frac{1}{lr} \int_0^{lr} \lvert Z^3(x) \rvert dx \right]$	– gute Beschreib. der Profilform – negat. S_k-Wert kennzeichnet plateauartige Oberfläche	
$R_{ZZ}(\lambda) = \frac{1}{l} \cdot \int_0^{l} Z(x) \cdot Z(x+\lambda) dx$ normiert: $r_{ZZ}(\lambda) = R_{ZZ}(\lambda) / \sigma^2$	– Beschreibung des Profils in Richtung des Profilverlaufes – ermittelt periodische bzw. deterministische Profilanteile	

10.9 Erreichbare Mittenrauwerte R_a nach DIN 4766-2



1) Näheres siehe VDG-Merkblatt K 100, zu beziehen beim Verein Deutscher Gießereifachleute /VDG), Sohnstraße 70, 40237 Düsseldorf

2) Bei diesem Gießverfahren muss bei Gussstücken bis 250 kg Stückgewicht mit R_a-Werten bis 125 µm gerechnet werden.

11 Toleranzen

11.1 Allgemeintoleranzen

Längen- und Winkelmaße DIN ISO 2 768, Teil 1 (Juni 1991)

Tabelle 1 **Grenzabmaße für Längenmaße außer für gebrochene Kanten**
(Rundungshalbmesser und Fasenhöhen siehe Tabelle 2)

Werte in mm

Toleranzklasse		Grenzabmaße für Nennmaßbereiche							
Kurz-zeichen	Benennung	von 0,5[1] bis 3	über 3 bis 6	über 6 bis 30	über 30 bis 120	über 120 bis 400	über 400 bis 1000	über 1000 bis 2000	über 2000 bis 4000
f	fein	±0,05	±0,05	±0,1	±0,15	±0,2	±0,3	±0,5	–
m	mittel	±0,1	±0,1	±0,2	±0,3	±0,5	±0,8	±1,2	±2
c	grob	±0,2	±0,3	±0,5	±0,8	±1,2	±2	±3	±4
v	sehr grob	–	±0,5	±1	±1,5	±2,5	±4	±6	±8

1) Für Nennmaße unter 0,5 mm sind die Grenzabmaße direkt an dem entsprechenden Nennmaß anzugeben.

Tabelle 2 **Grenzabmaße für gebrochene Kanten**
(Rundungshalbmesser und Fasenhöhen)

Toleranz-klasse	Grenzabmaße für Nennmaßbereiche in mm		
	von 0,5[1] bis 3	über 3 bis 6	über 6
f (fein)	±0,2	±0,5	±1
m (mittel)			
c (grob)	±0,4	±1	±2
v (sehr grob)			

1) Für Nennmaße unter 0,5 mm sind die Grenzabmaße direkt an dem (den) entsprechenden Nennmaß(en) anzugeben.

Tabelle 3 **Grenzabmaße für Winkelmaße**

Toleranz-klasse	Grenzabmaße für Winkelmaße für Nennmaßbereiche des kürzeren Schenkels in mm				
	bis 10	über 10 bis 50	über 50 bis 120	über 120 bis 400	über 400
f (fein)	±1°	±30′	±20′	±10′	± 5′
m (mittel)					
c (grob)	±1°30′	±1°	±30′	±15′	±10′
v (sehr grob)	±3°	±2°	±1°	±30′	±20′

Form und Lage DIN ISO 2768, Teil 2 (April 1991)

Tabelle 1 **Allgemeintoleranzen für Geradheit und Ebenheit**

Tole-ranz-klasse	Allgemeintoleranzen für Geradheit und Ebenheit für Nennmaßbereiche in mm					
	bis 10	über 10 bis 30	über 30 bis 100	über 100 bis 300	über 300 bis 1000	über 1000 bis 3000
H	0,02	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4
K	0,05	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8
L	0,1	0,2	0,4	0,8	1,2	1,6

Tabelle 2 **Allgemeintoleranzen für Rechtwinkeligkeit**

Werte in mm

Tole-ranz-klasse	Rechtwinkeligkeitstoleranzen für Nennmaßbereiche für den kürzeren Winkelschenkel			
	bis 100	über 100 bis 300	über 300 bis 1000	über 1000 bis 3000
H	0,2	0,3	0,4	0,5
K	0,4	0,6	0,8	1
L	0,6	1	1,5	2

Tabelle 3 **Allgemeintoleranzen für Symmetrie**

Tole-ranz-klasse	Symmetrietoleranzen für Nennmaßbereiche in mm			
	bis 100	über 100 bis 300	über 300 bis 1000	über 1000 bis 3000
H	0,5			
K	0,6		0,8	1
L	0,6	1	1,5	2

Tabelle 4 **Allgemeintoleranzen für Lauf**

Werte in mm

Toleranzklasse	Lauftoleranzen
H	0,1
K	0,2
L	0,5

11.2 Angabe der Form- und Lagetoleranzen in Zeichnungen DIN ISO 1 101

Symbole für tolerierte Eigenschaften

Arten von Elementen und Toleranzen		Tolerierte Eigenschaft	Symbol	bisher
Einzelne Elemente	Formtoleranzen	Geradheit	—	zulässige Ungeradheit
		Ebenheit	▱	zulässige Unebenheit
		Rundheit (Kreisform)	○	zulässige Unrundheit
		Zylinderform	⌭	zulässige Abweichung vom Kreiszylinder
Einzelne oder bezogene Elemente		Profil einer beliebigen Linie	⌒	
		Profil einer beliebigen Fläche	⌓	
Bezogene Elemente	Richtungs-toleranzen	Parallelität	//	zulässige Unparallelität
		Rechtwinkligkeit (mm)	⊥	zulässige Ungleichwinkligkeit
		Neigung (Winkligkeit) (mm)	∠	zulässige Ungleichwinkligkeit
	Ortstoleranzen	Position	⌖	
		Konzentrizität und Koaxialität	◎	zulässige Mittigkeitsabweichung
		Dickengleichheit	⌶	zulässige Dickenschwankung
		Symmetrie	⌯	
	Lauftoleranzen	Lauf: Rundlauf, Planlauf	↗	zulässiger Rund-, Planlauf zulässiger Radialschlag
		Summen-lauf: Summenrundlauf, Summenplanlauf	⌰	

Zusätzliche Symbole

Beschreibung		Symbole
Kennzeichnung des tolerierten Elements	direkt	
	mit Buchstabe	A
Kennzeichnung des Bezuges	direkt	
	mit Buchstabe	A A
Bezugsstelle		Φ2 A1
Theoretisch genaues Maß		50
Projizierte (vorgelagerte) Toleranzzone		P
Maximum-Material-Bedingung		M

Toleranzrahmen

Die Toleranzanforderungen werden in einem rechteckigen Rahmen angegeben, der in zwei oder mehr Kästchen unterteilt ist. Von links nach rechts steht in diesen Kästchen:

– dar Symbol für die zu tolerierende Eigenschaft;

– der Toleranzwert in der Einheit der Bemaßung. Diesem Wert wird das Zeichen Ø vorangesetzt, wenn die Toleranzzone kreisförmig oder zylinderförmig ist, oder die Angabe „Kugel-Ø“ wenn die Toleranzzone kugelförmig ist;

– falls notwendig, der oder die Buchstaben, die das Bezugselement oder die Bezugselemente bezeichnen.

| — | 0,1 |

| // | 0,1 | A |

| ⌖ | Ø 0,1 | A | B | C |

Wortangaben zur Toleranz sollen über dem Toleranzrahmen eingetragen werden, Angaben zur Beschreibung weiterer Eigenschaften des Elementes innerhalb der Toleranzzone sollen in die Nähe des Toleranzrahmens geschrieben werden. Sie können mit einer Bezugslinie mit dem Toleranzrahmen verbunden werden.

6 Löcher

| ⌖ | Ø 0,1 |

6 x

| ⌖ | Ø 0,1 |

Profil

| ⌯ | 0,05 | B |

alle Ø

| ⌶ | 0,2 | A |

| — | 0,01 |

nicht hohl

zueinander

| ⌯ | 0,1 |

Falls es nötig ist, mehr als eine Toleranzeigenschaft für ein Element festzulegen, sollten die Toleranzangaben in Toleranzrahmen untereinander gesetzt werden.

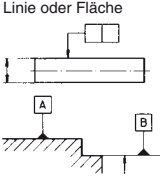
○	0,01
//	0,06	B

—	0,0015 ballig
	0,001 hohl

Tolerierte Elemente, Bezugselemente, Bezugsbuchstaben, Einschränkende Festlegungen

Bezug auf:

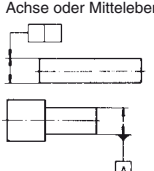
Linie oder Fläche



| | A - B |

Gemeinsames Bezugselement

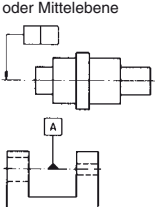
Achse oder Mittelebene



| | | A | B | C |

Bezugselemente mit fester Rangordnung (Primär/Sekundär/Tertiär)

Gemeinsame Achse oder Mittelebene



| | | A | B |

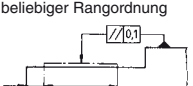
Bezugselemente beliebiger Rangordnung

| — | 0,01 / 100 | B |

Toleranz auf eingeschränkter Länge

| — | 0,1 / 0,05 / 200 | A |

Kleinere Toleranz auf eingeschränkter Länge



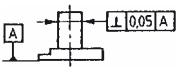
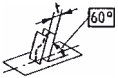
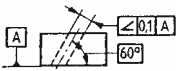
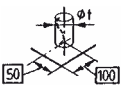
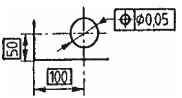
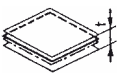
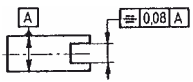
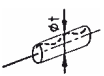
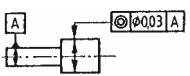
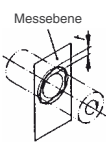
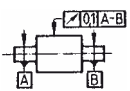
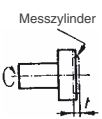
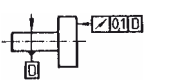
Toleranz auf eingeschränktem Teil des Elementes

Zeichnungseintragung und Erklärung

Symbol und tolerierte Eigenschaft		Toleranzzone	Anwendungs-Beispiele Zeichnungsangabe	Erklärung
	Geradheit		⏤ Ø0,03	Die Achse des zylindrischen Teiles des Bolzens muss innerhalb eines Zylinders vom Durchmesser t = 0,03 liegen.
	Ebenheit		▱ 0,05	Die tolerierte Fläche muss zwischen zwei parallelen Ebenen vom Abstand t = 0,05 liegen.
	Rundheit		○ 0,02	Die Umfangslinie jedes Querschnittes muss in einem Kreisring von der Breite t = 0,02 enthalten sein.
	Zylinderform		⌭ 0,05	Die tolerierte Fläche muss zwischen zwei koaxialen Zylindern liegen, die einen radialen Abstand von t = 0,05 haben
	Linienform		⌒ 0,08	Das tolerierte Profil muss zwischen zwei Hüll-Linien liegen, deren Abstand durch Kreise vom Durchmesser t = 0,08 begrenzt wird. Die Mittelpunkte dieser Kreise liegen auf der geometrisch idealen Linie.
	Flächenform	Kugel Ø t	⌓ 0,03 Ø30 Ø10	Die tolerierte Fläche muss zwischen zwei Hüll-Flächen liegen, deren Abstand durch Kugeln vom Durchmesser t = 0,03 begrenzt wird. Die Mittelpunkte dieser Kugeln liegen auf der geometrisch idealen Fläche.
//	Parallelität		// Ø0,1 A A	Die tolerierte Achse muss innerhalb eines zur Bezugsachse parallel liegenden Zylinders vom Durchmesser t = 0,1 liegen.
			// 0,01	Die tolerierte Fläche muss zwischen zwei zur Bezugsfläche parallelen Ebenen vom Abstand t = 0,01 liegen.

Die Tabelle ist eine Kurzfassung der in **DIN ISO 1101** festgelegten detaillierten Definition der Form- und Lagetoleranzen und ihrer Symbolik. Diese Tabelle enthält nur für jede tolerierte Eigenschaft jeweils ein Beispiel (Ausnahme Parallelität), aus denen sich jedoch alle anderen Kombinationsmöglichkeiten ableiten lassen. Quelle: Klein, Einführung in die DIN-Normen, 11. Auflage

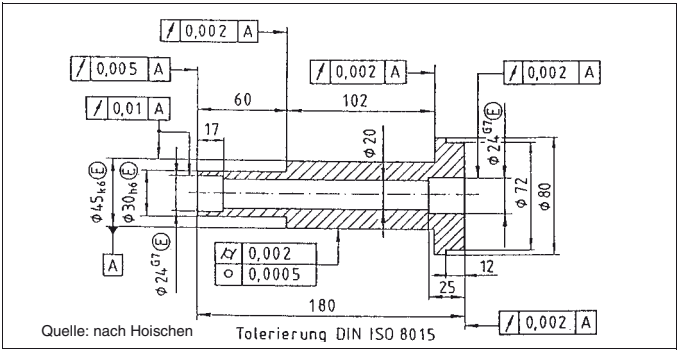
Zeichnungseintragung und Erklärung (Fortsetzung)

Symbol und tolerierte Eigenschaft		Toleranzzone	Anwendungs-Beispiele Zeichnungsangabe	Erklärung
⊥	Rechtwinkligkeit			Die tolerierte Achse muss zwischen zwei Parallelen zur Bezugsfläche und zur Pfeilrichtung senkrechten Ebenen vom Abstand t = 0,05 mm liegen.
∠	Neigung (Winkligkeit)			Die Achse der Bohrung muss zwischen zwei zur Bezugsfläche im Winkel von 60° geneigten und zueinander parallelen Ebenen vom Abstand t = 0,1 mm liegen.
⊕	Position			Die Achse der Bohrung muss innerhalb eines Zylinders vom Durchmesser t = 0,05 mm liegen, dessen Achse sich am geometrisch idealen Ort (mit eingerahmten Maßen) befindet.
⌯	Symmetrie			Die Mittelebene der Nut muss zwischen zwei parallelen Ebenen liegen, die einen Abstand von t = 0,08 mm haben und symmetrisch zur Mittelebene des Bezugselementes liegen.
◎	Koaxialität, Konzentrizität			Die Achse des tolerierten Teiles der Welle muss innerhalb eines Zylinders vom Durchmesser t = 0,03 mm liegen, dessen Achse mit der Achse des Bezugselementes fluchtet.
↗	Rundlauf			Bei einer Umdrehung um die Bezugsachse A – B darf die Rundlaufabweichung in jeder Messebene 0,1 mm nicht überschreiten.
	Planlauf			Bei einer Umdrehung um die Bezugsachse D darf die Planlaufabweichung an jeder beliebigen Messposition nicht größer als 0,1 mm sein.

Zeichnungseintragung und Erklärung (Fortsetzung)

Symbol und tolerierte Eigenschaft		Toleranzzone	Anwendungs-Beispiele Zeichnungsangabe	Erklärung
	Gesamt-Rund-lauf		0,1 A-B; A; B	Bei mehrmaliger Drehung um die Bezugsachse A – B und bei axialer Verschiebung zwischen Werkstück und Messgerät müssen alle Punkte der Oberfläche des tolerierten Elementes innerhalb der Gesamtrundlauftoleranz von t = 0,1 mm liegen. Bei der Verschiebung muss entweder das Messgerät oder das Werkstück entlang einer Linie geführt werden, die die theoretisch genaue Form hat und in richtiger Lage zur Bezugsachse ist.
	Gesamt-Plan-lauf		0,1 D; D	Bei mehrmaliger Drehung um die Bezugsachse D und bei radialer Verschiebung zwischen Werkstück und Messgerät müssen alle Punkte der Oberfläche des tolerierten Elementes innerhalb der Gesamt-Planlauftoleranz von t = 0,1 mm liegen. Bei der Verschiebung muss entweder das Messgerät oder das Werkstück entlang einer Linie geführt werden, die die theoretisch genaue Form hat und in richtiger Lage zur Bezugsachse ist.

Beispiel: Angabe von Form- und Lagetoleranzen in Fertigungszeichnungen



Quelle: nach Hoischen

12 ISO-Toleranzen und ISO-Passungen

Die Grundlage des Austauschbaues und die Voraussetzung für eine wirtschaftliche Reihen- und Massenfertigung in der gesamten Technik ist das **genaue Fertigen** und das **genaue Messen** von Maschinenteilen. Nur wenn sich die Maße von untereinander austauschbaren Maschinenteilen in gewissen Grenzen bewegen und diese Teile beliebig, ohne besondere Ein- oder Anpassarbeit, zusammengebaut oder ersetzt werden können, ist eine rationelle Fertigung und problemlose Reparatur von technischen Geräten möglich.

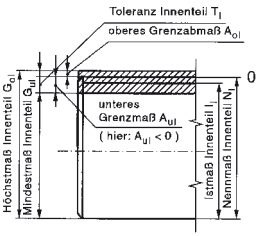
Des Weiteren ist es zur Erzielung einer bestimmten Verbindungscharakteristik – eines bestimmten Passtoleranzfeldes – zweier Maschinenteile (Presssitz, Übergangssitz oder Spielsitz) erforderlich, dass die Abmessungen und Abmaße der Bauteile an der Verbindungsstelle mit einer ganz bestimmten Toleranz eingehalten werden und durch entsprechende Messmittel überprüft werden können.

12.1 Das ISO-Toleranzsystem

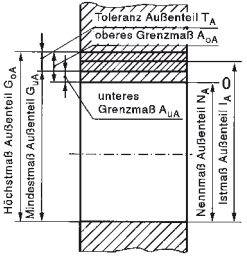
Um weitgehend allen Bedürfnissen der Technik gerecht zu werden, wurde das ISO-Toleranzsystem für Nennmaße bis 3 150 mm aufgebaut und soweit wie technisch sinnvoll gestuft. Es umfasst

- ein ISO-Grundtoleranzsystem, das die Maßtoleranzen, die durch ISO-Toleranzgrade angegeben werden, festlegt (Tabelle 3, Seite 180);
- ein ISO-Grundabmaßsystem, das die durch Buchstaben angegebene Lage der Toleranzen festlegt (Tabelle 1 und 2, Seite 180 und 181);
- ein System von ISO-Toleranzfeldern, die durch die ISO-Kurzbezeichnung, bestehend aus einem kleinen Buchstaben (für Außenmaße) oder einem großen Buchstaben (für Innenmaße) und dem Toleranzgrad, gekennzeichnet werden (Abschnitt 12.2).

Begriffe für Maße, Abmaße und Toleranzen



Innenteil (Außenpassfläche)



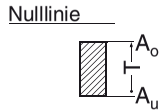
Außenteil (Innenpassfläche)

Das **Nennmaß N** dient zur Größenangabe eines Teiles in der Zeichnung. Es ist das Maß, auf das sich eventuell angegebene Abmaße beziehen.
Das **Istmaß I** ist das durch Messen eines Werkstückes zahlenmäßig ermittelte Maß.
Die **Grenzmaße G** sind die beiden noch zulässigen Maße Höchstmaß und Mindestmaß, zwischen denen (die Grenzmaße selbst eingeschlossen) das Istmaß des Werkstückes liegen darf.
Das **Höchstmaß G_o** ist das größere der beiden Grenzmaße.
Das **Mindestmaß G_u** ist das kleinere der beiden Grenzmaße.
Das **Obere Grenzabmaß A_o** ist gleich Höchstmaß minus Nennmaß.
Das **Untere Grenzabmaß A_u** ist gleich Mindestmaß minus Nennmaß.
Die **Maßtoleranz T** ist gleich Höchstmaß minus Mindestmaß.

Aus Tabelle 1 und 2 (Seite 180 und 181) sind die Grundabmaße, d. h. die der Nulllinie nächstliegenden Grenzabmaße (Kleinstabstände) unter Berücksichtigung der Vorzeichen zu entnehmen. Das andere Grenzabmaß ergibt sich durch Addition bzw. Subtraktion der Grundtoleranz (T) nach Tabelle 3 (Seite 180).

Grenzabmaße für Außenmaße (Wellen)

Toleranzlage a bis h
unterhalb der Nulllinie



Unteres Grenzabmaß =
Grundabmaß (A_o) – Grundtoleranz (T)
z. B. für Passmaß **25 d 15**:

Grundabmaß (A_o) aus Tab. 1	= – 65 µm
Grundtoleranz Toleranzgrad 15 aus Tab. 3	= 840 µm
unteres Grenzabmaß = – 65 µm – 840 µm	= – 905 µm

also 25 d 15 = $25^{-0{,}065}_{-0{,}905}$

Toleranzlage js
symmetrisch zu beiden Seiten der Nulllinie

z. B. für Passmaß **25 js8**:

Grundtoleranz Toleranzgrad 8 aus Tab. 3	= 33 µm
oberes Grenzabmaß	= + 16,5 µm
unteres Grenzabmaß	= – 16,5 µm

also 25 js8 = 25 ± $0{,}016_5$

Grenzabmaße für Innenmaße (Bohrungen)

Toleranzlage A bis H
oberhalb der Nulllinie

Oberes Grenzabmaß =
Grundabmaß (A_u) + Grundtoleranz (T)
z. B. für Passmaß **420 C 10**:

Grundabmaß (A_u) aus Tab. 2	= + 440 µm
Grundtoleranz Toleranzgrad 10 aus Tab. 3	= 250 µm
oberes Grenzabmaß = + 440 µm + 250 µm	= + 690 µm

also 420 C10 = $420^{+0{,}690}_{+0{,}440}$

Toleranzlage JS
symmetrisch zu beiden Seiten der Nulllinie

z. B. für Passmaß **200 JS9:**

Grundtoleranz Toleranzgrad 9 aus Tab. 3	= 115 µm
oberes Grenzabmaß	= + 57,5 µm
unteres Grenzabmaß	= – 57,5 µm

also 200 JS9 = 200 ± 0,0575

Ab Toleranzlage j können sich die Grundabmaße auch mit dem Toleranzgrad ändern. Es ist deshalb bei der Bestimmung des Grundabmaßes neben der Toleranzfeldlage auch der Toleranzgrad zu beachten (siehe Tab. 1).

Toleranzlage j
annähernd symmetrisch zu beiden Seiten der Nulllinie

Oberes Grenzabmaß =
Grundabmaß (A_u) + Grundtoleranz (T)
z. B. für Passmaß **25 j6**:

Grundabmaß (A_u) aus Tab. 1	= – 4 µm
Grundtoleranz Toleranzgrad 6 aus Tab. 3	= 13 µm
oberes Grenzabmaß = – 4 µm + 13 µm	= + 9 µm

also $25\,j6 = 25^{+0{,}009}_{-0{,}004}$

Bei Toleranzlage j ist in der Grundabmaßtabelle generell das untere Grenzabmaß (A_u) angegeben.

Toleranzlage k bis zc
oberhalb der Nulllinie

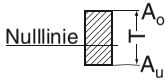
Oberes Grenzabmaß =
Grundabmaß (A_u) + Grundtoleranz (T)
z. B. für Passmaß **25 p6**:

Grundabmaß (A_u) aus Tab. 1	= + 22 µm
Grundtoleranz Toleranzgrad 6 aus Tab. 3	= 13 µm
oberes Grenzabmaß = 22 µm + 13 µm	= + 35 µm

also $25\,p6 = 25^{+0{,}035}_{+0{,}022}$

Ab Toleranzlage J ändern sich die Grundabmaße auch mit dem Toleranzgrad. Es ist deshalb bei der Bestimmung des Grundabmaßes neben der Toleranzfeldlage auch der Toleranzgrad zu beachten (siehe Tab. 2).

Toleranzlage J
annähernd symmetrisch zu beiden Seiten der Nulllinie



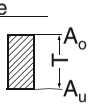
Unteres Grenzabmaß =
Grundabmaß (A_o) – Grundtoleranz (T)
z. B. für Passmaß **125 J7**:

Grundabmaß (A_o) aus Tab. 2	= + 26 µm
Grundtoleranz Toleranzgrad 7 aus Tab. 3	= 40 µm
unteres Grenzabmaß = + 26 µm – 40 µm	= – 14 µm

also $125\,J7 = 125^{+0{,}026}_{-0{,}014}$

Bei Toleranzlage J ist in der Grundabmaßtabelle generell das obere Grenzabmaß (A_o) angegeben.

Toleranzlage K bis ZC
vorwiegend unterhalb der Nulllinie



Unteres Grenzabmaß =
Grundabmaß (A_o) – Grundtoleranz (T)
z. B. für Passmaß **125 T10**:

Grundabmaß (A_o) aus Tab. 2	= – 122 µm
Grundtoleranz Toleranzgrad 10 aus Tab. 3	= 160 µm
unteres Grenzabmaß = – 122 µm – 160 µm	= – 282 µm

also $125\,T10 = 125^{-122}_{-282}$

Tabelle 1 ISO-Grundabmaße (Kleinstabstände) für Außenmaße (Wellen)

Toleranzlage	Toleranzgrad		Nennmaßbereich in mm																									
	über bis		1 3	3 6	6 10	10 14	14 18	18 24	24 30	30 40	40 50	50 65	65 80	80 100	100 120	120 140	140 160	160 180	180 200	200 225	225 250	250 280	280 315	315 355	355 400	400 450	450 500
		Vorzeichen	ISO-Grundabmaße A_g (Kleinstabstände) in mm (nach DIN ISO 286 T1)																									
a	alle Toleranzgrade	–	270	270	280	290		300		310	320	340	360	380	410	460	520	580	660	740	820	920	1050	1200	1350	1500	1650
b		–	140	140	150	150		160		170	180	190	200	220	240	260	280	310	340	380	420	480	540	600	680	760	840
c		–	60	70	80	95		110		120	130	140	150	170	180	200	210	230	240	260	280	300	330	360	400	440	460
d		–	20	30	40	50		65		80		100		120		145			170			190		210		230	
e		–	14	20	25	32		40		50		60		72		85			100			110		125		135	
f		–	6	10	13	16		20		25		30		36		43			50			56		62		68	
g		–	2	4	5	6		7		9		10		12		14			15			17		18		20	
h		–	0	0	0	0		0		0		0		0		0			0			0		0		0	
j[1)]	5 u 6	–	2	2	2	3		4		5		7		9		11			13			16		18		20	
j[1)]	7	–	4	4	5	6		8		10		12		15		18			21			26		28		32	
js alle Grade		Die Grenzabmaße betragen ±1/2 IT in dem jeweiligen Toleranzgrad																										
k	4 bis7	+	0	1	1	1		2		2		2		3		3			4			4		4		5	
k	ab 8		0	0	0	0		0		0		0		0		0			0			0		0		0	
m	alle Toleranzgrade	+	2	4	6	7		8		9		11		13		15			17			20		21		23	
n		+	4	8	10	12		15		17		20		23		27			31			34		37		40	
p		+	6	12	15	18		22		26		32		37		43			50			56		62		68	
r		+	10	15	19	23		28		34		41	43	51	54	63	65	68	77	80	84	94	98	108	114	126	132
s		+	14	19	23	28		35		43		53	59	71	79	92	100	108	122	130	140	158	170	190	208	232	252
t		+	–	–	–	–	–	–	41	48	54	66	75	91	104	122	134	146	166	180	196	218	240	268	294	330	360
u		+	18	23	28	33		41	48	60	70	87	102	124	144	170	190	210	236	258	284	315	350	390	435	490	540
v		+	–	–	–	–	39	47	55	68	81	102	120	146	172	202	228	252	284	310	340	385	425	475	530	595	660
x		+	20	28	34	40	45	54	64	80	97	122	146	178	210	248	280	310	350	385	425	475	525	590	660	740	820
y		+	–	–	–	–	–	63	75	94	114	144	174	214	254	300	340	380	425	470	520	580	650	730	820	920	1000
z		+	26	35	42	50	60	73	88	112	136	172	210	258	310	365	415	465	520	575	640	710	790	900	1000	1100	1250
za		+	40	50	67	80	97	118	148	180	226	274	335	400	470	535	600	670	740	820	920	1000	1150	1300	1450	1600	
zb		+	40	50	67	90	108	136	160	200	242	300	360	445	525	620	700	780	880	960	1050	1200	1300	1500	1650	1850	2100
zc		+	60	80	97	130	150	188	218	274	325	405	480	585	690	800	900	1000	1150	1250	1350	1550	1700	1900	2100	2400	2600

1) Bei Toleranzlage j ist in der Tabelle generell das untere Grenzabmaß angegeben.

Tabelle 3 ISO-Grundtoleranzen (T)

Toleranzgrad		Nennmaßbereich in mm												
über bis		1 3	3 6	6 10	10 18	18 30	30 50	50 80	80 120	120 180	180 250	250 315	315 400	400 500
IT	K[1)]	ISO-Grundtoleranzen Tg in µm (nach DIN ISO 286 T1)												
1		0.8	1	1	1.2	1.5	1.5	2	2.5	3.5	4.5	6	7	8
2		1.2	1.5	1.5	2	2.5	2.5	3	4	5	7	8	9	10
3		2	2.5	2.5	3	4	4	5	6	8	10	12	13	15
4		3	4	4	5	6	7	8	10	12	14	16	18	20
5	7	4	5	6	8	9	11	13	15	18	20	23	25	27
6	10	6	8	9	11	13	16	19	22	25	29	32	36	40
7	16	10	12	15	18	21	25	30	35	40	46	52	57	63
8	25	14	18	22	27	33	39	46	54	63	72	81	89	97
9	40	25	30	36	43	52	62	74	87	100	115	130	140	155
10	64	40	48	58	70	84	100	120	140	160	185	210	230	250
11	100	60	75	90	110	130	160	190	220	250	290	320	360	400
12	160	100	120	150	180	210	250	300	350	400	460	520	570	630
13	250	140	180	220	270	330	390	460	540	630	720	810	890	970
14	400	250	300	360	430	520	620	740	870	1000	1150	1300	1400	1550
15	640	400	480	580	700	840	1000	1200	1400	1600	1850	2100	2300	2500
16	1000	600	750	900	1100	1300	1600	1900	2200	2500	2900	3200	3600	4000

1) Klassenfaktor K

Tabelle 2 ISO-Grundabmaße (Kleinstabstände) für Innenmaße (Bohrungen)

Toleranzlage	Toleranzgrade	Vorzeichen	Nennmaßbereich in mm																									
			über bis	1 3	3 6	6 10	10 14	14 18	18 24	24 30	30 40	40 50	50 65	65 80	80 100	100 120	120 140	140 160	160 180	180 200	200 225	225 250	250 280	280 315	315 355	355 400	400 450	450 500
			ISO-Grundabmaße A_g (Kleinstabstände) in mm (nach DIN ISO 286 T1)																									
A		+	270	270	280		290		300		310	320	340	360	380	410	460	520	580	660	740	820	920	1050	1200	1350	1500	1650
B		+	140	140	150		150		160		170	180	190	200	220	240	260	280	310	340	380	420	480	540	600	680	760	840
C		+	60	70	80		95		110		120	130	140	150	170	180	200	210	230	240	260	280	300	330	360	400	440	460
D		+	20	30	40		50		65		80		100		120		145			170			190			210		230
E		+	14	20	25		32		40		50		60		72		85			100			110			125		135
F		+	6	10	13		16		20		25		30		36		43			50			56			62		68
G	alle Toleranzgrade	+	2	4	5		6		7		9		10		12		14			15			17			18		20
H			0	0	0		0		0		0		0		0		0			0			0			0		0
J[1)]	6	+	2	5	5		6		8		10		13		16		18			22			25			29		33
J[1)]	7	+	4	6	8		10		12		14		18		22		28			30			36			39		43
J[1)]	8	+	6	10	12		15		20		24		28		34		41			47			55			60		66
JS alle Grade. Die Grenzabmaße betragen ± 1/2 IT in dem jeweiligen Toleranzgrad																												
K	5	+	0	1	1		1		2		3		2		3		3			2			3			3		2
K	6	+	0	2	2		2		2		3		4		4		4			5			5			7		8
K	7	+	0	3	5		6		6		7		9		10		12			13			16			17		18
K	8	+	0	5	6		8		10		12		14		16		20			22			25			28		29
M	6	–	2	1	3		4		4		4		5		6		8			8			9			10		10
M	7	–	2	0	0		0		0		0		0		0		0			0			0			0		0
M	8		–2	+2	+1		+2		+4		+5		+5		+6		+8			+9			+9			+11		+11
M	ab9	–	2	4	6		7		8		9		11		13		15			17			20			21		23
N	6	–	4	5	7		9		11		12		14		16		20			22			25			26		27
N	7	–	4	4	4		5		7		8		9		10		12			14			14			16		17
N	8	–	4	2	3		3		3		3		4		4		4			5			5			5		6
N	ab 9	–	4	0	0		0		0		0		0		0		0			0			0			0		0
P	6	–	6	9	12		15		18		21		26		30		36			41			47			51		55
R		–	10	12	16		20		24		29		35	37	44	47	56	58	61	68	71	75	85	89	97	103	113	119
S		–	14	16	20		25		31		38		47	53	64	72	85	93	101	113	121	131	149	161	179	197	219	239
T		–	–	–	–		–		–	37	43	49	50	59	84	97	115	127	139	157	171	187	209	231	257	283	317	347
U		–	18	20	25		30	37	44	55	65	81	96	117	137	163	183	203	227	249	275	306	341	379	424	477	527
V		–	–	–	–		–	36	43	51	63	76	96	114	139	165	195	221	245	275	301	331	376	416	464	519	582	647
X		–	20	25	31	37	42	50	60	75	92	116	140	171	203	241	273	303	303	376	416	466	516	579	649	727	807
Y		–	–	–	–		–	59	71	89	109	138	168	207	247	293	333	373	416	461	511	571	641	719	809	907	967
Z		–	26	32	39	47	57	69	84	107	131	166	204	251	303	358	406	458	511	566	631	701	781	889	989	*087	1237
ZA		–	32	39	49	61	74	94	114	143	175	220	268	328	393	463	528	593	661	731	811	901	991	1139	1289	1437	1587
ZB		–	40	47	64	87	105	132	156	195	237	294	354	38	518	613	693	773	871	951	1041	1191	1291	1489	1639	1837	2087
ZC	6	–	60	77	94	127	147	184	214	269	320	399	474	578	683	793	893	993	1141	1241	1341	1541	1691	1889	2089	2387	2587
P	7	–	6	8	9		11		14		17		21		24		28			33			36			41		45
R		–	10	11	13		16		20		25		30	32	38	41	48	50	53	60	63	67	74	78	87	93	103	109
S		–	14	15	17		21		27		34		42	48	58	66	77	85	93	105	113	123	138	150	169	87	209	229
T		–	–	–	–		–	–	–	33	39	45	55	64	78	91	107	119	131	149	163	179	198	220	247	273	307	337
U		–	18	19	22		26		33	40	51	61	76	91	111	131	155	175	195	219	241	267	295	330	369	414	457	517
V		–	–	–	–		–	32	39	47	59	72	91	109	133	159	187	213	237	267	293	323	365	405	454	509	572	637
X		–	20	24	28	33	38	46	56	71	88	111	135	165	197	233	265	295	333	368	408	455	505	569	639	717	797
Y		–	–	–	–		–	55	67	85	105	133	163	201	241	285	325	365	406	453	503	560	630	700	799	897	977
Z		–	26	31	36	43	53	65	80	103	127	161	199	245	297	350	400	450	503	558	623	690	770	879	979	1077	1227
ZA		–	32	38	46	57	70	90	110	139	171	215	263	322	387	455	520	585	653	723	803	900	980	1129	1279	1427	1577
ZB		–	40	46	61	83	101	128	152	191	233	289	349	432	512	605	685	765	863	943	1033	1180	1280	1479	1629	1827	2077
ZC	7	–	s160	76	91	123	143	180	210	265	316	394	469	572	677	785	885	985	1133	1233	1333	1530	1680	1879	2079	2377	2577
P	ab 8	–	6	12	15		18		22		26		32		37		43			50			56			62		68
R		–	10	15	19		23		28		34		41	43	51	54	63	65	68	77	80	84	94	98	106	114	126	132
S		–	14	19	23		28		35		43		53	59	71	79	92	100	106	122	130	140	158	170	190	206	232	252
T		–	–	–	–		–	–	41	48	54	66	75	91	104	122	134	146	166	180	196	218	240	268	294	330	360	
U		–	18	23	28	33		41	48	60	70	87	102	124	144	170	190	210	238	258	284	315	350	390	435	490	540	
V		–	–	–	–		39	47	55	68	81	102	120	146	172	202	228	252	284	310	340	385	425	475	530	595	660	
X		–	20	28	34	40	45	54	64	80	97	122	146	178	210	248	280	310	350	385	425	475	525	590	660	740	820	
Y		–	–	–	–		–	–	63	76	94	114	144	174	214	254	300	340	380	425	470	520	580	650	730	820	920	1000
Z		–	26	35	42	50	60	73	88	112	136	172	210	258	310	365	415	465	520	575	640	710	790	900	1000	1100	1250	
ZA		–	32	42	52	64	77	98	118	148	180	226	274	335	400	470	535	600	670	740	820	920	1000	1150	1300	1450	1600	
ZB		–	40	50	67	90	108	136	160	200	242	300	360	445	525	620	700	780	880	960	1050	1200	1300	1500	1604	1850	2100	
ZC	ab 8	–	60	80	97	130	150	188	218	274	325	405	480	585	690	800	900	1000	1150	1250	1350	1550	1700	1900	2100	2400	2600	

1) Bei Toleranzlage J ist in der Tabelle generell das obere Grenzabmaß angegeben.

ISO-Toleranzen für Wellen

Grenzabmaße in µm (1 µm = 0,001 mm)

Kurzzeichen	Grenzabmaß	Nennmaßbereich in mm																									
		1 bis 3	über 3 bis 6	über 6 bis 10	über 10 bis 18	über 18 bis 30	über 30 bis 40	über 40 bis 50	über 50 bis 65	über 65 bis 80	über 80 bis 100	über 100 bis 120	über 120 bis 140	über 140 bis 160	über 160 bis 180	über 180 bis 200	über 200 bis 225	über 225 bis 250	über 250 bis 280	über 280 bis 315	über 315 bis 355	über 355 bis 400	über 400 bis 450	über 450 bis 500
a 12	oberes	−270	−270	−280	290	−300	−310	−430	−340	−360	−380	−410	− 460	− 520	− 580	− 660	− 740	− 820	− 920	−1050	−1200	−1350	−1500	−1650
	unteres	−370	−390	−430	−470	−510	−560	−570	−640	−660	−730	−760	− 860	− 920	− 980	− 1120	−1200	−1280	−1440	1570	−1770	1920	−2130	−2280
a 13	oberes	−270	−270	−280	−290	−300	−310	−320	−340	−360	−380	−410	− 460	− 520	− 580	− 660	− 740	− 820	− 920	−1050	−1200	−1350	−1500	−1650
	unteres	−410	−450	−500	−560	−630	−700	−710	−800	−820	−920	−950	−1090	−1150	−1210	−1380	−1460	−1540	−1730	−1860	−2090	−2240	−2470	−2620
c 12	oberes	–	− 70	− 80	− 95	−110	−120	−130	−140	−150	−170	−180	− 200	− 210	− 230	− 240	− 260	− 280	− 300	− 330	− 360	− 400	− 440	− 480
	unteres		− 190	−230	−275	−320	−370	−380	−440	−450	−520	−530	− 600	− 610	− 630	− 700	− 720	− 740	− 820	− 850	− 930	− 970	−1070	−1110
d 6	oberes	− 20	− 30	− 40	− 50	− 65	− 80		−100		−120			−145			−170			−190		−210		−230	
	unteres	− 26	− 38	− 49	− 61	− 78	− 96		−119		−142			−170			−199			−222		−246		−270	
e 6	oberes	− 14	− 20	− 25	− 32	− 40	− 50		− 50		− 72			− 85			−100			−110		−125		−135	
	unteres	− 20	− 28	− 34	− 43	− 53	− 66		− 79		− 94			−110			−129			−142		−161		−175	
e 7	oberes	− 14	− 20	− 25	− 32	− 40	− 50		− 60		− 72			− 85			−100			−110		−125		−135	
	unteres	− 24	− 32	− 40	− 50	− 61	− 75		− 90		−107			−125			−146			−162		−182		−198	
e 12	oberes	–	− 20	− 25	− 32	− 40	− 50		− 60		− 72			− 85			−100			−110		−125		−135	
	unteres		−140	−175	−212	**−250**	−300		−360		−422			−485			−560			−630		−695		−765	
f 5	oberes	− 6	− 10	− 13	− 16	− 20	− 25		− 30		− 36			− 43			− 50			− 56		− 62		− 68	
	unteres	− 10	− 15	− 19	− 24	− 29	− 36		− 43		− 51			− 61			− 70			− 59		− 87		− 95	
f 6	oberes	− 6	− 10	− 13	− 16	− 20	− 25		− 30		− 36			− 43			− 50			− 56		− 62		− 68	
	unteres	− 12	− 18	− 22	− 27	− 33	− 41		− 49		− 58			− 68			− 79			− 88		− 98		−108	
f 7	oberes	− 8	− 10	− 13	− 16	− 20	− 25		− 30		− 36			− 43			− 50			− 56		− 62		− 68	
	unteres	− 16	− 22	− 28	− 34	− 41	− 50		− 60		− 71			− 83			− 96			−108		−119		−131	
g 5	oberes	− 2	− 4	− 5	− 6	− 7	− 9		− 10		− 12			− 14			− 15			− 17		− 18		− 20	
	unteres	− 6	− 9	− 11	− 14	− 16	− 20		− 23		− 27			− 32			**− 35**			− 40		− 43		− 47	
g 6	oberes	− 2	− 4	− 5	− 6	− 7	− 9		− 10		− 12			− 14			− 15			− 17		− 18		− 20	
	unteres	− 8	− 12	− 12	− 17	− 20	− 25		− 29		− 34			− 39			− 44			− 49		− 54		− 60	
g 7	oberes	− 2	− 4	− 5	− 6	− 7	− 9		− 10		− 12			− 14			− 15			− 17		− 18		− 20	
	unteres	− 12	− 16	− 20	− 24	− 28	− 34		− 40		− 47			− 54			− 61			− 69		− 75		− 83	
h 5	oberes	0	0	0	0	0	0		0		0			0			0			0		0		0	
	unteres	− 4	− 5	− 6	− 8	− 9	− 11		− 13		− 15			− 18			− 20			− 23		− 25		− 27	
h 6	oberes	0	0	0	0	0	0		0		0			0			0			0		0		0	
	unteres	− 6	− 8	− 9	− 11	− 13	− 16		− 19		− 22			− 25			− 29			− 32		− 36		− 40	
h 7	oberes	0	0	0	0	0	0		0		0			0			0			0		0		0	
	unteres	− 7	− 12	− 15	− 18	− 21	− 25		− 30		− 35			− 40			− 46			− 52		− 57		− 63	
h 8	oberes	0	0	0	0	0	0		0		0			0			0			0		0		0	
	unteres	− 14	− 18	− 22	− 27	− 33	− 39		− 46		− 54			− 63			− 72			− 81		− 89		− 97	
h 9	oberes	0	0	0	0	0	**− 62**		0		0			0			0			0		0		0	
	unteres	− 25	− 30	− 36	− 43	− 52			− 74		− 87			−100			−115			−130		−140		−155	
h 10	oberes	0	0	0	0	0	0		0		0			0			0			0		0		0	
	unteres	− 40	− 48	− 58	− 70	− 84	−100		−120		−140			−160			−185			−210		−230		−250	
h 11	oberes	0	0	0	0	0	0		0		0			0			0			0		0		0	
	unteres	− 60	− 75	− 90	−110	−130	−160		−190		−220			−250			−290			−320		−360		−400	

ISO-Toleranzen für Wellen

Grenzabmaße in µm (1 µm = 0,001 mm)

Kurzzeichen	Grenzabmaß	Nennmaßbereich in mm																													
		1 bis 3	über 3 bis 6	über 6 bis 10	über 10 bis 18	über 18 bis 30	über 30 bis 40	über 40 bis 50	über 50 bis 65	über 65 bis 80	über 80 bis 100	über 100 bis 120	über 120 bis 140	über 140 bis 160	über 160 bis 180	über 180 bis 200	über 200 bis 225	über 225 bis 250	über 250 bis 280	über 280 bis 315	über 315 bis 355	über 355 bis 400	über 400 bis 450	über 450 bis 500
h 13	oberes unteres	−0 −140	0 −180	0 −220	0 −270	0 −330	0 −390		0 −460		0 −540		0 −630			0 −720			0 −810		0 −890		0 −970	
j 5	oberes unteres	+2 −2	+3 −2	+4 −2	+5 −1 3	+5 −4	+6 −5		+6 −7		+6 −9		+7 −11			+7 −13			+7 −16		+7 −18		+7 −20	
j 6	oberes unteres	+4 −2	+6 −2	+7 −2	+8 −3	+9 −4	+11 −5		+12 −7		+13 −9		+14 −11			+16 −13			+16 −16		+18 −18		+20 −20	
j 7	oberes unteres	+6 −4	+8 −4	+10 −5	+12 −6	+13 −8	+15 −10		+18 −12		+20 −15		+22 −18			+25 −21			+26 −26		+29 −28		+31 −32	
js 5	oberes unteres	+2 −2	+2.5 −2.5	+3 −3	+4 −4	+4.5 −4.5	+5.5 −5.5		+6.5 −6.5		+7.5 −7.5		+9 −9			+10 −10			+11.5 −11.5		+12.5 −12.5		+13.5 −13.5	
js 6	oberes unteres	+3 −3	+4 −4	+4.5 −4.5	+5.5 −5.5	+6.5 −6.5	+8 −8^		+r 9.5 −9.5		+11 −11		+12.5 −12.5			+14.5 −14.5			+16 −16		+18 −18		+20 −20	
js 7	oberes unteres	+5 −5	+6 −6	+7.5 −7.5	+9 −9	+10.5 −10.5	+12.5 −12.5		+15 −15		+17.5 −17.5		+20 −20			+23 −23			+26 −26		+28.5 −28.5		+31.5 −31.5	
k 5	oberes unteres	+4 0	+6 +1	+7 +1	+9 +1	+11 +2	+13 +2		+15 +2		+18 +3		+21 +3			+24 4			+27 +4		+29 +4		+32 +5	
k 6	oberes unteres	+6 0	+9 +1	+10 +1	+12 +1	+15 +2	+18 +2		+21 +2		+25 +3		+28 +3			+33 +4			+36 +4		+40 +4		+45 +5	
k 7	oberes unteres	+10 0	+13 +1	+16 +1	+19 +1	+23 +2	+27 +2		+32 +2		+38 +3		+43 +3			+50 +4			+56 +4		+61 +4		+68 +5	
m 5	oberes unteres	+6 +2	+9 +4	+12 +6	+15 +7	+17 +8	+20 +9		+24 +11		+28 +13		+33 +15			+37 +17			+43 +20		+46 +21		+50 +23	
m 6	oberes unteres	+8+ 2	+12 +4	+15 +6	+18 +7	+21 +8	+25 +9		+30 +11		+35 +13		+40 +15			+46 +17			+52 +20		+57 +21		+63 +23	
m 7	oberes unteres	–	+16 +4	+21 +6	+25 +7	+29 +8	+34 +9		+41 +11		+48 +13		+55 +15			+63 +17			+72 +20		+78 +s121		+86 +23	
n 5	oberes unteres	+8 +4	+13 +8	+16 +10	+20 +12	+24 +15	+28 +17		+33 +20		+38 +23		+45 +27			+51 +31			+57 +34		+62 +37		+67 +40	
n 6	oberes unteres	+10 +4	+16 +8	+19 +10	+23 +12	+28 +15	+33 +17		+39 +20		+45 +23		+52 +27			+60 +31			+66 +34		+73 +37		+80 +40	
n 7	oberes unteres	+14 +4	+20 +8	+125 +10	+30 +12	+36 +15	+42 +17		+s150 +20		+58 +23		+s167 +27			+77 +31			+86 +34		+94 +37		+103 +40	
p 5	oberes unteres	+10 +6	+17 +12	+21 +15	+26 +18	+31 +22	+s137 +26		+45 +32		+52 +37		+61 +43			+70 +50			+79 +56		+87 +62		+95 +68	
p 6	oberes unteres	+12 +6	+20 +12	+24 +15	+29 +18	+35 +22	+42 +26		+51 +32		+59 +37		+68 +43			+79 +50			+88 +56		+98 +62		+108 +68	
p 7	oberes unteres	+16 +6	+24 +12	+30 +15	+36 +18	+43 +22	+51 +26		+62 +32		+72 +37		+83 +43			+96 +50			+108 +56		+119 +62		+131 +68	

ISO-Toleranzen für Bohrungen

Grenzabmaße in µm (1 µm = 0,001 mm)

Kurzzeichen	Grenzabmaß	Nennmaßbereich in mm																											
		über 3 bis 6	über 6 bis 10	über 10 bis 18	über 18 bis 30	über 30 bis 40	über 40 bis 50	über 50 bis 65	über 65 bis 80	über 80 bis 100	über 100 bis 120	über 120 bis 140	über 140 bis 160	über 160 bis 180	über 180 bis 200	über 200 bis 225	über 225 bis 250	über 250 bis 280	über 280 bis 315	über 315 bis 355	über 355 bis 400	über 400 bis 450	über 450 bis 500	über 500 bis 560	über 560 bis 630	über 630 bis 710	über 710 bis 800	über 800 bis 900	über 900 bis 1000
E 6	oberes	+ 28	+ 34	+ 43	+ 53	+ 66		+ 79		+ 94		+110			+129			+142		+161		+175		+189		+210		+ 225	
	unteres	+ 20	+ 25	+ 32	+ 40	+ 50		+ 60		+ 72		+ 85			+100			+110		+125		+135		+145		+160		+ 170	
E 7	oberes	+ 32	+240	+ 50	+ 61	+ 75		+ 90		+107		+125			+146			+162		+182		+198		+215		+240		+ 260	
	unteres	+ 20	+ 25	+ 32	+ 40	+ 50		+ 60		+ 72		+ 85			+100			+110		+125		+135		+145		+160		+ 1 70	
E 10	oberes	+ 68	+ 83	+102	+124	+150		+180		+212		+245			+285			+320		+355		+385		+425		+480		+ 530	
	unteres	+ 20	+ 25	+ 32	+ 40	+ 50		+s160		+ 72		+ 85			+100			+110		+125		+135		+145		+160		+ 170	
E 11	oberes	+ 95	+115	+142	+170	+210		+250		+292		+335			+390			+430		+485		+535		+585		+660		+ 730	
	unteres	+ 20	+ 25	+ 32	+ 40	+ 50		+ 60		+ 72		+ 85			+100			+110		+125		+135		+145		+160		+ 170	
E 12	oberes	+140	+175	+212	+250	+300		+360		+422		+845			+560			+630		+605		+765		+845		+960		+1070	
	unteres	+ 20	+ 25	+ 32	+ 40	+250		60		+ 72		+ 85			+100			+110		+125		+135		+145		+160		+ 170	
F 6	oberes	+ 18	+ 22	+ 27	+ 33	+ 41		+ 49		+ 58		+ 68			+ 79			+ 88		+s198		+108		+120		+130		+ 142	
	unteres	+ 10	+ 13	+ 16	+ 20	+ 25		+ 30		+ 36		+ 43			+ 50			+ 56		+ 62		+ 68		+ 76		+ 80		186	
F 7	oberes	+ 22	+ 28	+ 34	+ 41	+ 50		+ 60		+ 71		+ 83			+ 96			+108		+119		+131		+146		+160		+ 176	
	unteres	+ 10	+ 13	+ 16	20	+ 25		+ 30		+ 36		+ 43			+ 50			+ 56		+ 62		+ 68		+ 76		+ 80		+ 86	
F 8	oberes	+ 28	+ 35	+ 43	+ 54	+ 64		+ 76		+ 90		+106			+122			+137		+151		+165		+186		+205		+ 226	
	unteres	+ 10	+ 13	+ 16	+ 20	+ 25		+ 30		+ 36		+ 43			+ 50			+ 56		+ 62		+ 68		+ 76		+ 80		+ 86	
G 6	oberes	+ 12	+ 14	+ 17	+ 20	+ 25		+ 29		+ 34		+ 39			+ 44			+ 49		+ 54		+ 60		+ 66		+ 74		+ 82	
	unteres	+ 4	+ 5	+ 6	+ 7	+ 9		+ 10		+ 12		+ 14			+ 15			+ 17		+ 18		+ 20		+ 22		+ 24		+ 26	
G 7	oberes	+ 15	+ 20	+ 24	+ 28	+ 34		+ 40		+ 47		+ 54			+ 61			+ 69		+ 75		+ 83		+ 92		+104		+ 116	
	unteres	+ 4	+ 5	6	+ 7	+ 9		+ 10		+ 12		+ 14			+ 15			+ 17		+ 18		+ 20		+ 22		+ 24		+ 26	
G 8	oberes	+ 22	+ 27	+ 33	+ 40	+ 48		+ 56		+ 66		+ 77			+ 87			+ 98		+107		+117		+132		+149		+ 166	
	unteres	+ 4	+ 5	+ 6	+ 7	+ 9		+ 10		+ 12		+ 14			+ 15			+ 17		+ 18		+ 20		+ 22		+ 24		+ 26	
H 6	oberes	+ 8	+ 9	+ 11	+ 13	+ 16		+ 19		+ 22		+ 25			+ 29			+ 32		+ 36		+ 40		+ 44		+ 50		+ 56	
	unteres	0	0	0	s1 0	0		0		0		0			0			0		0		s1 0		0		0		0	
H 7	oberes	+ 12	+ 15	+ 18	+ 21	+ 25		+ 30		+ 35		+ 40			+ 46			+ 52		+ 57		+ 63		+ 70		+ 80		+ 90	
	unteres	0	0	0	0	0		0		0		0			0			0		0		0		0		0		0	
H 8	oberes	+ 18	+ 22	+ 27	+ 33	+ 39		+ 46		+ 54		+ 63			+ 72			+ 81		+ 89		+ 97		+110		+125		+ 140	
	unteres	0	0	0	0	0		0		0		0			0			0		0		0		0		0		0	
H 9	oberes	+ 30	+ 36	+ 43	+ 52	+ 62		+ 74		+ 87		+100			+115			+130		+140		+155		+175		+200		+ 230	
	unteres	0	0	0	0	0		0		0		0			0			0		0		0		0		0		0	
H 10	oberes	+ 48	+ 58	+ 70	+ 84	+100		+120		+140		+160			+185			+210		+230		+250		+280		+320		+ 360	
	unteres	0	0	0	0	0		0		0		0			0			0		0		0		0		0		0	
H 11	oberes	+ 75	+ 90	+110	+130	+160		+190		+220		+250			+290			+320		+360		+400		+440		+500		+ 560	
	unteres	0	0	0	0	0		0		0		0			0			0		0		0		0		0		0	
J 6	oberes	+ 5	+ 5	+ 6	+ 8	+ 10		+ 13		+ 16		+ 18			+ 22			+ 25		+ 29		+ 33		–		–		–	
	unteres	– 3	– 4	– 5	– 5	– 6		– 6		– 6		– 7			– 7			– 7		– 7		– 7							
J 7	oberes	+ 6	+ 8	+ 10	+ 12	+ 14		+ 18		+ 22		+ 26			+ 30			+ 36		+ 39		+ 43		–		–		–	
	unteres	– 6	– 7	– 8	– 9	– 11		– 12		– 13		– 14			– 16			– 16		– 18		– 20							

ISO-Toleranzen für Bohrungen

Grenzabmaße in µm (1 µm = 0,001 mm)

| Kurzzeichen | Grenzabmaß | Nennmaßbereich in mm | | |

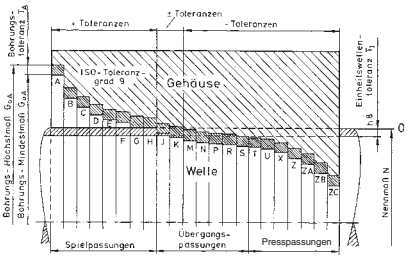
12.5 Passsysteme: „Einheitswelle“ und „Einheitsbohrung“

Durch entsprechende Paarung von Außen- und Innenmaß-Toleranzfeldlagen lassen sich Spielpaarungen, Übergangspaarungen und Presspaarungen realisieren.

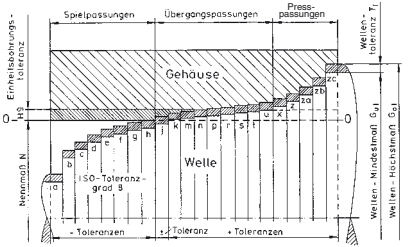
Je nach Einsatzgebiet kommt das Passsystem „Einheitswelle“ (Wellentoleranzfeldlage immer „h“) oder „Einheitsbohrung“ (Bohrungstoleranzfeldlage immer „H“) zur Anwendung.

Passsystem:

„Einheitswelle“



„Einheitsbohrung“



Höchstpassung = Höchstmaß der Bohrung – Mindestmaß der Welle > 0 Größtspiel
< 0 Kleinstübermaß

Mindestpassung = Mindestpassung der Bohrung – Höchstmaß der Welle > 0 Kleinstspiel
> 0 Größtübermaß

Bei der Paarung eines Außen- und eines Innenteiles gleichen Nennmaßes mit den durch die jeweiligen oberen und unteren Grenzabmaße vorgegebenen Höchst- und Mindestmaßen können sich folgende Sitzarten ergeben:

Spielpassung: Paarung mit einem Passtoleranzfeld, das nach dem Paaren der Teile stets ein Spiel ergibt.

Übergangspassung: Paarung, die je nach Lage der Istmaße der beiden Teile nach dem Paaren sowohl ein Spiel als auch eine Pressung zwischen den Passflächen haben kann.

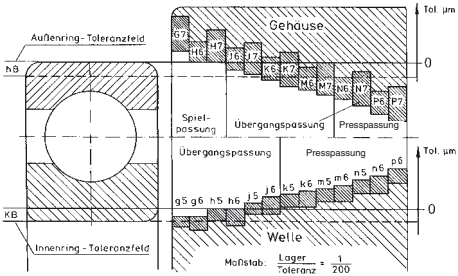
Übermaßpassung: Paarung mit einem Passtoleranzfeld, das nach dem Paaren der Teile stets eine Pressung zwischen den Passflächen ergibt, bei der also vor dem Paaren der Teile ein Übermaß vorhanden ist.

12.6 Anwendungsbeispiele von ISO-Passtoleranzfeldern

Einheits-bohrung EB	Anwendung Spielpassungen	Einheits-welle EW
H 11 / a 11	Teile mit **sehr großem Spiel** und **großer Toleranz;** Lokomotiv- und Waggonbau, Kuppelbolzen, Landmaschinenbau	A 11 / h 11
H 11 / c 11	Teile mit **großem Spiel** und **großer Toleranz;** Land- und Haushaltsmaschinen	C 11 / h 11
H 10 / d 9	Teile mit **sehr reichlichem Spiel;** Transmissionswellen, Stopfbuchsteile, Losscheiben, Vorgelegewellen	D 10 / h 9
H 8 / e 8	Teile mit **reichlichem Spiel;** mehrfach gelagerte Werkzeugmaschinenwellen, Gleitlager	E 8 / h 8
H 7 / f 7	Teile mit **merklichem Spiel;** Werkzeugmaschinenhauptlager, Gleitmuffen auf Wellen, Kolben im Zylinder	F 7 / h 7
H 7 / g 6	**Ohne merkliches Spiel** verschiebbar; Schiebezahnräder, verschiebbare Kupplungsteile, Ventilhebellagerung	G 7 / h 6
H 7 / h 6	Geschmiert von Hand **noch eben verschiebbar;** Pinole im Reitstock, Zentrierflansche für Kupplungen und Rohrleitungen	H 7 / h 6
H 6 / h 5	**Sehr kleines mittleres Spiel;** für sich nicht gegeneinander bewegende Teile	H 6 / h 5
	Übergangspassungen	
H 7 / j 6	**Fügen von Hand oder mit leichten Schlägen;** für leicht auszubauende Riemenscheiben, Zahnräder, Lagerbuchsen	J 7 / h 6
H 7 / k 6	**Gut mit Handhammer fügbar;** für Riemenscheiben, Kupplungen, Schwungräder mit Passfeder-verbindung	K 7 / h 6
H 7 / m 6	**Nur schwer mit Handhammer fügbar;** einmalig aufgebrachte Riemenscheiben, Kupplungen und Zahnräder auf Elektromotor-Wellen	M 7 / h 6
H 7 / n 6	**Mit Presse fügen;** für Anker auf Motorwellen und Zahnkränze auf Zahnräder, Lagerbuchsen in Naben	N 7 / h 6
	Presspassungen	
H 7 / r 6	**Unter großem Druck oder durch Erwärmung fügbar**	R 7 / h 6
H 7 s 6	Bz-Kränze auf GG-Naben, Lagerbuchsen in Gehäusen (s 6 für größere, r 6 für kleinere Durchmesser)	S 7 / h 6
H 8 / u 8	**Nur mit Presse oder Temperaturdifferenz fügbar**	U 8 / h 8
H 8 / x 8	Zur Übertragung großer Umfangs- oder Längskräfte durch Reibschluss	X 8 / h 8

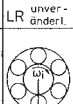
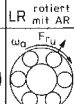
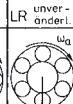
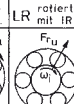
12.7 Wälzlagertoleranzen und ISO-Toleranzen für Wellen und Gehäuse

Die Toleranzen der Wälzlagerbohrungs- und -außendurchmesser unterliegen nicht dem ISO-Toleranzsystem. Für sie gelten die Toleranzfelder KB (für die Bohrung) und hB (für den Außendurchmesser) nach DIN 620. In beiden Fällen liegt das obere Grenzabmaß dieser Toleranzfelder auf dem Nennmaß. Die unteren Grenzabmaße (in beiden Fällen nach Minus) werden durch die Genauigkeitsgrade nach DIN 620 festgelegt.



Im Zusammenwirken mit den ISO-Toleranzen für Wellen und Bohrungen ergeben sich etwa die im vorstehenden Bild dargestellten Passungen.

12.8 Wahl der Einbau-Passtoleranzfelder für Wälzlager in Abhängigkeit von den Umlaufverhältnissen

Bewegungsverhältnisse	IR rotiert AR steht still LR unverändert	IR steht still AR rotiert LR rotiert mit AR	IR steht still AR rotiert LR unverändert	IR rotiert AR steht still LR rotiert mit IR
Schema				
Belastungsfall	IR: Umfangslast AR: Punktlast		IR: Punktlast AR: Umfangslast	
Passung	IR: feste Passung erforderlich AR: lose Passung zulässig		IR: lose Passung zulässig AR: feste Passung erforderlich	
IR - Innenring AR - Außenring LR - Lastrichtung				

Unter dem Umlaufverhältnis ist die Bewegung des jeweiligen Lagerringes im Verhältnis zur Lastrichtung zu verstehen.

Umfangslast liegt vor, wenn der Lagerring umläuft und die Last stillsteht oder wenn der Lagerring stillsteht und die Last umläuft. Bei Umfangslast kann der Lagerring wandern, wenn er mit zu loser Passung auf der Welle oder im Gehäuse sitzt. Dies muss auf jeden Fall durch eine genügend feste Passung verhindert werden. Die Passung ist um so fester vorzusehen, je größer die Belastung und der Ringdurchmesser sind.

Punktlast liegt vor, wenn der Ring und die Last stillstehen oder wenn der Ring und die Last mit gleicher Drehzahl umlaufen. Bei Punktlast kann eine losere Passung gewählt werden, da die Gefahr des Ringwanderns gering ist.

Unbestimmte Lastrichtung liegt vor, wenn sich die Richtung der Last unregelmäßig oder pendelnd ändert oder wenn Stöße und Erschütterungen auftreten. Bei diesen Umlaufverhältnissen müssen für die beiden Lagerringe verhältnismäßig feste Passungen gewählt werden.

Richtlinien für die Auswahl der Wellen- und Bohrungstoleranzen für die verschiedenen Lagerbauformen sind für gegebene Einbau- und Belastungsverhältnisse den Wälzlagerkatalogen zu entnehmen.

13 Konstruktionselemente

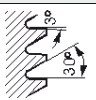
13.1 Schraubenverbindungen

Die Schraube ist eines der ältesten und das am häufigsten und vielseitigsten verwendete Maschinen- und Verbindungselement. Unübersehbar ist in der gesamten Technik der Anwendungsbereich der Schraube in ihrer unterschiedlichsten Form. Je nach Verwendungszweck unterscheidet man:

- Befestigungsschrauben für lösbare Verbindungen aller Art
- Bewegungsschrauben zum Wandeln von Drehbewegungen in Längsbewegungen, z.B. Leitspindeln von Drehmaschinen
- Bewegungsschrauben zum Erzeugen großer Kräfte, z. B. bei Ventilen, Spindelpressen, Schraubenwinden, Schraubstöcken und Schraubzwingen
- Dichtungsschrauben zum Verschließen von Einfüll- und Auslassöffnungen, z. B. bei Getrieben, Lagern, Ölwannen und Armaturen
- Einstellschrauben zum Einstellen von Spielen und Nachstellen von Verschleiß
- Messschrauben für kleine und kleinste Wege (Mikrometer)
- Spannschrauben (Spannschloss) zur Erzeugung von Spannkräften

Entsprechend den unterschiedlichen Einsatzbedingungen haben sich bestimmte Gewindeformen bewährt, die in den DIN-Normen festgelegt sind.

Grundformen der gebräuchlichsten Gewinde

Befestigungsgewinde			Bewegungsgewinde		
					
Metrisches ISO-Regelgewinde	Feingewinde	Whitworth-Rohrgewinde	Trapezgewinde	Sägengewinde	Rundgewinde
DIN 13 DIN 14		DIN 2999 DIN 3 858	DIN 103 DIN 263 DIN 380	DIN 513 DIN 2 781	DIN 405 DIN 15 403 DIN 20 400

In den folgenden Abschnitten soll nur auf den Einsatz der Schrauben als Befestigungselement eingegangen werden.

13.1.1 Befestigungsschrauben

Schrauben sind die am meisten verwendeten Maschinenelemente zum Verbinden von Bauteilen. Gegenüber Schweiß-, Löt-, Klebe- und Nietverbindungen lassen sich die Bauteile zerstörungsfrei lösen und abermals verbinden. Als Befestigungselement hat die Schraube die Aufgabe zu erfüllen, Bauteile mit der bei der Montage aufgebrachten Vorspannkraft zu verbinden und diese Verbindung bei statischen und dynamischen Beanspruchungen aufrecht zu erhalten.

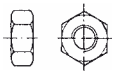
Neben den Vorteilen der Schraubenverbindung, die in der einfachen Montage, der zerstörungsfreien Lösbarkeit sowie der Übertragungsfähigkeit für große Kräfte liegen, besteht der Nachteil, dass die **stark gekerbte** Schraube bei dynamischen Beanspruchungen einen Dauerbruch erfahren kann oder dass ein unzulässiger Vorspannkraftabbau in der Verbindung durch Setzerscheinungen in den Kontaktstellen bzw. durch Losdrehen der Mutter von der Schraube erfolgen kann. Eine hochbeanspruchte Schraubenverbindung steht und fällt mit der Fähigkeit ihrer Schrauben, die bei der Montage aufgebrachte Vorspannkraft zu halten oder zu verlieren. Sehr oft ist die Ursache für einen Schraubendauerbruch in einem vorangegangenen Vorspannkraftabbau zu suchen. Eine sorgfältige konstruktive Auslegung und Berechnung einer Schraubenverbindung ist daher unumgänglich.

13.1.2 Übersicht über genormte Schrauben

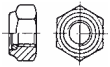
DIN EN ISO 4014 8765	Sechskantschrauben metr. Gew. und metr. Feingew.
4017 8676	Sechskantschrauben Gewinde annähernd bis Kopf
4016	(rohe) Sechskantschrauben für Stahlkonstruktionen
4018	(rohe) Sechskantschrauben Gewinde annähernd bis Kopf
DIN 6 914	Sechskantschrauben mit großen Schlüsselweiten
DIN 561	Sechskantschrauben mit Zapfen
DIN 564	Sechskantschrauben mit Ansatzspitze
DIN 2 510	Sechskantschrauben mit dünnem Schaft
DIN 609	Sechskant-Passschrauben
DIN 7 968	Sechskant-Passschrauben für Stahlkonstruktionen
DIN 479	Vierkantschrauben mit Kernansatz
DIN 478	Vierkantschrauben mit Bund
DIN 480	Vierkantschrauben mit Bund und Ansatzkuppe
DIN EN ISO 4762 DIN 6912	Zylinderschrauben mit Innensechskant
DIN EN ISO 1207	Zylinderschrauben mit Schlitz
DIN EN ISO 1580	Flachkopfschrauben mit Schlitz
DIN 920	Desgl. mit kleinem Kopf
DIN 921	Desgl. mit großem Kopf
DIN 922	Desgl. mit kleinem Kopf und Zapfen
DIN 923	Desgl. mit Ansatz
DIN EN ISO 7045	Linienschrauben mit Kreuzschlitz

DIN EN ISO 10642	Senkschrauben mit Innensechskant
DIN EN ISO 2009	Senkschrauben mit Schlitz
DIN 925	Senkschrauben mit Schlitz und Zapfen
DIN 7 969	Senkschrauben m. Schlitz (für Stahlkonstruktionen)
DIN EN ISO 7046	Senkschrauben mit Kreuzschlitz
DIN EN ISO 2010	Linsensenkschrauben mit Schlitz
DIN 924	Linsensenkschrauben mit Schlitz und Zapfen
DIN EN ISO 7047	Linsensenkschrauben mit Kreuzschlitz
DIN 603	Flachrundschrauben mit Vierkantansatz
DIN 607	Halbrundschrauben mit Nase
DIN 605 DIN 608	Senkschrauben mit Vierkantansatz
DIN 604	Senkschrauben mit Nase
DIN 404	Kreuzlochschrauben mit Schlitz
DIN EN ISO 10644 DIN EN ISO 10673	Kombi-Schrauben Scheiben
DIN 6900-2 DIN 6 904	Kombi-Schrauben Federscheiben
DIN 6900-4 DIN 6 907	Kombi-Schrauben Fächerscheiben
DIN ISO 1479	Blechschrauben
DIN 7 513 DIN 7 516	Gewinde-, Schneid-schrauben
DIN 571	Holzschrauben

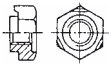
13.1.3 Übersicht über genormte Muttern



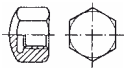
DIN EN ISO 4032, 4034, 4035 — (rohe) Sechskantmutter; Sechskantmutter metrisches Gewinde und metrisches Feingewinde; flache Sechskantmutter



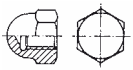
DIN EN ISO 7040, 7042, 10511 — Sechskantmuttern selbstsichernd



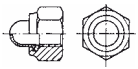
DIN 929 — Sechskant-Schweißmutter



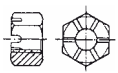
DIN 917 — Hutmutter niedrige Form



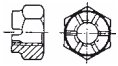
DIN 1 587 — Hutmutter hohe Form



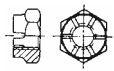
DIN 986 — Hutmutter selbstsichernd



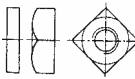
DIN 935 bis M 10 — Kronenmutter metrisches Gewinde und metrisches Feingewinde



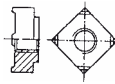
DIN 935 ab M 12 — Kronenmutter metrisches Gewinde und metrisches Feingewinde



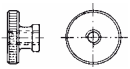
DIN 979 — flache Kronenmutter



DIN 557, DIN 562 — (rohe) Vierkantmutter; flache Vierkantmutter

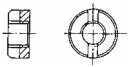


DIN 928 — Vierkant-Schweißmutter

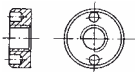


DIN 466 — hohe Rändelmutter

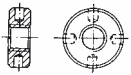
DIN 467 — flache Rändelmutter



DIN 546 — Schlitzmutter

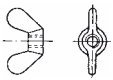


DIN 547 — Zweilochmutter

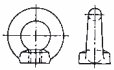


DIN 548, DIN 1 816 — Kreuzlochmuttern

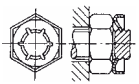
DIN 981, DIN1 804 — Nutmuttern



DIN 315 — Flügelmutter



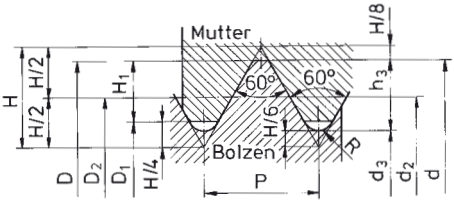
DIN 582 — Ringmutter



DIN 7 967 — Sicherungsmutter

13.1.4 Metrische ISO-Gewinde nach DIN 13, Teil 1

Regelgewinde von 1 bis 68 mm Gewinde-Nenndurchmesser



Muttergewinde Bolzengewinde

$D_1 = d - 2\,H_1$

$d_2 = D_2 = d - 0{,}64952\,P$

$d_3 = d - 1{,}22687\,P$

$H = 0{,}86603\,P$

$H_1 = 0{,}54127\,P$

$h_3 = 0{,}61343\,P$

$R = \frac{H}{6} = 0{,}14434\,P$

Bezeichnung
Gewinde-Nenndurchmesser
d = D = 12 mm: M 12

Gewinde-Nenndurchmesser d = D			Steigung	Flankendurchmesser	Kerndurchmesser		Gewindetiefe		Rundung
Reihe 1	Reihe 2	Reihe 3	P	$d_2 = D_2$	d_3	D_1	h_3	H_1	R
1			0,25	0,838	0,693	0,729	0,153	0,135	0,036
	1,1		0,25	0,938	0,793	0,829	0,153	0,135	0,036
1,2			0,25	1,038	0,893	0,929	0,153	0,135	0,036
	1,4		0,3	1,205	1,032	1,075	0,184	0,162	0,043
1,6			0,35	1,373	1,171	1,221	0,215	0,189	0,051
	1,8		0,35	1,573	1,371	1,421	0,215	0,189	0,051
2			0,4	1,740	1,509	1,567	0,245	0,217	0,058
	2,2		0,45	1,908	1,648	1,713	0,276	0,244	0,065
2,5			0,45	2,208	1,948	2,013	0,276	0,244	0,065
3			0,5	2,675	2,387	2,459	0,307	0,271	0,072
	3,5		0,6	3,110	2,764	2,850	0,368	0,325	0,087
4			0,7	3,545	3,141	3,242	0,429	0,379	0,101
	4,5		0,75	4,013	3,580	3,688	0,460	0,406	0,108
5			0,8	4,480	4,019	4,134	0,491	0,433	0,115
6			1	5,350	4,773	4,917	0,613	0,541	0,144
		7	1	6,350	5,773	5,917	0,613	0,541	0,144
8			1,25	7,188	6,466	6,647	0,767	0,677	0,180
		9	1,25	8,188	7,466	7,647	0,767	0,677	0,180
10			1,5	9,026	8,160	8,376	0,920	0,812	0,217
		11	1,5	10,026	9,160	9,376	0,920	0,812	0,217
12			1,75	10,863	9,853	10,106	1,074	0,947	0,253
	14		2	12,701	11,546	11,835	1,227	1,083	0,289
16			2	14,701	13,546	13,835	1,227	1,083	0,289
	18		2,5	16,376	14,933	15,294	1,534	1,353	0,361
20			2,5	18,376	16,933	17,294	1,534	1,353	0,361
	22		2,5	20,376	18,933	19,294	1,534	1,353	0,361
24			3	22,051	20,319	20,752	1,840	1,624	0,433
	27		3	25,051	23,319	23,752	1,840	1,624	0,433
30			3,5	27,727	25,706	26,211	2,147	1,894	0,505
	33		3,5	30,727	28,706	29,211	2,147	1,894	0,505
36			4	33,402	31,093	31,670	2,454	2,165	0,577
	39		4	36,402	34,093	34,670	2,454	2,165	0,577
42			4,5	39,077	36,479	37,129	2,760	2,436	0,650
	45		4,5	42,077	39,479	40,129	2,760	2,436	0,650
48			5	44,752	41,866	42,587	3,067	2,706	0,722
	52		5	48,752	45,866	46,587	3,067	2,706	0,722

13.1.5 Auswahl für Regel- und Feingewinde nach DIN 13, Teil 2

Gewinde-Nenndurchmesser d = D			Steigungen P für								
			Regel	Feingewinde							
Reihe 1	Reihe 2	Reihe 3	gewinde	4	3	2	1,5	1,25	1	0,75	0,5
1			0,25								
1,2			0,25								
	1,4		0,3								
1,6			0,35								
	1,8		0,35								
2			0,4								
	2,2		0,45								
2,5			0,45								
3			0,5								
	3,5		0,6								
4			0,7								0,5
5			0,8								0,5
6			1							0,75	0,5[1)]
8			1,25						1	0,75	0,5[1)]
10			1,5					1,25	1	0,75	
12			1,75				1,5	1,25	1		
	14		2				1,5	1,25	1		
		15					1,5		1		
16			2				1,5		1		
		17							1		
	18		2,5			2	1,5		1		
20			2,5			2	1,5		1		
	22		2,5			2	1,5		1		
24			3			2	1,5		1		
		25					1,5				
		26					1,5				
	27		3			2	1,5				
		28					1,5				
30			3,5			2	1,5				
		32					1,5				
	33		3,5			2	1,5				
		35					1,5				
36			4		3	2	1,5				
		38					1,5				
	39		4		3	2					
		40					1,5				
42			4,5		3	2	1,5				
	45		4,5		3	2	1,5				
48			5		3	2	1,5				
		50					1,5				
	52		5		3	2	1,5				
		55				2	1,5				
56			5,5	4	3	2	1,5				
		58					1,5				
	60		5,5	4	3	2	1,5				
64			6	4	3	2					
		65				2					
	68		6	4	3	2					

1) In ISO 261 : 1973 nicht enthalten.

13.1.6 Festigkeitsklassen für Schrauben

Mechanische Eigenschaften von Schrauben, eingeteilt in Festigkeitsklassen
Ausschnitt aus DIN EN ISO 898-1

		Festigkeitsklassen									
								8.8			
		3.6	4.6	4.8	5.6	5.8	6.8	≤M16	>M16[1)]	10.9	12.9
Zugfestigkeit R_m N/mm²	nom	300	400		500		600	800	800	1000	1200
	min	330	400	420	500	520	600	800	830	1040	1220
Streckgrenze R_{eL} N/mm² bzw. 0.2-Dehngrenze $R_{P0.2}$ N/mm²	nom	180	240	320	300	400	480	640	640	900	1080
	min	190	240	340	300	420	480	640	660	940	1100
Bruchdehnung A_s %	min	25	22		20			12	12	9	8
Vickershärte HV	min	95	120	130	155	160	190	250	255	320	385
	max	220					250	320	335	380	435
Brinellhärte HB	min	90	114	124	147	152	181	238	242	304	366
	max	209					238	304	319	361	414
Kerbschlagarbeit (ISO-U) Joule	min	–			25	–		30	30	20	15

1) Für Stahlbauschrauben liegt die Grenze bei 12 mm.

13.1.7 Festigkeitsklassen für Muttern

Muttern mit Regelgewinde nach DIN EN 20898-2

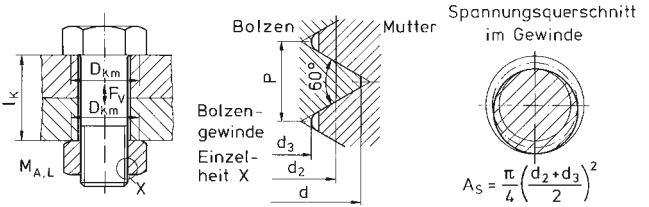
Festigkeitsklasse der Mutter	Zugehörige Schraube		Mutter	
			Typ 1	Typ 2
	Festigkeitsklasse	Größe	Größe	
4	3.6 4.6 4.8	>M 16	>M 16	–
5	3.6 4.6 4.8 5.6 5.8	≤M 16 ≤M 39	≤M 39	–
6	6.8	≤M 39	≤M 39	–
8	8.8	≤M 39	≤ M 39	> M 16 ≤M 39
9	9.8	≤M 16	–	≤ M 16
10	10.9	≤M 39	≤M 39	–
12	12.9	≤M 39	≤M 16	≤ M 39

Muttern mit Nennhöhen≥ 0.8 · D (effektive Gewindehöhe ≥ 0.6 · D) werden bezeichnet mit einer Zahl entsprechend der höchsten Schraubenklasse, mit der die Mutter gepaart werden darf.

Typ 1: Mutternhöhe nach DIN EN 20898-2, Nennhöhe ≥ 0.8 · D
Typ 2: Mutternhöhe nach DIN EN 20898-2 (etwa 10 % größer als bei Typ 1)

Eine Schraube mit Gewinde M 5 bis M 39, die mit einer Mutter der entsprechenden Festigkeitsklasse gepaart wird, ergibt eine Verbindung, die bis zu der für die Schraube festgelegten Prüfkraft belastet werden kann, ohne dass ein Abstreifen des Gewindes auftritt.

13.1.8 Berechnung von Schraubenverbindungen



Gewinde-Nenndurchmesser Flankendurchmesser Kerndurchmesser Steigung	d d_2 d_3 P } siehe DIN 13 Blatt 1 … 12
Steigungswinkel Spannungsquerschnitt Mittlerer Kopf-(Muttern-)Auflage ∅	$\tan\varphi = P/(d_2 \cdot \pi)$; $\varphi = \arctan P/(d_2 \cdot \pi)$ $A_S = \frac{\pi}{4}\left(\frac{d_2+d_3}{2}\right)^2$ $D_{km} = (d_w + d_m)/2$, siehe 13.1.12
Reibwerte im Gewinde (Spitzgewinde) an Kopf (Muttern)Auflagefläche	$\mu'_G = \tan\rho'_G$ ρ'_G = Reibungswinkel μ_K
Anziehdrehmoment	$M_A = M_G + M_K$ $M_A = F_V \frac{d_2}{2}\left[\tan(\varphi + \rho'_G) + \mu_K \frac{D_{km}}{d_2}\right]$
Losdrehmoment	$M_L = F_V \frac{d_2}{2}\left[\tan(-\varphi + \rho'_G) + \mu_K \frac{D_{km}}{d_2}\right]$
Gewindemoment beim Anziehen	$M_G = F_V \frac{d_2}{2}\tan(\varphi + \rho'_G)$
Normalspannung im Gewinde	$\sigma_N = F_V/A_S$
Torsionsspannung im Gewinde	$\tau = \frac{M_G}{W_P}$; $W_P = \frac{\pi}{16}\left(\frac{d_2+d_3}{2}\right)^3$
Vergleichsspannung im Gewinde beim Anziehen	$\sigma_v = \sqrt{\sigma^2_N + 3\tau^2} \leq \nu \cdot R_e$
Ausnutzung der Streckgrenze	$\nu = 0.6 \ldots 0.9$
Reibwerte je nach Oberflächen- behandlung und Schmierung[1)]	$\mu'_G = 0.08 \ldots 0.20$ $\mu_K = 0.08 \ldots 0.20$

1) Werte siehe VDI-Richtlinie 2230: Systematische Berechnung hochbeanspruchter Schraubenverbindungen (Abschnitt 13.1.9)

13.1.9 Reibungszahlen μ_G und μ_K

Reibungszahlen μ'_G für verschiedene Oberflächen- und Schmierungszustände

μ_G	Gewinde				Außengewinde (Schraube)								
Gewinde	Werkstoff				Stahl								
		Oberfläche			schwarzvergütet oder phosphatiert				galvanisch verzinkt (Zn6)		galvanisch cadmiert (Cd6)		Kleb-stoff
			Gewinde-fertigung		gewalzt			geschnitten	geschnitten oder gewalzt				
			Gewinde-fertigung		trocken	geölt	MoS_2	geölt	trocken	geölt	trocken	geölt	trocken
Innengewinde (Mutter)	Stahl	blank	geschnitten	trocken	0,12 bis 0,18	0,10 bis 0,16	0,08 bis 0,12	0,10 bis 0,16	– –	0,10 bis 0,18	– –	0,08 bis 0,14	0,16 bis 0,25
		galvanisch verzinkt			0,10 bis 0,16	– –	– –	– –	0,12 bis 0,20	0,10 bis 0,18	– –	– –	0,14 bis 0,25
		galvanisch cadmiert			0,08 bis 0,14	– –	– –	– –	– –	– –	0,12 bis 0,16	0,12 bis 0,14	–
	GG/GTS	blank			– –	0,10 bis 0,18	– –	0,10 bis 0,18	– –	0,10 bis 0,18	– –	0,08 bis 0,16	– –

Reibungszahlen μ_K für verschiedene Oberflächen und Schmierungszustände

μ_K	Auflagefläche					Schraubenkopf									
Auflagefläche	Werkstoff					Stahl									
		Oberfläche				schwarz oder phosphatiert						galvanisch verzinkt (Zn6)		galvanisch cadmiert	
			Fertigung			gepresst			gedreht		geschliffen	gepresst			
			Fertigung	Schmierung		trocken	geölt	MoS_2	geölt	MoS_2	geölt	trocken	geölt	trocken	geölt
Gegenlage	Stahl	blank	geschliffen	trocken		– – –	0,16 bis 0,22	– – –	0,10 bis 0,18	– – –	0,16 bis 0,22	0,10 bis 0,18	– – –	0,08 bis 0,16	– –
			spanend bearbeitet			0,12 bis 0,18	0,10 bis 0,18	0,08 bis 0,12	0,10 bis 0,18	0,08 bis 0,12	–	0,10 bis 0,18		0,08 bis 0,16	0,08 bis 0,14
		galvanisch verzinkt				0,10 bis 0,16		–	0,10 bis 0,16	–	0,10 bis 0,18	0,16 bis 0,20	0,10 bis 0,18	–	–
		galvanisch cadmiert				0,08 bis 0,16						–	–	0,12 bis 0,20	0,12 bis 0,14
	GG/GTS	blank	geschliffen			–	0,10 bis 0,18	–	–	–	0,10 bis 0,18			0,08 bis 0,16	–
			spanend bearbeitet			–	0,14 bis 0,20	–	0,10 bis 0,18	–	0,14 bis 0,22	0,10 bis 0,18	0,10 bis 0,16	0,08 bis 0,16	–

13.1.10 Vorspannkraft F_V und Anziehdrehmoment M_A

Schaftschrauben mit Kopfauflagen nach DIN EN ISO 4014

$\mu_{ges.} = 0.10$

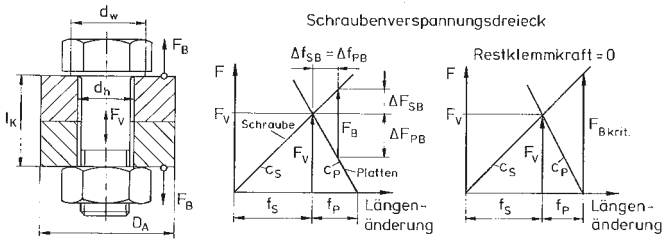
	Abmessung	Vorspannkraft F_V N			Anziehdrehmoment M_A Nm		
		8.8	10.9	12.9	8.8	10.9	12.9
Regelgewinde	M 4	4 250	6 200	7 250	2.4	3.6	4.2
	M 5	6 900	10 200	11 900	4.8	7.1	8.3
	M 6	9 750	14 300	16 800	8.3	12	14
	M 8	17 900	26 300	30 700	20	30	35
	M 10	28 500	41 800	48 900	40	59	69
	M 12	41 500	61 000	71 500	69	100	120
	M 14	57 000	83 500	98 000	110	160	190
	M 16	78 500	115 000	135 000	170	250	290
	M 18	98 000	140 000	164 000	245	345	405
	M 20	126 000	180 000	210 000	340	490	570
	M 22	158 000	224 000	263 000	460	660	770
	M 24	182 000	259 000	303 000	590	840	980
	M 27	239 000	340 000	398 000	870	1250	1450
	M 30	291 000	414 000	484 000	1200	1700	1950
Feingewinde	M 8 × 1	19 600	28 700	33 600	22	32	37
	M 10 ×1.25	30 600	44 900	52 500	42	62	72
	M 12 ×1.25	46 600	68 500	80 000	75	110	130
	M 12 ×1.5	44 000	64 500	75 500	72	105	125
	M 14 ×1.5	63 000	92 500	108 000	120	175	200
	M 16 ×1.5	85 500	125 000	147 000	180	265	310
	M 18 ×1.5	114 000	163 000	191 000	270	385	450
	M 20 ×1.5	144 000	206 000	241 000	375	530	620
	M 22 ×1.5	178 000	253 000	296 000	500	710	830

Schaftschrauben mit Kopfauflagen nach DIN EN ISO 4014

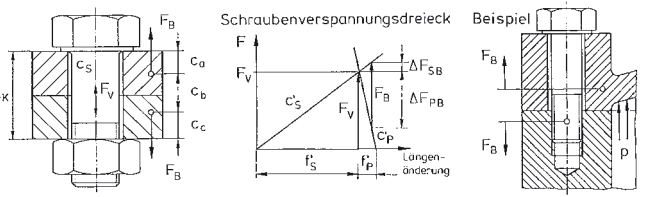
$\mu_{ges.} = 0.16$

	Abmessung	Vorspannkraft F_V N			Anziehdrehmoment M_A Nm		
		8.8	10.9	12.9	8.8	10.9	12.9
Regelgewinde	M 4	3 750	5 500	6 450	3.2	4.7	5.5
	M 5	6 100	9 000	10 500	6.4	9.3	11
	M 6	8 650	12 700	14 800	11	16	19
	M 8	15 900	23 300	27 300	27	39	46
	M 10	25 300	37 100	43 400	53	78	91
	M 12	36 800	54 000	63 500	92	135	155
	M 14	50 500	74 500	87 000	145	215	250
	M 16	69 500	102 000	120 000	230	335	390
	M 18	87 500	124 000	145 000	325	465	540
	M 20	112 000	160 000	187 000	460	660	770
	M 22	140 000	200 000	234 000	620	890	1050
	M 24	162 000	230 000	269 000	790	1150	1300
	M 27	213 000	303 000	355 000	1150	1650	1950
	M 30	259 000	369 000	431 000	1600	2250	2650
Feingewinde	M 8 ×1	17 400	25 600	29 900	29	43	50
	M 10 ×1.25	27 200	40 000	46 800	56	83	97
	M 12 ×1.25	41 600	61 000	71 500	100	150	175
	M 12 ×1.5	39 200	57 500	67 500	96	140	165
	M 16 ×1.5	56 000	82 500	96 500	160	235	275
	M 18 ×1.5	76 000	112 000	131 000	245	360	425
	M 20 ×1.5	102 000	146 000	171 000	370	530	620
	M 22 ×1.5	129 000	184 000	216 000	520	740	860
		159 000	227 000	266 000	690	990	1150

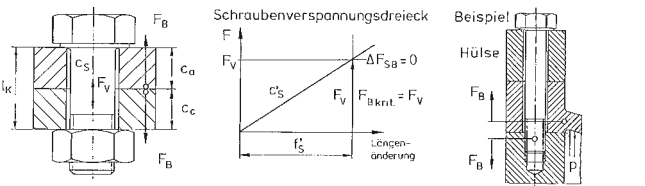
13.1.11 Beanspruchung der Schraubenverbindung



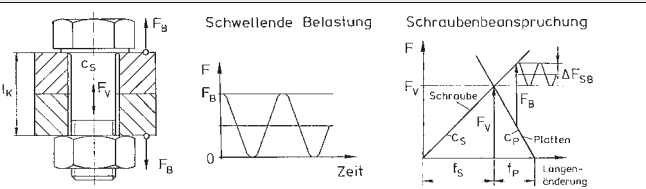
Schrauben = Gewindedurchmesser	d
Außendurchmesser Kopfauflagefläche Bohrungsdurchmesser der verspannten Teile	d_w d_h } siehe Tabelle: Flächenpressungen in den Kopf- bzw. Mutternauflageflächen
Außendurchmesser der verspannten Teile	D_A
Klemmlänge der verspannten Teile	l_K
Federrate der Schraube angenähert: genauer (siehe VDI 2 230):	$c_S = E_S\, A / l_K$; A = Schraubenquerschnitt $1/c_S = 1/c_K + 1/c_{sch} + 1/c_G + 1/c_{GM}$
Federrate der verspannten Teile (VDI 2 230) für $d_w \le D_A \le d_w + l_K$ ab $D_A = d_w + l_K$: A_{rep} = const. A_{rep} = Querschnitt einer Ersatzhülse	$c_P = E_P\, A_{ers} / l_K$ $A_{ers} = \frac{\pi}{4}(d_w^2 - d_h^2) + \frac{\pi}{8} d_w (D_A - d_w)[(x+1)^2 - 1]$ mit $x = \sqrt[3]{\frac{l_K d_w}{D_A^2}}$
Verlängerung der Schraube durch F_V	$f_S = F_V / c_S$
Stauchung der Teile (Platten) durch F_V	$f_P = F_V / c_P$
Angriff einer statischen Betriebskraft F_B unter dem Schraubenkopf und der Mutter	
Zusatzbeanspruchung der Schraube durch P_B	$\Delta F_{SB} = F_B \cdot c_S / (c_S + c_P)$
Entlastung der verspannten Teile durch P_B	$\Delta F_{PB} = F_B \cdot c_P / (c_S + c_P)$
Zusätzliche Längung der Schraube durch P_B	$\Delta f_{SB} = \Delta F_{SB} / c_S$; $\Delta f_{SB} = \Delta f_{PB}$
Rückfederung der verspannten Teile durch P_B	$\Delta f_{PB} = \Delta F_{PB} / c_P$; $\Delta f_{PB} = \Delta f_{SB}$
Kritische Betriebskraft, bei der die Restverspannkraft der Teile Null wird	$F_{Bkrit.} = F_V (1 + c_S / c_P)$



Angriff der Betriebskraft F_B innerhalb der verspannten Teile	
Scheinbare Federrate der Schhraube	$1/c'_S = 1/c_S + 1/c_a + 1/c_c$
Scheinbare Federrate der verspannten Teile	$c'_p = c_b$
Es gelten mit c'_S und c'_P, die Beziehungen der vorhergehenden Seite	



Angriff der Betriebskraft F_B in der Trennfuge der verspannten Teile	
Scheinbare Federrate der Schhraube	$1/c'_S = 1/c_S + 1/c_a + 1/c_c$
Scheinbare Federrate der verspannten Teile	$c'_p \rightarrow \infty$
Kritische Betriebskraft, bei der die Restverspannkaraft der Teile Null wird	$F_{Bkrit.} = F_V$
Schwellende Beanspruchung der Schraubverbindung Angriff der Betriebskraft unter dem Schraubenkopf und der Mutter	



Schwingende Beanspruchung	$F_{dyn} = (F_V + \Delta F_{SB}/2) \pm \Delta F_{SB}/2$

13.1.12 Flächenpressung in den Kopf- und Mutterauflageflächen

Genormte Sechskant- und Innensechskantschrauben bei Ausnutzung der Streckgrenze der Schrauben

a) Auflageflächen für Sechskantschrauben DIN EN ISO 4014 und Muttern DIN EN ISO 4032

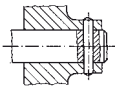
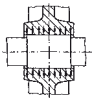
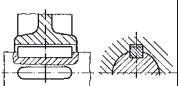
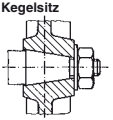
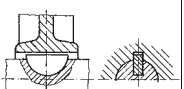
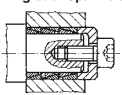
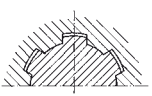
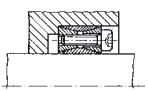
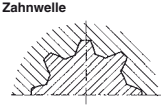
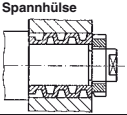
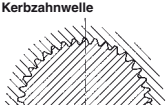
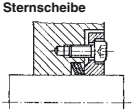
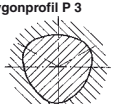
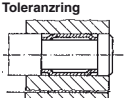
Abmessung d mm	Schlüsselweite s_{max} mm	Durchmesser des Telleransatzes $d_{w\,min}$ mm	Durchgangsbohrung (DIN EN 20273) d_h mm	Auflagefläche A_P mm²	Spannungsquerschnitt A_S mm²	Flächenpressung unter Kopf $p = \frac{A_S}{A_P} \cdot 0,7 R_{P\,0,2} \frac{N}{mm^2}$ 8.8	10.9	12.9
M 3	5,5	4,6	3,4	7,54	5,03	299	439	514
M 4	7	5,9	4,5	11,4	8,78	344	505	591
M 5	8	6,9	5,5	13,6	14,2	467	686	802
M 6	10	8,9	6,6	28,0	20,1	322	473	553
M 8	13	11,6	9	42,0	36,6	390	573	670
M 10	16	14,6	11	72,3	58,0	359	527	617
M 10	17	15,6	11	96,1	58,0	270	397	465
M 12	18	16,6	13,5	73,2	84,3	516	757	886
M 12	19	17,4	13,5	94,6	84,3	399	586	686
M 14	21	19,6	15,5	113	115	456	670	784
M 14	22	20,5	15,5	141	115	365	535	627
M 16	24	22,5	17,5	157	157	448	658	770
M 18	27	25,3	20	188	192	471	670	784
M 20	30	28,2	22	244	245	463	660	772
M 22	32	30	24	254	303	550	784	917
M 22	34	31,7	24	337	303	416	592	693
M 24	36	33,6	26	356	353	459	653	764
M 27	41	38	30	459	459	497	707	828
M 30	46	42,7	33	561	561	450	640	749

b) Auflageflächen für Innensechskantschrauben DIN EN ISO 4762, DIN 6912 ...

Abmessung d mm	Kopfdurchmesser d_K mm	Durchmesser der Auflagefläche $d_{w\,min}$ mm	Durchgangsbohrung (DIN EN 20273) d_h mm	Auflagefläche A_P mm²	Spannungsquerschnitt A_S mm²	Flächenpressung unter Kopf $p = \frac{A_S}{A_P} \cdot 0,7 R_{P\,0,2} \frac{N}{mm^2}$ 8.8	10.9	12.9
M 3	5,5	5,07	3,4	11,1	5,03	203	298	349
M 4	7	6,53	4,5	17,6	8,78	224	329	385
M 5	8,5	8,03	5,5	26,9	14,2	237	348	407
M 6	10	9,38	6,6	34,9	20,1	258	379	444
M 8	13	12,33	9	55,8	36,6	294	432	505
M 10	16	15,33	11	89,5	58,0	290	426	499
M 12	18	17,23	13,5	90,0	84,3	420	616	721
M 14	21	20,17	15,5	131	115	394	579	677
M 16	24	23,17	17,5	181	157	389	571	668
M 18	27	25,87	20	211	192	420	598	699
M 20	30	28,87	22	274	245	413	588	688
M 22	33	31,81	24	342	303	409	583	682
M 24	36	34,81	26	421	353	388	552	646
M 27	40	38,61	30	464	459	457	651	762
M 30	45	43,61	33	638	561	406	578	677

13.2 Wellen-Nabenverbindungen

13.2.1 Übersicht

Formschluss	DIN bzw. Hersteller	β_{kt}, β_{kb} [1]	Reibschluss	DIN bzw. Hersteller	β_{kt}, β_{kb} [1]
Querstift 	DIN EN ISO 8740 DIN EN ISO 2338	hoch	**Press/Schrumpfsitz** 	siehe 13.2.4 Berech-nung	1.4 . . . 1.8 1.7 . . . 2.7
Passfeder 	6885 Form A–J	1.4 . . . 2.1 1.9 . . . 2.8	**Kegelsitz** 	228; 254; 1 448; 1 449	1.25
Scheibenfeder 	6888	2 . . . 3	**Ringfeder-Spannelement** 	Ringfeder, Uerdingen	1.1 . . . 1.3 1.2 . . . 1.6
Vielkeilwelle 	DIN ISO 14 5471; 5472; 5464 Werkz. M.	1.9 . . . 2.2	**Ringfeder-Spannsatz** 	Ringfeder, Uerdingen	1.5 1.7
Zahnwelle 	5480	1.9 . . . 2.2	**Spannhülse** 	Spieth, Zell/ Neckar	1.1 . . . 1.2 1.7 . . . 2.3
Kerbzahnwelle 	5481	1.5 3.6	**Sternscheibe** 	Ring-spann, Bad Homburg	1.1 . . . 1.3 1.5 . . . 1.6
Polygonprofil P 3 	Fortuna-Werke, Bad Cannstatt Manurhin	1.1 . . . 1.3	**Toleranzring** 	Star-Kugel-halter, Schwein-furt	–

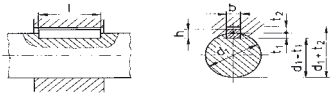
1) Kerbwirkungszahl: β_{kt} für Torsion, β_{kb} für Biegung, bei E 295/ C 35; für hochfestere Werkstoffe höher

Wellen-Nabenverbindungen lassen sich nach der Art der Kraftübertragung in form- und reibschlüssige Verbindungen unterteilen.

Die Berechnung von formschlüssigen Verbindungen erfolgt nach der zulässigen Flächenpressung an den die Normalkraft übertragenden Fügeflächen. Problematisch ist die Erfassung der Lastverteilung, die stark von der Verformung der Welle, Nabe und der Formschlusselemente sowie von den Toleranzen abhängig ist. Zur Rechnungsvereinfachung wird eine gleichmäßige Lastverteilung über der Formschlussfläche angenommen. Bei reibschlüssigen Verbindungen erfolgt die Drehmoment- und Kraftübertragung durch Reibschluss, der durch unterschiedliche Verbindungsarten erreicht wird. Reibschlüssige Verbindungen eignen sich besonders zum Übertragen von wechselnden Momenten.

13.2.2 Passfeder-Verbindung

Der wichtigste Vertreter der formschlüssigen Wellen-Nabenverbindungen ist die Passfederverbindung. Sie ist jedoch nicht für die Übertragung von stoßartigen und hohen wechselnden Drehmomenten geeignet.



b = Passfederbreite
h = Passfederhöhe
t_1 = Wellen-Nuttiefe
t_2 = Naben-Nuttiefe
l = wirksame Passfederlänge
(bei rundstirnigen b abziehen)

Sie überträgt an ihrer Stirnseite die durch das zu übertragende Moment erzeugte Umfangskraft und wird dadurch auf Flächenpressung beansprucht.

Umfangskraft: $$F_u = \frac{2 \cdot M_t}{d}$$

Flächenpressung: $$p = \frac{F_u}{(h - t_1) l \cdot i}$$

l = wirksame Passfederlänge
i = Anzahl der Passfedern
bei i = 2 nur 75 % von l einsetzen

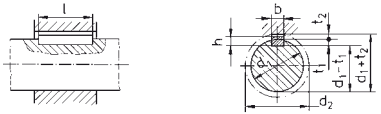
Richtwerte für die zulässigen Pressungen sind der nachstehenden Tabelle zu entnehmen.
Bei der Wellenberechnung ist der festigkeitsmindernde Einfluss der Passfederverbindung (β_{kt} = 1.4 ... 2,1; β_{kb} = 1.9 ... 2.8) zu berücksichtigen.

Richtwerte für zulässige Flächenpressungen nichtgleitender Flächen

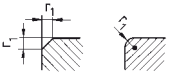
Werkstoff	zulässige Flächenpressung p_{zul} in N/mm² bei Belastung		
	ruhend	schwellend	stoßartig
Stahl, ungehärtet	100 ... 200	70 ... 150	40 ... 80
Stahl, gehärtet	150 ... 250	100 ... 170	50 ... 100
Stahlguss	100 ... 150	80 ... 100	40 ... 60
Gusseisen, Temperguss	80 ... 100	60 ... 80	30 ... 50
Kupferlegierungen (Bronze, Messing)	40 ... 50	30 ... 40	15 ... 20
AlCuMg ausgehärtet	100 ... 160	70 ... 100	40 ... 60
AlMg, AlMn, AlMgSi, ausgehärtet	80 ... 150	60 ... 90	30 ... 50
G AlSi, G AlSiMg	60 ... 70	40 ... 50	25 ... 30

Allgemein gelten die oberen Werte bei höheren Streckgrenzen, Bruchfestigkeiten und Härten der Werkstoffe, die unteren Werte entsprechend bei kleineren Festigkeitswerten.

13.2.3 Passfedern, Nuten, hohe Form DIN 6 885 T1/T2

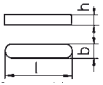


Kantenbrechung (allseitig)
Schrägung Rundung
(nach Wahl des Herstellers)



Rundung des Nutgrundes
für Welle und Nabe

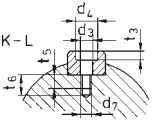
Form A rundstirnig[1)]



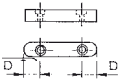
Form B geradstirnig[1)]

Form C rundstirnig Form B geradstirnig
ab 8×7 mit Bohrung für 1 Halteschraube über der Stufenlinie

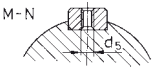
Bohrung für Halteschraube



Form E rundstirnig mit Bohrungen für 2 Halteschrauben unter der Stufenlinie
8×7 und 10×8 ab 12×8 zusätzlich mit Gewindebohrung
für 1 oder 2 Abdrückschrauben



Bohrung für Abdrückschraube



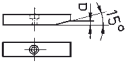
Form F geradstirnig mit Bohrungen für 2 Halteschrauben unter der Stufenlinie
8×7 und 10×8 ab 12×8 zusätzlich mit Gewindebohrung
für 1 oder 2 Abdrückschrauben

1) Sollen Passfedern Form A und B mit Bohrungen für Abdrückschrauben (S) geliefert werden, so ist dies bei Bestellung gesondert anzugeben.

Die Bezeichnung lautet dann z. B.:

Passfeder AS 12×8×56 DIN 6 885

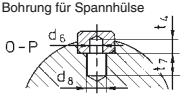
Form G geradstirnig mit Schrägung und Bohrung für 1 Halteschraube



Form H geradstirnig mit Schrägung und Bohrungen für 2 Halteschrauben

Form J geradstirnig mit Schrägung und Bohrung für 1 Spannhülse

Bohrung für Spannhülse



Bezeichnung einer Passfeder Form A, von Breite b = 12 mm, Höhe h = 8 mm und Länge l = 56 mm:
Passfeder A 12 × 8× 56 DIN 6 885
Werkstoff: T1 für h ≤ 25 mm und T2 für alle Größen St50 – 1 K, T1 für h > 25 mm St60 – 2 K . . .

13.2.3 Paßfedern, hohe Form DIN 6885 T1/T2[1)]

Passfeder-Querschnitt (Keilstahl DIN 6880)	Breite b Höhe h	4	5	6	8 7	10 8	12 8	14 9	16 10	18 11	20 12	22 14	25 14
Wellendurchmesser d_1	über bis	10 12	12 17	17 22	22 30	30 38	38 44	44 50	50 58	58 65	65 75	75 85	85 95
Welle	b fester Sitz P 9 leichter Sitz N 9	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25
	t_1 mit Rückenspiel	2,5	3	3,5	4	5		5,5	6	7	7,5	9	
Nabe	b fester SitzP 9 leichter Sitz JS 9	4	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25
	t_2 bei Rückspiel bei Übermaß[2)]	1,8 1,2	2,3 1,7	2,8 2,2	3,3 2,4			3,8 2,9	4,3 3,4	4,4	4,9 3,9	5,4 4,4	
	a $d_2 = d_1 +$ [3)]	– 4	– 5	– 6	3 8			3,5 9	4 11	4,5	5 12	5,5 14	
	Passfeder r_1 min./max. Nut r_2 max./min.	0,16/0,25 0,16/0,08	0,25/0,40 0,25/0,16			0,40/0,60 0,40/0,25					0,6/0,8 0,6/0,4		
	Welle t_1 Nabe t_2 $d_2 = d_1 +$	3 1,1 3	3,8 1,3 3,5	4,4 4	5,4 1,7 4,5	6 2,1 5,5	6 2,1 6	6,5 2,6 7	7,5 2,6 8	8 3,1 8,5	8 4,1 11	10 4,1 12	
l[4)]	von bis	(10) 8 45	(12) 10 56	(16) 14 70	(20) 18 90	(25) 22 110	(32) 28 140	(40) 36 160	45 180	50 200	56 220	63 250	70 280[5)]
Stufung von l		6 8 10 12 14 16 18 20 22 25 28 32 36 40 45 50 56 63 70 80 90 100 110 125 140 160 180 200 220 250 280[5]											
Passfeder	d_3 d_4 d_5 d_6 H 12	–			3,4 6 M 3 4		4,5 8 M 4 5	5,5 10 M 5 6	6,6 11 M 6 8				9 15 M 8 10
	t_3 t_4				2,4 4		3,2 5	4,1 6	7	4,8 8			6 10
Welle	d_1 d_6	–			M 3 4,5		M 4 5,5	M 5 6,5	M 6 9				M 8 11
	t_5 t_6 t_7				4 7	5 8 5	6 10 7	6 10 8	7 12 11	6 11	8 13 10		9 15 12
Zylinderschraube DIN 84, DIN 7984 oder DIN 6912 Spannhülse DIN 1481					M 3 × 8 4 × 8	M 3 × 10	M 4 × 10 5 × 10	M 5 ×10 6 × 12	M 6 × 12 8 × 16			M 6 ×16	M 8 ×16 10 × 20

1) Für T2 (nur Form A, C und E)gelten die Maße t_1, t_2 und d_2 in dem mit breiten Linien umrahmten Teil; alle übrigen Maße wie für Passfedern nach T1.
2) t_2 bei Übermaß ist für Ausnahmefälle vorgesehen, in denen die Passfeder nachgearbeitet (eingepasst) wird.
3) d_2 ist der kleinste Durchmesser (Innenmaß) von Teilen, die zentrisch über die Passfeder geschoben werden können.
4) In ( ) sind die kleinsten Längen der Passfedern nach T2 angegeben, sofern sie nicht mit T1 übereinstimmen.
5) Für Passfedern nach T2 nur bis 250.

13.2.4 Zylindrische Pressverbände

Zweck der Pressverbände ist das Fügen von Teilen aus wirtschaftlichen und technischen Gründen. Pressverbände sind besonders gut zum Übertragen großer Kräfte und Momente geeignet. Ihre besonderen Vorzüge liegen in einer optimalen Kraftübertragung bei gleichmäßigem Kraftfluss, ihrer hohen Gestaltfestigkeit und Betriebsfestigkeit sowie im Vermeiden von Querschnittschwächung durch zusätzliche mechanische Verbindungselemente.

Nach DIN ISO 286 versteht man unter einer Übermaßpassung eine Passung, bei der das Höchstmaß der Bohrung (Nabe) kleiner ist als das Mindestmaß der Welle, bei der also ein Übermaß vorhanden ist. Dieses Übermaß zwischen Nabe und Welle führt nach dem Fügen zu einem Pressverband mit einer auf den Fügeflächen stehenden Normalkraft. Die Normalkraft erzeugt eine Haftkraft, durch die in der Fuge von einem Teil zum anderen Längskräfte (parallel zur Achse) und Umfangskräfte bzw. Drehmomente (Kräfte, die in der Fuge tangential wirken) übertragen werden können.

Der Fügevorgang erfolgt durch:

a) Längseinpressen des Innenteils — Längspressverband
b) Schrumpfen des Außenteils (vorhergehendes Erwärmen)
c) Dehnen des Innenteils (vorhergehendes Unterkühlen)
d) Dehnen des Innenteils und Schrumpfen des Außenteils

} Querpressverband

Aus dem für die Übertragung des Momentes oder der Axialkraft erforderlichen Übermaß U kann die für den Querpressverband (b bis d) erforderliche Fügetemperatur ermittelt werden. Damit sicher montiert werden kann, muss ein Montagespiel s_M berücksichtigt werden. Bei Erwärmung des Außenteiles ist z. B. folgende Übertemperatur für die Montage erforderlich

$$U + s_M = \alpha \cdot d_{Ai} \cdot \Delta T$$

$$\Delta T = \frac{U + s_M}{\alpha \cdot d_{Ai}}$$

d_{Ai} = Durchmesser des Außenteils innen
α = Wärmeausdehnungszahl
ΔT = Übertemperatur
Stahl $\alpha = (11 \ldots 12)\ 10^{-6}$ 1/K
Gusseisen $\alpha = (\ 9 \ldots 10)\ 10^{-6}$ 1/K
Aluminium $\alpha = (23 \ldots 24)\ 10^{-6}$ 1/K

Als Temperaturquellen für das Erwärmen des Außenteiles bzw. die Unterkühlung des Innenteiles können die nachstehenden Möglichkeiten eingesetzt werden.

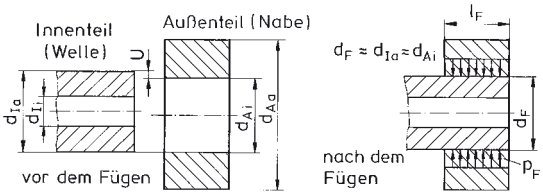
Anwärmmöglichkeit

Anwärmmöglichkeit	Anwendung bei	Hinweise
Elektro-Heizplatten	(meist kleinen) Serienteilen	Erwärmung häufig unvollkommen Gefahr örtlicher Überhitzung!
Electro-Heizkerne	Hülsen und Naben	Erreichbare Fügetemperatur: bis ≈ 50 °C
Bad-Erhitzung	Außenteilen, auf deren Fügeflächen beim Fügen Öl sein darf	natürliche organische Wärmeträger bis 300 °C; paraffin- bzw. silikonbasische Öle bis 400 °C
Heißluftöfen bzw. Heißluftkammern	Außenteilen, deren Fügeflächen trocken und frei von Oxidschichten sein müssen	üblich bis 400 °C Anwärmtemperatur; in besonderen Öfen bis 650 °C möglich

Mittel zum Unterkühlen

Mittel zum Unterkühlen	chemische Formel	Siedepunkt des Gases	Hinweise
Kohlensäure-Schnee oder Trockeneis	CO_2	–78.4 °C	Fügeteil kühlt relativ langsam ab; schnellere Abkühlung bei Einsatz von Spiritus als Wärmeträger. Beigabe von Trichloräthylen verhindert Vereisen der Fügeteil-Oberflächen
verflüssigter Stickstoff	N_2	–195.8 °C	Bei Einsatz in geschlossenen Räumen für gute Belüftung sorgen! Ansonsten keine besonderen Gefahren
Von der Verwendung verflüssigten Sauerstoffs oder verflüssigter Luft wird wegen großer Explosionsgefahr abgeraten.			

13.2.5 Berechnung eines zylindrischen Pressverbandes (Elastische Beanspruchung)



Durchmesserverhältnisse Innenteil I (Hohlwelle) (Vollwelle) Außenteil A	$Q_I = d_{Ii}/d_{Ia} \approx d_{Ii}/d_F < 1$ $Q_I = 0$ $Q_A = d_{Ai}/d_{Aa} \approx d_F/d_{Aa} < 1$
Übermaß für den Pressverband aus den Passungsangaben ermittelt	$U = d_{Ia} - d_{Ai}$
Glättungsmaß (R_Z = gemittelte Rauhtiefe)	$G = 0.8\ (R_{zIa} + R_{zAi})$
Wirksames Haftmaß	$Z = U - G$
Einschnürung des Innenteils durch die Fugenpressung	$\Delta d_{Ia} = -\frac{p_F d_F}{E_I}\left(\frac{1+Q_I^2}{1-Q_I^2} - \nu_I\right)$
Aufweitung des Außenteils durch die Fugenpressung	$\Delta d_{Ai} = -\frac{p_F d_F}{E_A}\left(\frac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2} + \nu_A\right)$

Das Haftmaß wird beim Fügen des Pressverbandes in eine Einschnürung des Innenteils und eine Aufweitung des Außenteiles gewandelt, so dass die Beziehung gilt:

$$Z = |\Delta d_{Ia}| + |\Delta d_{Ai}|$$

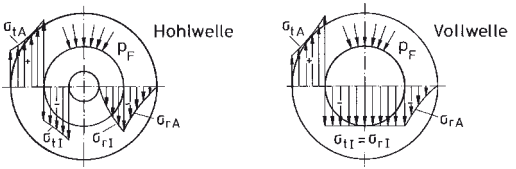
$$Z = p_F\left[\frac{d_F}{E_I}\left(\frac{1+Q_I^2}{1-Q_I^2} - \nu_I\right) + \frac{d_F}{E_A}\left(\frac{1+Q_A^2}{1-Q_A^2} + \nu_A\right)\right]$$

Aus dieser Beziehung ergibt sich der Zusammenhang zwischen dem wirksamen Haftmaß und der Fugenpressung. Die kleinste Fugenpressung ergibt sich aus dem Mindestübermaß der Passungsangabe für den Pressverband

Axialkraftübertragung Erforderliche Fugenpressung	$F_A = p_F d_F \pi l_F \mu / S$ $p_{F_{erf}} = F_A S/(d_F \pi l_F \mu)$
Momentenübertragung Erforderliche Fugenpressung	$M_t = p_F d_F \pi l_F \mu (d_F/2)/S$ $p_{F_{erf}} = 2 M_t S/(d_F^2 \pi l_F \mu)$

Haftbeiwerte bei Querpresspassungen in Längs- und Querrichtung	Haftbeiwerte μ (DIN 7190)	
	trocken	geschmiert
Stahl-Stahl-Paarung		
Druckölverband, gefügt mit Mineralöl	–	0,12
entfettete Pressflächen,m it Glyzerin gefügt	0,18	–
Schrumpfverband, Erwärmung bis zu 300 °C	–	0,14
entfettete Pressflächen, Erwärmung bis 300 °C	0,20	–
Stahl-Gusseisen-Paarung		
Druckölverband, gefügt mit Mineralöl	–	0,10
Druckölverband, entfettete Pressflächen	0,16	–
Haftbeiwerte bei Längspresspassungen		
Wellenwerkstoff: Chromstahl		
Nabenwerkstoff: St 60-2, GS-60	0,11	0,08
RSt 37-2	0,10	0,07
GG-25	0,12 . . . 0.14	0,06
Sicherheit gegen Durchrutschen		
Querpressverband	S = 1,5 . . . 2,0	
Längspressverband	S = 2,0 . . . 2,5	

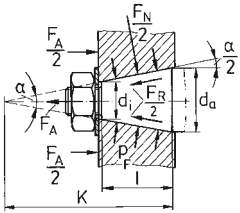
Die Spannungsverläufe im Außen- und Innenteil des zylindrischen Pressverbandes (Beanspruchung dickwandiger Rohre unter Innen- oder Außendruck) sind der Zusammenstellung der wichtigsten Beanspruchungsarten (Abschnitt Festigkeitsberechnung) zu entnehmen.

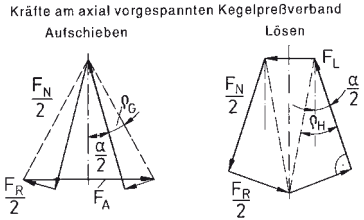


Die für den Pressverband kritischen Beanspruchungen treten in der Regel am Innenrand des Außenteiles (Nabe) auf. Im Fall einer Hohlwelle ist auch die Spannung σ_{tli} am Innenrand des Innenteiles zu überprüfen.

Spannungen am Innenrand des Außenteils	
Tangentialspannung	$\sigma_{tAi} = p_F \frac{Q_A^2 + 1}{Q_A^2 - 1}$
Radialspannung	$\sigma_{rAi} = -p_F$
Vergleichsspannung (GEH)	$\sigma_{vAi} = \sqrt{\sigma_{tAi}^2 + \sigma_{rAi}^2 - \sigma_{tAi} \cdot \sigma_{rAi}}$ $\sigma_{vAi} = p_F \frac{\sqrt{3 + Q_A^4}}{1 - Q_A^2} < \sigma_{zul}$

13.2.6 Der axial vorgesspannte Kegelpressverband



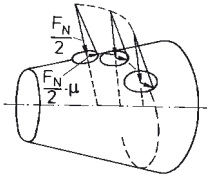


Beim axial vorgespannten Kegelpressverband wird der Fugendruck p_F durch axiales Aufschieben der Nabe auf den konischen Wellensitz mit der Kraft F_A erzeugt.

Kegel nach DIN 1 448/49	$d_\alpha/K = 1:10$; $\alpha = 5.7258° = 5°43'29''$
Aufschubkraft (Axialkraft)	$F_A = F_N [\sin(\alpha/2) + \mu \cos(\alpha/2)]$
Normalkraft	$F_N = p_F d_m \pi l/\cos(\alpha/2)$; $d_m = (d_\alpha + d_i)/2$
Fugenpressung	$p_F = F_N \cos(\alpha/2) / (d_m \pi l)$
übertragbare Umfangskraft	$F_U = \mu F_N/S$; S = Sicherheit
übertragbares Moment	$M_t = F_U d_m/2$
Lösekraft	$F_L = F_N [\sin(\alpha/2) - \mu \cos(\alpha/2)]$

Haftbeiwerte μ siehe Abschnitt „Zylindrischer Pressverband (Längspressverband)“

Im axial vorgespannten Kegelpressverband herrscht Gleichgewicht zwischen der Axialkraft F_A und der Resultierenden aus der Normalkraftkomponente $F_N \sin(\alpha/2)$ und der Reibungskomponente $F_N \mu \cos(\alpha/2)$.



Kräfte auf eine axial vorgespannte Kegelpressverbindung beim Aufschieben unter erstmaliger Drehmomentbelastung

Bei der ersten Drehmomentübertragung kommt zu den Kräften eine Umfangskraft F_U hinzu, und das durch den Fügeprozess aufgebaute Gleichgewicht wird geändert. Infolge der nun zusätzlich wirkenden Umfangskraft F_U dreht der Reibungsvektor aus der Achsrichtung in die Richtung der von F_U und $\mu \cdot F_N$ gebildeten Resultierenden, so dass nur noch eine Komponente der Reibungskraft der axialen Aufschubkraft entgegenwirkt. Als Folge schiebt die Kraft F_A die Nabe schraubenförmig etwas weiter auf den Kegelzapfen, bis die neue Gleichgewichtslage erreicht ist. Dabei geht die Axialkraft F_A zurück, wohingegen F_N und damit p_F ansteigen. Es ergibt sich dadurch eine erhöhte Sicherheit gegen Rutschen der Verbindung.

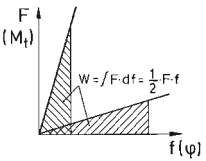
Wird in dem Kegelpressverband eine zusätzliche Passfeder (siehe DIN 1448/1449) oder Scheibenfeder verwendet, so überträgt diese allein das gesamte Drehmoment, weil sie das schraubenförmige Aufschieben verhindert. Eine Kombination von Kegelpressverband (kraftschlüssig) und Passfeder (formschlüssig) ist daher technisch nicht sinnvoll.

13.3 Elastische Elemente, Federn

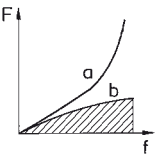
Elastische Elemente – in der Praxis Federn genannt – sind Bauteile, die sich durch ihre Fähigkeit auszeichnen, Arbeit aufzunehmen und zu speichern, nach Wunsch ganz oder teilweise wieder abzugeben oder zur Aufrechterhaltung einer Kraft zur Verfügung zu stehen. Dementsprechend erstreckt sich die Anwendung von Federn auf folgende Funktionen:

- **Arbeitsspeicher**: Speicherung von potentieller Energie (z. B. Spannfeder eines Luftgewehres, Federn von mechanischen Uhren)
- **Kraft-Weg-Wandler**: Umsetzung von Kraft in Weg (z. B. Federwagen, Dehnschrauben, Federn in Schalt- und Rutschkupplungen)
- **Energiewandler**: Dämpfung von Stößen und Schwingungen, Wandlung der Stoßenergie in Wärmeenergie (z. B. Stoßdämpfer, Puffer, Schwingmetalle).

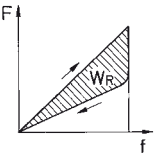
Im Folgenden sollen ausschließlich mechanische Federn betrachtet werden. Über das Verhalten einer Feder gibt das Federdiagramm oder die Federkennlinie Aufschluss. Man versteht darunter die Abhängigkeit der Federkraft (bzw. des Federdrehmomentes) von der Verformung (Längenänderung oder Verdrehwinkel).



Lineare Kennlinien



Gekrümmte Kennlinien
a progressiv; b degressiv



Kennlinienverlauf bei Dämpfungsfedern

Für lineare Federkennlinien, wie sie die meisten Metallfedern aufweisen, ist die Abhängigkeit wie folgt gegeben:

$$F = c \cdot f \qquad \text{bzw.} \qquad M_t = c_t \cdot \varphi$$

Federrate:

$$c = \frac{F}{f} \qquad\qquad c_t = \frac{M_t}{\varphi}\,.$$

Bei nichtlinearen Federn kann eine Federrate (Federsteifigkeit) für den Arbeitspunkt durch die Tangentensteigung angegeben werden

$$c = \frac{dF}{df} \qquad\qquad c_t = \frac{dM_t}{d\varphi}\,.$$

Die elastische Federarbeit W ist diejenige Energie, die in einer Feder beim Einwirken einer äußeren Belastung als potentielle gespeichert wird. Sie ist durch den Flächeninhalt unterhalb der Federkennlinie gegeben

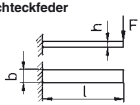
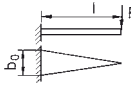
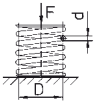
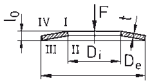
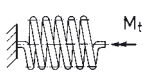
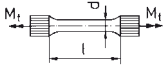
$$W = \int_0^f F df \qquad \text{bzw.} \qquad W = \int_0^\varphi M_t d\varphi\,.$$

Bei Federn mit linearer Kennlinie wird zwischen dem unbelasteten Zustand und der Belastung folgende elastische Federarbeit gespeichert:

$$W = \frac{1}{2} \cdot cf^2 = \frac{1}{2} F \cdot f \qquad \text{bzw.} \qquad W = \frac{1}{2} \cdot c\varphi^2 = \frac{1}{2} M_t \cdot \varphi\,.$$

Wird eine Feder wiederholt belastet und entlastet, so ist bei genügender Dämpfungsfähigkeit (Werkstoffdämpfung oder äußere Reibung) die Kennlinie für die Belastung und Entlastung unterschiedlich. Die von diesen beiden Kennlinien umschlossene Fläche ist ein Maß für die Dämpfungsarbeit W_R.

13.3.1 Federraten, Verformungen und Beanspruchung metall. Federn

Federart	Federrate c, c_t Verformung f, φ	Haupt- beanspruchung	Gestalt- nutzwert
Rechteckfeder  	$c = \frac{3EI_a}{l^3} = \frac{bh^3E}{4l^3}$ $f = \frac{Fl^3}{3EI_a} = \frac{4Fl^3}{bh^3E}$	$\sigma_b = \frac{M_b}{W_a} = \frac{6Fl}{bh^2}$	$\eta_A = \frac{1}{9}$
Dreieckfeder  	$c = \frac{2EI_0}{l^3} = \frac{b_0h^3E}{6l^3}$ $f = \frac{Fl^3}{2EI_0} = \frac{6Fl^3}{b_0h^3E}$	$\sigma_b = \frac{M_b}{W_0} = \frac{6Fl}{b_0h^2}$ $b(x) = (b_0/l)x$	gleiche Beanspru- chung $\eta_A = \frac{1}{3}$
Zyl. Schraubenfeder  	$c = \frac{Gd^4}{8iD^3}$ $f = \frac{8FiD^3}{Gd^4}$ i = Windungszahl	$\tau = \frac{M_t}{W_p} = \frac{8FD}{\pi d^3}$	$\eta_A = \frac{1}{2}$
Tellerfeder  	$c \approx \frac{4E}{1-\nu^2}\,\frac{t^3}{K_1D_e^2}$ 1) für $(l_0 - t)/t$ £ 0,4 $D_e/D_i = 2$; $K_1 = 0{,}69$	$\sigma_{I,II} \approx \pm F\frac{K_3}{t^2}$ $\sigma_{III,IV} \approx \pm F\frac{K_3}{t^2}\,\frac{D_i}{D_e}$ $K_3 = 1.38$	$\eta_A < \frac{1}{3}$
Spiralfeder 	$c_t = \frac{EI_a}{l} = \frac{Ebs^3}{12 \cdot l}$ $\varphi = \frac{M_tl}{EI_a} = \frac{12M_tl}{bs^3E}$ l = Länge der Feder	$\sigma_b = \frac{M_t}{W_a} = \frac{6M_t}{bs^2}$ $M_b = M_t$ = const.	Rechteck- querschnitt b, s $\eta_A = \frac{1}{3}$
Zyl. Schraubenbiegefeder  	$c_t = \frac{EI_a}{l} = \frac{E\pi d^4}{64 \cdot l}$ $\varphi = \frac{M_tl}{EI_a} = \frac{64M_tl}{\pi d^4E}$ l = Länge der Windungen	$\sigma_b = \frac{M_t}{W_a} = \frac{32M_t}{\pi d^3}$ $M_b = M_t$ = const.	Kreis- querschnitt d $\eta_A = \frac{1}{4}$
Drehstabfeder  	$c_t = \frac{GI_p}{l} = \frac{G\pi d^4}{34 \cdot l}$ $\varphi = \frac{M_tl}{GI_p} = \frac{32M_tl}{\pi d^4G}$	$\tau = \frac{M_t}{W_p} = \frac{16M_t}{\pi d^3}$	$\eta_A = \frac{1}{2}$

1) genauere Berechnung siehe DIN 2092

13.3.2 Federraten für einige elastische Systeme

Biegestab beidseitig gelagert

$$c = \frac{3EI_a l}{a^2 b^2}$$

Sonderfall a = b = l/2

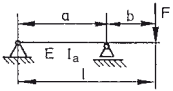
$$c = \frac{48EI_a}{l^3}$$

Pendelstütze

$$c = \frac{EA}{l}$$

E·A = Längssteifigkeit

Biegestab mit überkragendem Ende

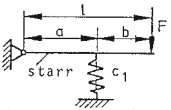


$$c = \frac{3EI_a}{(a+b)b^2}$$

Sonderfall a = b = l/2

$$c = \frac{12EI_a}{l^3}$$

Drehbarer Stab, federgestützt

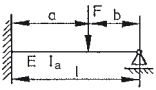


$$c = c_1\left(\frac{a}{l}\right)^2$$

$$c = \frac{c_1}{4}$$

Sonderfall a = b = l/2

Biegestab eingespannt und gestützt

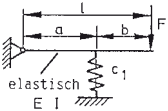


$$c = \frac{12EI_a l^3}{a^3 b^2 (3l + b)}$$

Sonderfall a = b = l/2

$$c = \frac{768EI_a}{7 \cdot l^3}$$

Drehbarer Stab, federgestützt

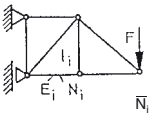


$$\frac{1}{c_{ges.}} = \frac{1}{c_1}\left(\frac{l}{a}\right)^2 + \frac{(a+b)b^2}{3EI_a}$$

Biegestab eingespannt und geführt

$$c = \frac{12EI_a}{l^3}$$

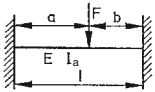
Fachwerke



$$c = „1“F\sum_{i=1}^{n}\frac{E_i A_i}{N_i \overline{N}_i l_i}$$

$\overline{N}_i$ = Normalkräfte infolge „1“

Biegestab beidseitig eingespannt

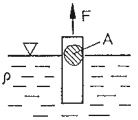


$$c = \frac{3EI_a l^3}{a^3 b^3}$$

Sonderfall a = b = l/2

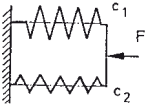
$$c = \frac{192I_a}{l^3}$$

Auftrieb



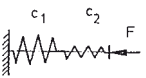
$$c = A \cdot \rho \cdot g$$

Federn parallel



$$c_{ges.} = c_1 + c_2$$

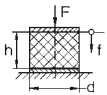
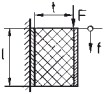
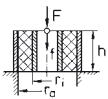
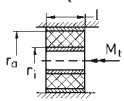
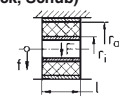
Federn in Reihe



$$\frac{1}{c_{ges.}} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}$$

$$c_{ges.} = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$$

13.3.3 Verformung, Federrate und Beanspruchung von Gummifedern

Federart	Verformung f/Federrate c	Beanspruchung
Scheibenfeder (Druck) 	$f = \frac{Fh}{EA} = \frac{4Fh}{E\pi d^2}$ $c = \frac{F}{f} = \frac{EA}{h} = \frac{E\pi d^2}{4h}$ Formfaktor $k = \frac{d}{4h}$	$\sigma_d = E\,\varepsilon = \frac{F}{A};\ \varepsilon = \frac{f}{h}$ $F_{zul} = \frac{\pi d^2}{4}\sigma_{zul}$
Reckteckfeder (Schub) 	$f = \frac{F\,t}{G\,A} = \frac{F\,t}{G\,b\,l}$ $c = \frac{F}{f} = \frac{G\,b\,l}{t}$ Breite b	$\tau = G\gamma = \frac{F}{A};\ \gamma = \frac{f}{t}$ $F_{zul} = G\,b\,l\,\gamma_{zul}$
Hülsenfeder (Schub) 	$f = \frac{F}{2\pi hG}\ \ln\frac{r_a}{r_i}$ $c = \frac{F}{f}$	$\tau_i = \frac{F}{A_i} = \frac{F}{2\pi r_i h}$ $F_{zul} = 2\,\pi r_i\,hG\gamma_{zul}$
Hülsenfeder (Drehschub) 	$\varphi = \frac{M_t}{4\pi lG}\left(\frac{1}{r_i^2} - \frac{1}{r_a^2}\right)$ $c_t = \frac{M_t}{\varphi}$	$\tau_i = \frac{F}{A_i} = \frac{M_t}{2\pi r_i^2 l}$ $M_{t\,zul} = 2\,\pi G r_i^2 l\,\gamma_{zul}$
Hülsenfeder (Druck, Schub) 	$f = \frac{F}{\pi l(E+G)}\ \ln\frac{r_a}{r_i}$ $c = \frac{F}{f}$	$\sigma_{d\,max} = \frac{2}{\pi}\frac{F_{max}}{l r_i}$ $F_{zul} = \frac{\pi\,l\,r_i}{2}\sigma_{d\,zul}$

Anhaltswerte für die überschlägige Berechnung von Gummifedern

Shore-Härte Sh (A)	E-Modul E_{st} N/mm²		G-Modul G_{st} N/mm²	Zul. stat. Verformung bei Dauerbelastung %		Zul. stat. Spannung bei Dauerbelastung N/mm²		
–	Druck k = 1/4	Druck k = 1,0	–	Druck	Schub Zug	Druck k = 1/4	Druck k = 1,0	Schub Zug
30	1,1	4,5	0,3		50 . . . 75	0,18	0,7	0,20
40	1,6	6,5	0,4		45 . . . 70	0,25	1,0	0,28
50	2,2	9,0	0,55	10 . . . 15	40 . . . 60	0,36	1,4	0,33
60	3,3	13,0	0,8		30 . . . 45	0,50	2,0	0,36
70	5,2	20,0	1,3		20 . . . 30	0,80	3,2	0,38
Zulässige Wechselbeanspruchungen 1/3 bis 1/2 der zulässigen stat. Beanspruchungen.								

13.3.4 Eigenschaften von Elastomeren für Gummifedern

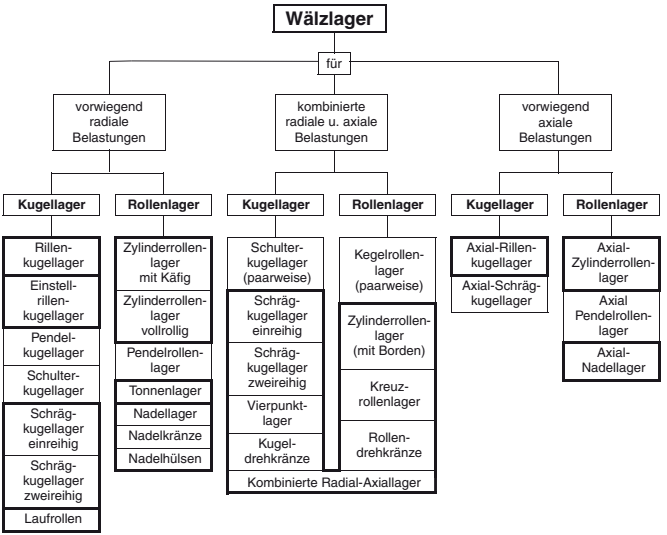
Elastomere mit Kurzzeichen und Handelsnamen-Beispiel / Eigenschaften	Styrol-Butadien-Kautschuk	Naturkautschuk (Polyisopren)	Butyl-Kautschuk	Ethylen-Propylen-Dien-Kautschuk	Chlorbuladien-Kautschuk	Acrylnitril-Butadien-Kautschuk	Polyurethan-Kautschuk	Silikon-Kautschuk	Polyacrylat-Kautschuk (PA)	Fluor-Kautschuk
	SBR	NR	JIR	EPDM	CR	NBR	AU, EU	VMQ	ACM	FKM
	Buna, Hüls	Gummi	Butyl	Buna AP	Neopren	Perbunan	Vulkollan	Silopren	Cyanacryl	Viton
Dichte in t/m^3	0,92	0,95	0,93	–	1,23	0,98	1,26	1,19	–	–
Zugfestigkeit in N/mm^2 (DIN 53 504)	... 24	... 28	... 15	18	20... 27	22... 27	30... 32	... 10	15	15
Bruchdehnung in % Höchstwert (DIN 53 504)	700	1000	900	800	800	800	600	500	–	–
Shorehärte A (sh) (DIN 53 505)	40... 95	30... 98	40... 90	40... 90	40... 95	40... 95	65... 95	40... 90	55... 85	60... 90
Temperatureinsatzbereich in °C	–30... +90	–40... +70	–25... +110	–35... +130	–25... +100	–25... +100	–15... +80	–60... +200	–15... +150	–20... +220
Ölbeständigkeit	gering	gering	gering	mittelmäßig	mittelmäßig	gut	sehr gut	gut	sehr gut	sehr gut
Benzinbeständigkeit	–	–	–	–	–	gut	gut	mittelmäßig	sehr gut	sehr gut
Ozonbeständigkeit	gering	gering	sehr gut	hervorragend	gut	gering	sehr gut	sehr gut	sehr gut	sehr gut
Kriechfestigkeit	sehr gut	hervorragend	mittel	gut	gut	sehr gut	gut	gut	gut	gut
Rückprallelastizität	gut	sehr gut	gering	gut	gut	gut	sehr gut	gut	gering	gering
Dämpfung	gut	mittelmäßig	hervorragend	gut	gut	sehr gut	gut	gut	sehr gut	hervorragend
Abriebfestigkeit	sehr gut	sehr gut	–	–	gut	–	sehr gut	–	–	–
Haftfestigkeit an Metall	gut	hervorragend	mittelmäßig	mittelmäßig	gut	sehr gut	sehr gut	mittel	mittel	gut
Spezielle Eigenschaften		c)	a) b)	–	–	–	e)	d)	e)	b)
Verarbeitbarkeit					–	–	–	–	hell herstellbar	schwer
Elektr. Isolierfähigkeit	gut	sehr gut	sehr gut	sehr gut	gering	–	gering	gut	mäßig	gut
Preis	tief	tief	tief	tief	mäßig	mäßig	mittel	hoch	hoch	sehr hoch

a) Gasdurchlässigkeit sehr gering
b) Säurebeständigkeit gut
c) Brennbar
d) Flammwidrig
e) Wasserempfindlich bei 40 °C

Quelle: Dubbel

13.4 Wälzlager

13.4.1 Wälzlager-Bauformen-Übersicht



Jede Wälzlagerbauform hat charakteristische Eigenschaften, die sie für bestimmte Lagerungsfälle besonders geeignet machen. Allgemein gültige Regeln für die Wahl der Lagerart lassen sich nicht aufstellen, da meist mehrere Faktoren berücksichtigt und gegeneinander abgewogen werden müssen. In vielen Fällen ist mindestens eine der Hauptabmessungen des Lagers – meist der Bohrungsdurchmesser – durch die Konstruktion bereits festgelegt. Für kleine Wellendurchmesser kommen hauptsächlich Rillenkugellager, für große Wellendurchmesser Rillenkugellager, Zylinderrollenlager und Pendelrollenlager in Frage.

Wenn in radialer Richtung wenig Platz zur Verfügung steht, müssen Lager mit geringer Querschnittshöhe gewählt werden (z. B. Nadelkränze; Nadellager ohne oder mit Innenring, Rillenkugellager und Pendelrollenlager bestimmter Reihen).

Bei axial beschränktem Einbauraum eignen sich bestimmte Lagerreihen von einreihigen Zylinderrollenlagern oder Rillenkugellagern (für radiale und kombinierte Belastungen) sowie Axial-Nadelkränze, Axial-Nadellager oder Axial-Rillenkugellager bestimmter Reihen (für axiale Belastungen).

Die Größe der Belastung ist in erster Linie für die Bestimmung der Lagergröße ausschlaggebend. Im Allgemeinen können bei gleichen äußeren Abmessungen Rollenlager höher belastet werden als Kugellager. Bei kleinen und mittleren Belastungen werden daher meist Kugellager, bei höheren Belastungen und größeren Wellendurchmessern häufig nur Rollenlager verwendet.

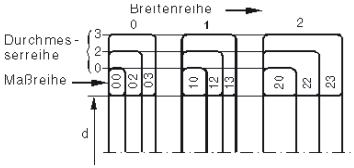
13.4.2 **Wälzlager-Bauformen und ihre Bezeichnungen** (DIN 623, Auszug)

Bauform	Benennung	Lagerart	Lagerreihe Maßreihen nach DIN 616	DIN
	Rillenkugellager (einreihig) (zweireihig)	6 4	18 28 38 19 39 10 02 03 04[1)] 22[1)]	625 Teil 1/3
	Pendelkugellager	1	02 03[1)] 22 23[2)]	630
	Schrägkugellager (einreihig) (zweireihig)	7 0	02 03[1)] 32 33[3)]	628 Teil 1/3
	Axial-Rillen- (eins. wirkend) kugellager (zweis. wirkend)	5	11 12 13 14 22 23 24	711 715
	Zylinder- (einreihig) rollenlager (zweireihig)	NU NNU	10 20 22 23 02 03 04[1)] 49	5 412 Teil 1/4
	Zylinderrollenlager (zweireihig, vollrollig)	NNC NNCF NNCL	48 49	5 412 Teil 9
	Pendelrollenlager	2	39 30 40 31 41 22 32 23	635 Teil 2
	Axial-Pendelrollenlager	2	92 93 94	728
	Kegelrollenlager	3	29 20 30 31 02 22 32 03 13 23	720
	Axial-Zylinderrollenlager (einseitig wirkend)	8	11 12	722
	Nadellager	NA	48 49	617
	Kombiniertes Nadellager	NKIA	59	5 429 Teil 2
	Nadelkranz	K	Die Maßreihen sind nicht in DIN 616 definiert Abmessungen nach DIN 5 405 T1/T2	5 405 Teil 1
	Axial-Nadelkranz	AXK		5 405 Teil 2

1) Das Zeichen für die Breitenreihe wird bei der Bildung der Zeichengruppe für die Lagerreihe unterdrückt.
2) Das Zeichen für die Lagerart „1“ wird bei der Bildung der Zeichengruppe für die Lagerreihe unterdrückt.
3) Das Zeichen für die Lagerart „0“ wird bei der Bildung der Zeichengruppe für die Lagerreihe unterdrückt.

13.4.3 Maßreihen nach DIN 616 (Juni 2000)

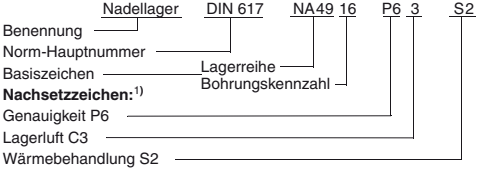
In DIN 616 sind Maßpläne für Wälzlager festgelegt. Die Kurzzeichen der in ihnen enthaltenen Maßreihen setzen sich aus der Kennziffer der Breiten- bzw. der Höhenreihe an erster Stelle und der Kennziffer bzw. dem Kurzzeichen der Durchmesserreihe an zweiter Stelle zusammen. Ein Beispiel für die Bildung von Maßreihen ist nachstehend dargestellt. Die für die einzelnen Lagerarten bestehenden Maßreihen können DIN 616 entnommen werden.



13.4.4 Bohrungskennzahlen für die Lagerbohrung

Bohrungsdurchm. mm über	bis	Bohrungsdurchm. mm Beispiele	Bohrungskennzahl	Bemerkung
–	10	2,5 3 8	/2,5 /3 /8	Das Bohrungsmaß in mm wird unverschlüsselt an das Kurzzeichen für die Lagerreihe angehängt
		In folgenden Ausnahmen wurde der Schrägstrich weggelassen:		Rillenkugellager: 607, 608, 609, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 634, 635, Pendelkugellager: 126, 127, 129, 135
10	17	10 12 15 17	00 01 02 03	Für alle Lagerreihen mit Ausnahme Reihen E
17	480	20 100 200 480	04 20 40 96	Bohrungskennzahl = 1/5 des Bohrungsdurchmessers in mm. Für Durchmesser bis 45 mm wird vor die Bohrungskennzahl eine „0“ gesetzt.
480	alle Größen	500 600	/500 /600	Bohrungsdurchmesser in mm durch Schrägstrich getrennt an die Lagerreihe.

Beispiel: Bezeichnung des Nadellagers



Lagerreihe
NA 49

Bohrungsdurchmesser
d = 5 · 16 = 80 mm

1) Nachsetzzeichen werden hinter das Basiszeichen gesetzt. Sie ergänzen den Bezeichnungsteil und bestimmen Normal-, Varianten- oder Sonderausführungen des Lagers (siehe DIN 623 bzw. Kataloge der Hersteller).

13.4.5 Tragfähigkeit und Lebensdauer

Die Bestimmung der erforderlichen Lagergröße geht von den Anforderungen an Belastbarkeit, Lebensdauer und Betriebssicherheit des Wälzlagers aus. Als Maß für die Tragfähigkeit eines Wälzlagers werden bei der Lagerberechnung die **Tragzahlen** verwendet, wobei für umlaufende Lager (dynamische Belastung) die **Dynamische Tragzahl**, für Lager ohne oder mit selten auftretender Drehbewegung (statische Belastung) die **Statische Tragzahl** maßgebend ist.

C **Dynamische Tragzahl.** Sie ist die Belastung unveränderlicher Größe und Richtung, bei der eine genügend große Menge gleicher Lager eine nominelle Lebensdauer von 10^6 Umdrehungen bei Wälzlagern für Drehbewegung erreicht.

C_0 **Statische Tragzahl.** Sie stellt diejenige Belastung in Lager-Hauptlastrichtung dar, bei der die Hertz'sche Pressung zwischen Rollkörpern und Laufbahnen an der höchstbelasteten Stelle im Lager den Wert

4 000 N/mm² für Rollenlager
4 200 N/mm² für Kugellager
4 600 N/mm² für Pendelkugellager

erreicht.

13.4.5.1 Dynamische Tragfähigkeit und Lebensdauer

Die **Dynamische Tragfähigkeit** eines Wälzlagers wird durch das Ermüdungsverhalten des Werkstoffes bestimmt, wobei die Lebensdauer als Ermüdungszeitraum von der Belastung und Drehzahl des Lagers sowie von der statistischen Zufälligkeit des ersten Schadenseintritts abhängt. Zur Beschreibung der Dynamischen Tragfähigkeit werden die Begriffe **Dynamische Tragzahl** und **Nominelle Lebensdauer** (Rechnerische Lebensdauer) eingeführt.

Lebensdauer

Die nominelle Lebensdauer wird wie folgt berechnet:

Radiallager, Axiallager $L = \left(\frac{C}{P}\right)^p$ in 10^6 Umdr. (1)

$$L_h = \frac{16666}{n}\left(\frac{C}{P}\right)^p \quad \text{in h} \qquad (2)$$

Hierin bedeuten:

L, L_h Nominelle Lebensdauer L in 10^6 Umdrehungen bzw. L_h in Betriebsstunden, die von 90 % einer genügend großen Menge gleicher Lager erreicht oder überschritten wird, bevor die ersten Anzeichen einer Werkstoffermüdung auftreten.

C	Dynamische Tragzahl in N	p	Lebensdauerexponent
P	Äquivalente Lagerbelastung in N	p = 3	für alle Arten von Kugellagern
n	Betriebsdrehzahl in min^{-1}	p = 10/3	für alle Arten von Rollenlagern

Wälzlager werden bei einem Belastungsverhältnis C/P unter 6 als hoch, zwischen 6 und 15 als mittel und bei Werten über 15 als niedrig belastet angesehen.

Ist die Betriebsdrehzahl n konstant, so kann die Lebensdauer L_h in Betriebsstunden entsprechend Gleichung (2) berechnet werden.

Quelle: INA-Schaeffler KG

Modifizierte nominelle Lebensdauer

Für die Fälle, in denen neben Last und Drehzahl weitere Einflüsse bei der Berechnung der Lebensdauer berücksichtigt werden sollen, gibt DIN ISO 281 eine erweiterte Lebensdauergleichung an:

$$L_{na} = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot L \qquad (3)$$

Hierin bedeuten:

L_{na} modifizierte nominelle Lebensdauer für besondere Werkstoffeigenschaften und Betriebsbedingungen bei einer Erlebenswahrscheinlichkeit von (100 – n) %.

a_1 Lebensdauerbeiwert für eine von 90 % abweichende Erlebenswahrscheinlichkeit

Lebensdauerbeiwert a_1

Erlebenswahrscheinlichkeit %	a_1
90	1
95	0,62
96	0,53
97	0,44
98	0,33
99	0,21

a_2 Lebensdauerbeiwert für besondere Werkstoffeigenschaften.
Für Standard-Wälzlagerstähle gilt: $a_2 = 1$.

a_3 Lebensdauerbeiwert für besondere Betriebsbedingungen, insbesondere für den Schmierungszustand.

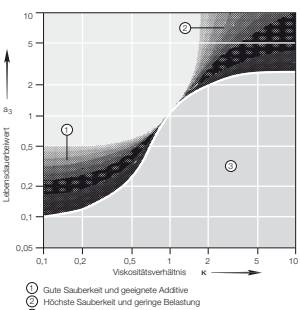


Bild 1

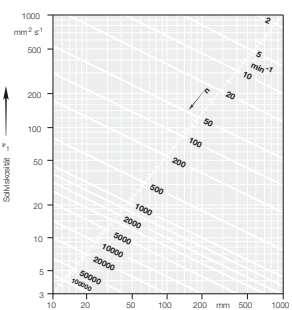


Bild 2

Der Lebensdauerbeiwert a_3 kann in Abhängigkeit vom Viskositätsverhältnis $\kappa = \nu/\nu_1$ aus Bild 1 abgelesen werden. Hierbei ist ν die vorhandene kinematische Viskosität des Schmierstoffes bei Betriebstemperatur und ν_1 die zur ausreichenden Schmierfilmausbildung erforderliche Sollviskosität nach Bild 2. Bei Fettschmierung ist die Viskosität des Grundöles maßgebend.

L nominelle Lebensdauer, siehe Gleichung (1)

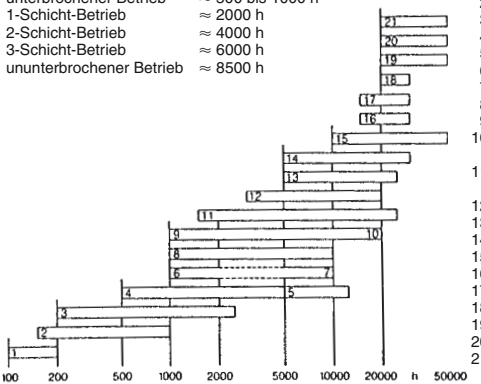
Die erweiterte Berechnung der modifizierten nominellen Lebensdauer kann nach Abschnitt II/3 „Wälzlagertechnik – Grundlagen“ erfolgen.

Erforderliche Lebensdauer

Ist die erforderliche Lebensdauer aus den Bedingungen des Maschinenbetriebs und den Ansprüchen an die Betriebssicherheit bekannt, so kann mit Hilfe der Lebensdauergleichungen die richtige Lagergröße gewählt werden. Liegen keine Angaben über die erforderliche nominelle Lebensdauer vor, sind Anhaltswerte aus dem folgenden Bild zu entnehmen.

Anhaltswerte für die nominelle Lebensdauer von Wälzlagern

Betriebsart	Betriebsstunden/Jahr
unterbrochener Betrieb	≈ 500 bis 1000 h
1-Schicht-Betrieb	≈ 2000 h
2-Schicht-Betrieb	≈ 4000 h
3-Schicht-Betrieb	≈ 6000 h
ununterbrochener Betrieb	≈ 8500 h



1 Heimwerkergeräte
2 Handwerkergeräte
3 Haushaltsgeräte
4 Landmaschinen
5 Ackerschlepper
6 Personenkraftwagen (Pkw)
7 Lastkraftwagen (Lkw)
8 Baumaschinen
9 Hydraulikaggregate, mobil
10 Hydraulikaggregate, stationär
11 Büro- und Datenverarbeitungsmaschinen
12 Verdichter
13 Handhabungsgeräte
14 Industriegetriebe
15 Baustoffmaschinen
16 Brecher
17 Werkzeugmaschinen
18 Extruder
19 Walzwerke
20 Textilmaschinen
21 Druckmaschinen

Gebrauchsdauer

Unter der Gebrauchsdauer wird die tatsächlich erreichte Lebensdauer eines Wälzlagers verstanden, die von der errechneten nominellen Lebensdauer abweichen kann. So können Fluchtungsfehler zwischen Welle und Gehäuse, Verschmutzung der Lager, überhöhte Betriebstemperatur oder unzureichender Schmierungszustand zu einem vorzeitigen Ausfall der Lager durch Verschleiß oder Ermüdung führen.

Ungünstige Betriebsbedingungen wie oszillierende Lagerbewegung mit sehr kleinen Schwenkwinkeln oder Vibrationsbeanspruchung bei Lagerstillstand können ebenfalls zum vorzeitigen Lagerausfall durch Riffelbildung führen.

Bei der Vielfalt der Einbau- und Betriebsverhältnisse ist es nicht möglich, die Gebrauchsdauer der Lager exakt vorauszubestimmen. Der sicherste Weg zu einer zutreffenden Abschätzung der Gebrauchsdauer ist nach wie vor der Vergleich mit ähnlichen Einbaufällen.

Einflüsse auf die Dynamische Tragfähigkeit

Die in Wälzlagerkatalogen angegebenen Dynamischen Tragzahlen gelten normalerweise für eine Härte der Laufbahnen und Wälzkörper von 670 +170 HV bei dem für Wälzlagerteile charakteristischen Feingefüge.

Einfluss der Laufbahnhärte

Weist eine der Laufbahnen eine geringere Härte als 670 HV auf, so sinkt die Dynamische Tragzahl auf den geringeren Wert C_H ab; dies wird durch folgende Korrekturgleichung berücksichtigt:

$$C_H = f_H \cdot C \qquad (4)$$

Hierin bedeuten: C_H Wirksame Dynamische Tragzahl in N

f_H Dynamischer Härtefaktor

C Dynamische Tragzahl in N

Dynamischer Härtefaktor

Härte	Vickers HV	700	650	600	550	500	450	400	350	300	250	200
	Rockwell HRC[1)]	60,1	57,8	55,2	52,3	49,1	45,3	40,8	35,5	29,8	22,2	–
	Brinell HB[1)]	–	–	–	–	–	428	380	333	285	238	190
Härtefaktor	f_H	1	0,93	0,78	0,65	0,52	0,42	0,33	0,25	0,18	0,12	0,07

1) Umgewertet nach DIN 50150

Einfluss der Lagertemperatur

Bei hohen Betriebstemperaturen erfolgt bei allen Wälzlagern ein Härteabfall des Werkstoffes, der auf bleibenden Gefügeveränderungen beruht. Die dadurch bedingte Minderung der Dynamischen Tragfähigkeit wird durch nachstehende Korrekturgleichung berücksichtigt:

$$C_T = f_T \cdot C \qquad (5)$$

Hierin bedeuten: C_T Wirksame Dynamische Tragzahl in N

f_T Temperaturfaktor

C Dynamische Tragzahl in N

Temperaturfaktor

Lagertemperatur °C	125	150	175	200	250	300
Temperaturfaktor f_T	1	1	0,92	0,88	0,73	0,6

Wälzlager können im allgemeinen bis +120 °C, bei kurzzeitig wirkenden Spitzentemperaturen bis +150 °C eingesetzt werden. Für Lager, die dauernd bei höheren Temperaturen betrieben werden, ist eine Stabilisierung erforderlich, da bei höheren Temperaturen eine teilweise Gefügeumwandlung im Werkstoff, verbunden mit Maßänderungen, auftreten kann.

Die Stabilisierung ist mit einem Härteabfall und einer Minderung der Tragfähigkeit verbunden. Die wirksame Tragfähigkeit ergibt sich durch Multiplikation der in den Maßtabellen angeführten Tragzahlen mit dem Temperaturfaktor f_T.

Äquivalente dynamische Lagerbelastung

In den Lebensdauergleichungen wird vorausgesetzt, dass die Lagerbelastung P und die Drehzahl n konstant sind. Diese Bedingungen sind in vielen Fällen aber nicht erfüllt. Daher müssen äquivalente Betriebswerte bestimmt werden, welche die gleiche Auswirkung auf die Lebensdauer haben wie die tatsächlich wirkenden veränderlichen Beanspruchungen.

Kombinierte Lagerlast

Liegt kombinierte Lagerlast aus einer Radiallast und einer Axiallast vor, so wird die äquivalente dynamische Lagerbelastung wie folgt ermittelt:

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a \tag{6}$$

Hierin sind:

P	die äquivalente dynamische Lagerbelastung in N
F_r	die Radialkomponente der Belastung in N
F_a	die Axialkomponente der Belastung in N
X	der Radialfaktor des Lagers
Y	der Axialfaktor des Lagers

Sämtliche für die Berechnung der äquivalenten dynamischen Lagerbelastungen erforderlichen Angaben können den Wälzlagerkatalogen entnommen werden.

Veränderliche Lagerdrehzahl

Liegt eine während des Zeitraumes T mit der Zeit t veränderliche Lagerdrehzahl n(t) vor, so ist in der Lebensdauergleichung (2) mit der mittleren Drehzahl nach folgender Beziehung zu rechnen:

$$n = \frac{1}{T} \int_0^T n(t)\, dt \tag{7}$$

Stufenweise veränderliche Lagerdrehzahl

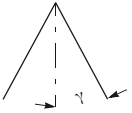
Bei stufenweise veränderlicher Drehzahl n_i im Zeitraum T kann Gleichung (7) durch die einfachere Summenformel über die z Zeitabschnitte Δt_i ersetzt werden, wobei die $q_i = (\Delta t_i/T) \cdot 100$ die jeweiligen Anteile der Wirkungsdauer in % bedeuten:

$$n = \frac{q_1 \cdot n_1 + q_2 \cdot n_2 + \ldots + q_z \cdot n_z}{100} \tag{8}$$

Oszillierende Lagerbewegungen

Bei oszillierender Lagerbewegung wird die äquivalente Drehzahl zur Verwendung in der Lebensdauergleichung (2) nach folgender Beziehung ermittelt:

$$n = n_{osz} \cdot \frac{\gamma}{90°} \tag{9}$$



Hierin bedeuten:

n	äquivalente Drehzahl in min^{-1}
n_{osz}	Frequenz der Hin- und Herbewegung in min^{-1}
γ	Schwingungsamplitude in Grad

Veränderliche Lagerbelastung und konstante Drehzahl

Folgt eine mit der Zeit t veränderliche Lagerbelastung im Zeitraum T einer eindeutig definierten Funktion F(t), so ergibt sich aus dem Lebensdauergesetz folgende Beziehung für die äquivalente Lagerbelastung:

$$P = \sqrt[p]{\frac{1}{T}\int_0^T F^p(t)\,dt} \qquad (10)$$

Periodisch veränderliche Lagerbelastung

Die Berechnung der äquivalenten Lagerbelastung erfolgt auch bei periodischem Lastverlauf grundsätzlich nach Gleichung (10). Für eine in einem bestimmten Zeitabschnitt bei konstanter Drehzahl linear veränderlichen Last zwischen einem Kleinstwert F_{min} und einem Größtwert F_{max} wird die äquivalente dynamische Belastung

$$= \frac{F_{min} + 2 \times F_{max}}{3} \qquad (11)$$

Stufenweise veränderliche Lagerbelastung

Bei stufenweise veränderlicher Belastung F_i im Zeitraum T kann die allgemeine Gleichung (10) durch die einfachere Summenformel über die z Zeitabschnitte Δt_i ersetzt werden, wobei die $q_i = (\Delta t_i/T) \cdot 100$ die jeweiligen Anteile der Wirkungsdauer in % bedeuten:

$$P = \sqrt[p]{\frac{q_1 \cdot F_1^p + q_2 \cdot F_2^p + \ldots + q_z \cdot F_z^p}{100}} \qquad (12)$$

Veränderliche Drehzahl und Lagerbelastung

Sind die Drehzahl und die Lagerbelastung im Zeitraum T eindeutig definierte Zeitfunktionen n(t) und F(t), so wird die äquivalente Drehzahl nach Gleichung (7) bestimmt, während sich die äquivalente Lagerbelastung aus nachstehender Berechnung ergibt:

$$P = \sqrt[p]{\frac{\int_0^T n(t) \cdot F^p(t)\,dt}{\int_0^T n(t)\,dt}} \qquad (13)$$

Stufenweise veränderliche Drehzahl und Lagerbelastung

Bei stufenweise veränderlichen Beanspruchungsgrößen n_i und F_i im Zeitraum T kann zur Berechnung der äquivalenten Drehzahl die Gleichung (8) herangezogen werden; für die äquivalente Belastung gilt hier die aus Gleichung (13) abgeleitete Summenformel über die z Zeitabschnitte Δt_i, wobei die $q_i = (\Delta t_i/T) \cdot 100$ die jeweiligen Anteile der Wirkungsdauer in % bedeuten:

$$P = \sqrt[p]{\frac{q_1 \cdot n_1 \cdot F_1^p + q_2 \cdot n_2 \cdot F_2^p + \ldots + q_z \cdot n_z \cdot F_z^p}{q_1 \cdot n_1 + q_2 \cdot n_2 + \ldots + q_z \cdot n_z}} \qquad (14)$$

13.4.5.2 Statische Tragfähigkeit

Die **Statische Tragfähigkeit** wird durch die bei hoher ruhender Last an den Laufbahnen und Wälzkörpern erzeugten plastischen Verformungen begrenzt, die im Hinblick auf die Geräusche beim späteren Lagerlauf noch als zulässig angesehen werden.

Die Statische Tragzahl stellt diejenige Belastung in Lager-Hauptlastrichtung dar, bei der die Hertzsche Pressung zwischen Rollkörpern und Laufbahnen an der höchstbelasteten Stelle im Lager bestimmte Werte (siehe Seite 217) annimmt, die einer bleibenden plastischen Verformung von 1/10 000stel des Wälzkörperdurchmesses entsprechen.

Statische Tragsicherheit

Die Statische Tragsicherheit gibt die Sicherheit gegen die zulässigen bleibenden Verformungen im Lager an und ist wie folgt definiert:

$$S_0 = C_0 / P_0 \qquad (15)$$

Hierin bedeuten: S_0 Statische Tragsicherheit

C_0 Statische Tragzahl in N

P_0 Maximale äquivalente statische Belastung (Spitzenbelastung) des Lagers in N.

Empfohlene Statische Tragsicherheiten

Einsatzfall	S_0
Ruhiger, erschütterungsarmer Betrieb und normaler Betrieb mit geringen Ansprüchen an die Laufruhe; Lager mit nur geringen Drehbewegungen	≥ 1
Normaler Betrieb mit höheren Anforderungen an die Laufruhe	≥ 2
Betrieb mit ausgeprägten Stoßbelastungen	≥ 3
Lagerung mit hohen Ansprüchen an Laufgenauigkeit und Laufruhe	≥ 4

Einfluss der Laufbahnhärte auf die Statische Tragfähigkeit

Weist eine der Laufbahnen eine geringere Härte als 670 HV auf, so wird die Statische Tragzahl auf den Wert C_{0H} herabgesetzt; dies wird durch nachstehende Korrekturgleichung berücksichtigt:

$$C_{0H} = f_{H0} \cdot C_0$$

Hierin bedeuten: C_{0H} Wirksame Statische Tragzahl in N

f_{H0} Statischer Härtefaktor

C_0 Statische Tragzahl in N

Statischer Härtefaktor

Härte	Vickers HV	700	650	600	550	500	450	400	350	300	250	200
	Rockwell HRC[1)]	60,1	57,8	55,2	52,3	49,1	45,3	40,8	35,5	29,8	22,2	–
	Brinell HB[1)]	–	–	–	–	–	428	380	333	285	238	190
Härtefaktor f_{H0}	Kugellager	1	0,99	0,84	0,71	0,59	0,47	0,38	0,29	0,21	0,15	0,09
	Zyl.-Rollen- u. Nadellager	1	1	0,98	0,95	0,88	0,71	0,57	0,43	0,32	0,23	0,15

1) Umgewertet nach DIN 50150

13.4.6 Lagerluft und Betriebsspiel

Die einwandfreie Funktion eines Wälzlagers hängt in besonderem Maße von der Einstellung des richtigen Betriebsspiels ab. Dieses ergibt sich aus der im nicht montierten Lager vorhandenen Lagerluft und deren Verminderung durch Passungswahl und Temperatureinfluss.

Radiale Lagerluft

Die radiale Lagerluft eines Wälzlagers ist das Maß, um das sich der Innenring gegenüber dem Außenring des nicht eingebauten Lagers ohne Belastung in radialer Richtung von einer Grenzstellung zur gegenüberliegenden verschieben läßt.

Nachsetzzeichen für radiale Lagerluft

Nachsetzzeichen	Bedeutung
C 2	radiale Lagerluft kleiner als normal
CN[1)]	radiale Lagerluft normal
C 3	radiale Lagerluft größer als normal
C 4	radiale Lagerluft größer als C 3
C 5	radiale Lagerluft größer als C 4

1) war bisher C0.

Diese Nachsetzzeichen für die radiale Lagerluft werden an das Lagerkurzzeichen bzw. an die Genauigkeitsbezeichnung angefügt.

Die **normale Lagerluft** ist so ausgelegt, dass sich bei Anwendung der in den Maßkatalogen der Hersteller empfohlenen Wellen- und Gehäusetoleranzen ein für normale Betriebsverhältnisse funktionsgerechtes Betriebsspiel ergibt.

Alle abweichenden Einbau- und Betriebsbedingungen, z. B. festere Passungen für die Lagerringe oder außergewöhnliche Lagertemperaturen, erfordern eine andere Lagerluft als normal. Radiallager, die von der Ausführung mit normaler Lagerluft abweichen, werden durch die Nachsetzzeichen gekennzeichnet.

Arbeiten Wälzlager unter höheren Betriebstemperaturen, insbesondere bei großem Wärmegefälle zwischen Innen- und Außenring, so muss eine Lagerluftgruppe C 3 bis C 5 gewählt und das Betriebsspiel rechnerisch kontrolliert werden. Wenn keine genauen Angaben über das Wärmegefälle im Lager zur Verfügung stehen, und es die Genauigkeitsanforderungen zulassen, sollten aus Sicherheitsgründen die Lagerluftgruppen nach folgender Tabelle gewählt werden.

Empfohlene Lagerluftgruppen für höhere Betriebstemperaturen

Betriebstemperatur des Lagers °C	120 bis 150	über 150 bis 180	über 180
Lagerluftgruppe	C 3	C 4	C 5

Die Lagerluftwerte zu den einzelnen Lagerbauarten sind DIN 620 bzw. den Maßkatalogen der Hersteller zu entnehmen.

Betriebsspiel

Als Betriebsspiel eines Wälzlagers wird das Maß bezeichnet, um das sich die Welle gegenüber dem Außenring des montierten Lagers ohne Belastung in radialer Richtung verschieben lässt. Das Betriebsspiel ergibt sich aus der radialen Lagerluft, vermindert um die durch Passungsübermaße und Wärmedehnung hervorgerufene Veränderung Δs.

$$\Delta s = \Delta s_p + \Delta s_T \qquad \text{in } \mu m \tag{16}$$

Normales Betriebsspiel

Das normale Betriebsspiel wird dann erreicht, wenn bei normaler Betriebstemperatur für Wälzlager mit Innenring die empfohlenen Gehäuse- und Wellentoleranzen für normale Belastung angewendet werden.

Betriebsspiel kleiner als normal

Kleineres Betriebsspiel von Wälzlagern sollte nur in Sonderfällen angewandt werden, z. B. bei Genauigkeitslagerungen für Werkzeug- und Meßmaschinen, bei starken Stoßbelastungen zur Verringerung der Schlagarbeit oder bei Wechsellast.

Betriebsspiel größer als normal

Größeres Betriebsspiel als normal ist für Wälzlager bei hohen Drehzahlen mit erhöhter Betriebstemperatur sowie bei Fluchtungsfehlern und Wellendurchbiegungen erforderlich.

Einfluss der Passungen auf das Betriebsspiel

Die passungsbedingte radiale Lagerluftverminderung Δs_p des montierten Lagers ergibt sich aus der Aufweitung des Innenringes Δd und der Einschnürung des Außenringes ΔD zu:

$$\Delta s_p = \Delta d + \Delta D \qquad \text{in } \mu m \tag{17}$$

Es hat sich als praktisch brauchbar erwiesen, das theoretische Übermaß U (in μm) entweder aus den mittleren Abmaßen oder aus den oberen Abmaßen der von der Gutseite her um 1/3 eingeengten Toleranzfelder der Passteile zu bestimmen. Hiervon ist noch der Betrag abzuziehen, um den sich die Teile beim Zusammenfügen glätten.

Einfluss der Temperatur auf das Betriebsspiel

Ein größeres Temperaturgefälle zwischen dem Innen- und Außenring eines Wälzlagers verursacht ebenfalls eine merkliche Veränderung des Betriebsspiels, wodurch unter Umständen die einwandfreie Funktion des Lagers beeinträchtigt wird. Bei einem linearen Wärmeausdehnungskoeffizienten für Stahl $\alpha = 0{,}000011\ K^{-1}$ und einer Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ zwischen Welle und Lagerbohrung beträgt die radiale Spielveränderung:

$$\Delta s_t \approx 0{,}011 \cdot d \cdot \Delta\vartheta \qquad \text{in } \mu m \tag{18}$$

Die Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta$ zwischen Innen- und Außenring kann zu einer Betriebsspieleinengung oder -erweiterung führen. $\Delta\vartheta$ ist daher in Gleichung (16) mit dem richtigen Vorzeichen einzusetzen:

$+\Delta\vartheta$ der Welle wird Wärme zugeführt, das Gehäuse wird gekühlt: Betriebsspieleinengung

$-\Delta\vartheta$ die Welle wird gekühlt, die Wärmezufuhr erfolgt durchs Gehäuse: Betriebsspielerweiterung.

13.4.7 Schmierung

Geeignete Schmierstoffe und regelmäßige Wartungsintervalle sind wichtige Voraussetzungen für eine lange Gebrauchsdauer der Wälzlager. Obwohl der Schmierstoffbedarf eines Wälzlagers wesentlich geringer als der von Gleitlagern unter vergleichbaren Betriebszuständen ist, muss eine ausreichende Schmierstoffmenge zu jeder Zeit und bei allen Belastungszuständen in allen Kontaktflächen vorhanden sein. Nur dann kann der Schmierstoff die an ihn gestellten Aufgaben (tragfähiger Schmierfilm, Verschleißminderung, Korrosionsschutz, Dämpfung, Wärmeabfuhr, Abdichtung usw.) erfüllen.

Die Schmierungsart sowie die Auswahl der erforderlichen Menge des Schmierstoffes richten sich nicht nur nach den Betriebsbedingungen des Wälzlagers (Drehzahl, Belastung, Lagertemperatur, Umgebungseinflüsse, Schmutzanfall, Abdichtung), sondern auch nach der Lagerbauform, der konstruktiven Ausführung der Lagerumgebung und der Schmierstoff-Führung.

Abdichtungsprobleme lassen sich bei Fettschmierung mit geringem konstruktiven Aufwand lösen. Eine Kühlung der Lagerstelle kann jedoch mittels Fettschmierung nicht erreicht werden.

Ölschmierung wird überall dort angewendet, wo benachbarte Maschinenteile mit Öl geschmiert werden (z. B. Getriebe, Hydraulikanlagen), wenn Wälzlager mit hohen Drehzahlen laufen und/oder Wärme aus der Lagerung abgeführt werden muss.

Verunreinigungen im Schmierstoff erzeugen im Wälzlager bei Überrollung Geräusche. Insbesondere harte und größere Teilchen verschlechtern die Trennung der Wälzflächen. Dies führt zu Verschleiß und einer Minderung der Wälzlagerlebensdauer. Ölumlaufschmierung mit geeigneter Filterung vermindert oder vermeidet die schädliche Auswirkung von Verschleißteilchen.

Das Verhalten gegenüber Dichtungswerkstoffen und Kunststoffen ist zu beachten. Wasser im Schmierstoff setzt die Gebrauchsdauer eines Lagers beträchtlich herab.

Ölschmierung

Mineralöle

Sie werden durch Vakuumdestillation aus dem Erdöl gewonnen. Je nach Struktur werden sie als paraffin-, naphthen- und gemischtbasisch bezeichnet. Durch Raffination werden sie von unerwünschten Komponenten befreit, die z. B. die Alterungs- und Korrosionsbeständigkeit negativ beeinflussen. Mit Additiven (Zusätzen) werden die Gebrauchseigenschaften den speziellen Anforderungen (Motor-, Getriebe-, Hydrauliköl) angepasst. Durch VI-Verbesserer kann der natürliche Viskositäts-Temperatur-Verlauf beeinflusst werden. Der natürliche VI liegt zwischen 70 und 100, kann aber durch Zugabe von sogenannten Viskositäts-Index-Verbesserern oder durch spezielle Raffinationstechniken (HVI-Öle) auf über 100 angehoben werden.

Poly-α-Olefine (PAO)

Es handelt sich um synthetische Mineralöle, bei denen das Kältefließverhalten und die Oxidationsbeständigkeit wesentlich besser sind als bei den Mineralölen. Der natürliche VI beträgt ca. 130. Sie sind mit Mineralölen in jedem Verhältnis mischbar.

Polyalkylenglykol (PG)

Sie sind bezüglich der Oxidationsbeständigkeit, des Stockpunktes und ihrer polaren Eigenschaften den Mineralölen überlegen. Der natürliche VI geht bis 150. Infolge ihres günstigen Reibungsverhaltens werden sie vorzugsweise in Schneckengetrieben eingesetzt, sind aber ungeeignet zur Schmierung, wenn ein oder beide Partner aus Aluminium bzw. Aluminium-Legierungen bestehen. Polyglykole, speziell die wasserlöslichen, sollten mit Mineralölen nicht vermischt werden.

Die nachfolgend beschriebenen Syntheseflüssigkeiten sind nicht mit den Mineralölen (Kohlenwasserstoff-Basis) verwandt.

Diester (E)

Das natürliche Viskositäts-Temperatur-Verhalten (VI = bis 170) ist besser und die Verdampfungsverluste sind geringer als bei Mineralölen und Polyglykolen. Im Kältefließ- und Verschleißschutz-Verhalten sind sie den Mineralölen überlegen. Sie kommen, da die Ausgangviskositäten niedrig liegen, vorzugsweise nur für die unteren Viskositätsklassen in Betracht. Diester sind mit Mineralölen mischbar.

Polyolester (E)

Sie haben die gleiche Charakteristik wie Diester, sind aber thermisch wesentlich stabiler als diese und bis zur ISO VG 220 lieferbar. Die Mischbarkeit mit Mineralölen ist gegeben.

Silikonöle (SI)

Sie weisen ein sehr gutes Temperatur-Viskositäts-Verhalten auf (VI = bis 300 möglich), sind thermisch bis ca. 300 Grad C stabil und haben eine geringe Verdampfbarkeit. Jedoch sind ihr Lasttrage- (C/P > 40), das Korrosionsschutz- und das Verschleißschutz-Vermögen gering. Sie sind physiologisch unbedenklich und können im Lebensmittelbereich eingesetzt werden. Mit Mineralölen sind sie nicht mischbar, finden aber als Schaumbremsen in geringsten Mengen Anwendung.

Kennwerte von Schmierflüssigkeiten

Ölart	Mineralöl	Polyalpha-olefine	Polyglykol (wasser-unlöslich)	Ester	Silikonöl	Alkoxy-fluoröl
Viskosität bei 40 °C in mm^2/s	2 . . . 4500	15 . . . 1200	20 . . . 2000	7 . . . 4000	4 . . . 100 000	20 . . . 650
Einsatz für Ölsumpf-Temperatur in °C bis	100	150	100 . . . 150	150	150 . . . 200	150 . . . 220
Einsatz für Ölumlauf-Temperatur in °C bis	150	180	180	180	250	250
Pourpoint in °C	–20[2)]	–40[2)]	–40	–60[2)]	–60[2)]	–30[2)]
Flammpunkt in °C	220	230	200	220	300[2)]	–
Verdampfungsverluste	mäßig	niedrig	mäßig bis hoch	niedrig	niedrig[2)]	sehr niedrig[2)]
Wasserbeständigkeit	gut	gut	gut[2)], schlecht trennbar, da gleiche Dichte	mäßig bis gut[2)]	gut	gut
V-T-Verhalten	mäßig	mäßig bis gut	gut	gut	sehr gut	mäßig bis gut
Druck-Viskositäts-Koeffizient[3)] in m^2/N	1,1 . . . 3,5 · 10^{-8}	1,5 . . . 2.2 · 10^{-8}	1,2 . . . 3,2 · 10^{-8}	1,5 . . . 4,5 · 10^{-8}	1,0 . . . 3,0 · 10^{-8}	2,5 . . . 4,4 · 10^{-8}
Eignung für hohe Temperaturen (~150 °C)	mäßig	gut	mäßig bis gut[2)]	gut[2]	sehr gut	sehr gut
Eignung für hohe Last	sehr gut[1)]	sehr gut[1)]	sehr gut[1)]	gut	schlecht[2)]	gut
Verträglichkeit mit Elastomeren	gut	gut[2)]	mäßig, bei Anstrichen prüfen	mäßig bis schlecht	sehr gut	gut
Preisrelationen	1	6	4 . . . 10	4 . . . 10	40 . . . 100	200 . . . 800

1) mit EP-Zusätzen 2) abhängig vom Öltyp
3) gemessen bis 200 bar, Höhe ist abhängig vom Öltyp und der Viskosität

Alkoxifluoröle (FK)

Sie sind thermisch sehr stabil, weisen ein gutes Lasttragevermögen und eine geringe Verdampfbarkeit auf. Ihre Reaktionsträgheit bewirkt die sehr gute Beständigkeit gegen aggressive flüssige und gasförmige Medien.

Das Viskosität-Temperatur-Verhalten entspricht in etwa denen der Mineralöle (VI = ca. 120). Ebenso wie die Silikonöle sind sie physiologisch unbedenklich und können im Lebensmittelbereich eingesetzt werden. Mit Mineralölen sind sie nicht mischbar.

Die zuvor aufgeführten Schmieröle werden auch als Grundöle für die Schmierfettherstellung verwendet.

Die folgende Tabelle führt die Viskositätsklassen auf. Die angegebenen Viskositäten sind errechnet aus der Mittelpunkt-Viskosität bei 40 °C und einem Viskositäts-Index von 95. Außerdem können die ungefähr zugeordneten SAE-Klassen entnommen werden.

Gegenüberstellung der gebräuchlichen Viskositätsklassifikationen

ISO-VG	Ölviskosität bei			Zuordnung der	
	20 °C mm^2/s	40 °C mm^2/s	100 °C mm^2/s	Motoröle SAE	Kfz-Getriebeöle SAE
5	8	4,6	1,5		
7	12	6,8	2,0		
10	21	10	2,5		
15	34	15	3,5	5 W	
22	55	22	4,5	10 W	70 W
32	88	32	5,5		75 W
46	137	46	6,5	15 W	80 W
				20 W	
68	219	68	8,5	20	
100	345	100	11	30	85 W
150	550	150	15	40	
220	865	220	19	50	90
320	1 340	320	24		
460	2 060	460	30		140
680	3 270	680	40		
1 000	5 170	1 000	50		250
1 500	8 400	1 500	65		

Fettschmierung

Wälzlagerfette müssen die Anforderungen nach DIN 51 825, Schmierfette K, erfüllen. Eine Kühlung der Lagerstelle kann mit Fettschmierung nicht erreicht werden. Im Normalfall sollte die Lagertemperatur +70 °C nicht übersteigen. Gegebenenfalls sind Kühlmaßnahmen zur Herabsetzung der Lagertemperatur erforderlich, oder ein Schmierverfahren mit besserer Wärmeabfuhr ist einzusetzen.

Geeignete Schmierfette und deren Eigenschaften

Die Eigenschaften eines Schmierfettes (Temperatur- und Anwendungsbereich, Wasserbeständigkeit, Korrosionsschutzverhalten usw.) werden bestimmt durch Art und Menge des eingesetzten Verdickers/Grundöls, den Herstellungsprozess und durch Additive. Beispielsweise beeinflussen diese Zusätze das Lasttragevermögen, den Alterungsschutz, das Haftvermögen und das Antiverschleißverhalten. Besondere Bedeutung haben der Reinheitsgrad (geräuscharme Fette), die thermische Beständigkeit (Hochtemperaturfette), das Ölabgabevermögen und das Verhalten gegenüber Käfig- und Dichtungswerkstoffen.

Für die Wälzlagerschmierung werden bevorzugt Schmierfette der Konsistenzklasse 1, 2 und 3 nach DIN 51 818 verwendet. Eine Übersicht über die Wälzlagerfette und ihre Eigenschaften ist in der Tabelle auf der nächsten Seite angeführt.

Hinweise für die Anwendung

Der Gebrauchstemperaturbereich eines Schmierfettes muss den Bereich der möglichen Temperaturen im Wälzlager mit ausreichender Sicherheit abdecken. Die möglichen Betriebstemperaturen sollten den oberen und den unteren Grenzwert nicht ausschöpfen.

Voraussetzung für einen tragfähigen Schmierfilm ist eine ausreichend hohe Viskosität bei Betriebstemperatur.

Bei der Auswahl des Schmierfettes sollten die Betriebsdrehzahlen berücksichtigt werden. Für schnelllaufende Wälzlager oder für geringes Anlaufmoment sind Schmierfette mit niedriger scheinbarer dynamischer Viskosität geeignet, für langsam laufende Wälzlager werden Schmierfette mit hoher scheinbarer dynamischer Viskosität verwendet.

Für eine zuverlässige Anlagenwartung ist es immer erforderlich, möglichst viele Wälzlagerungen, meist auch andere Reibstellen, mit möglichst wenigen Fettsorten zu versorgen. Der zunehmende Einsatz von Zentral-Fettschmieranlagen verstärkt diese Tendenz. Von den Fettarten sind heute die Lithiumseifenfette auf Mineralölbasis überwiegend an dem Gesamtbedarf beteiligt. Bei betrieblich erforderlichem Wechsel der Fettypen ist immer die Mischungsverträglichkeit mit dem Folgeprodukt zu überprüfen.

Festschmierstoffe

Festschmierstoffe sind aufgrund ihrer besonderen Struktur schmierwirksam. Die wichtigsten Festschmierstoffe sind Graphit, Molybdändisulfid (MoS2), Polytetrafluorethylen (PTFE) und zunehmend auch anorganisch herstellbare Stoffe. Ebenso können Weichmetallfilme eingesetzt werden.

Festschmierstoffe können in reiner Form, als Compounds oder als Bestandteil von Schmierölen/-fetten eingesetzt werden. Ihre bevorzugten Einsatzgebiete sind Anwendungen im Vakuum, bei hohen Temperaturen, zur Verbesserung des Einlaufverhaltens und bei oszillierender Bewegung.

Umweltfreundliche Schmierstoffe

Aufgrund des immer stärker in den Vordergrund tretenden Umweltgedankens hat sich in letzter Zeit eine neue Klasse von Schmierstoffen herausgebildet. Sie müssen den Anforderungen nach einer niedrigen Wassergefährdungsklasse, der Gefahrstoffverordnung und der biologischen Abbaubarkeit genügen. Diese Produkte sind auf der Basis von Rapsöl, synthetischem Ester oder Polyglykol erstellt.

Umweltfreundliche Schmierstoffe sind heute durchaus in ihrem Leistungsvermögen auf dem Niveau der konventionellen Schmierstoffe mit Abstrichen in Bezug auf Einsatztemperaturbereich (Rapsöle) und Lagerungszeit. Bevorzugt angewendet werden sie im Bereich der Land- und Forstwirtschaft.

Fettart			Eigenschaften						
Verdicker Art	Seife	Grundöl	Temperatur Anwendungsbereich °C	Tropfpunkt in °C	Wasserbeständigkeit	Korrosionsschutz	Druckbelastbarkeit	Preisrelation[1)]	Besondere Hinweise
normal	Aluminium	Mineralöl	–20 . . . 70	120	++	+	+	2,5 bis 3	quillt mit Wasser
	Kalzium		–30. . . 50	80/100	+++	++	+	0,8	gute Dichtwirkung gegen Wasser
	Lithium		–35 . . . 130	170/200	+++	++	+	1	Mehrzweckfett
	Natrium		–30 . . . 100	150/190	–	+++	+	0,9	emulgiert Wasser, u. U. Verfestigung
komplex	Aluminium	Mineralöl	–30 . . . 160	>200	+++	+++	+	2,5 bis 4	Mehrzweckfett
	Barium		–30 . . . 140	>220	++	+++	++	4 bis 5	Mehrzweckfett, dampfbeständig
	Kalzium		–30 . . . 140	>240	++	++	++	0,9 bis 1,2	Mehrzweckfett, neigt zum Verhärten
	Natrium		–30 . . . 130	>220	+	+++	+	3,5	Mehrzweckfett
	Lithium		–30 . . . 150	>240	++	+	++	2	Mehrzweckfett für höhere Temperaturen
normal	Lithium	Diester	–60 . . . 130	>190	+	+	+	5 bis 6	für tiefe Temperaturen, hohe Drehzahlen
	Lithium	Silikon	–60 . . . 130	>190	+++	–	–	20	– für P/C <0,025; C/P >40
komplex	Barium	Diester	–60 . . . 130	>200	++	+++	++	7	für tiefe Temperaturen und höhere Drehzahlen bei mäßigen Belastungen
	Lithium	Polyol-Ester	–40 . . . 180	>240	++	+	+	10	für besonders breiten Temperaturbereich
Bentonite		Mineralöl	–20 . . . 150	>300	+++	–	+	6 bis 10	für höhere Temperaturen bei niedrigen Drehzahlen
Aerosil			–20 . . . 150	>300	–	–	–	5	
Polyharnstoff			–25 . . . 160	>250	+++	+	++	3	für höhere Temperaturen und mittlere Drehzahlen
Polyharnstoff		Silikonöl	–40 . . . 200	>250	+++	+	–	35 bis 40	für hohe und tiefe Temperaturen, geringe Belastungen, → P/C <0,03
		Fluorsilikonöl	–40 . . . 200	>250	+++	+	+	100	mäßige Belastungen
PTFE oder FEP		Alkoxyfluoröle	–50 . . . 250	>300	+++	+	++	150 bis 400	für sehr hohe und tiefe Temperaturen, sehr hohe Chemikalien- und Lösungsmittelstabilität
		Fluorsilikonöl	–40 . . . 230	>300	+++	+	++	120	

+++ sehr gut; ++ gut; + mäßig; – schlecht

1) bezogen auf Lithiumseifenfett/Mineralölbasis (= 1)

14 Hydraulik – Pneumatik

14.1 Hydrogetriebe

In Hydrogetrieben sind Pumpen und Motoren sowie Steuerungselemente (Hydroventile) im Kreislauf zusammengeschaltet, in dem die Hydraulikflüssigkeit zur Leistungsübertragung umläuft. Der Kreislauf kann offen oder geschlossen ausgeführt werden. Die Steuerung dient dazu, die Bewegung und die Bewegungsrichtung zu bestimmen, die Belastung des Getriebes zu begrenzen und gegebenenfalls die Übersetzung gemäß den Arbeitsbedingungen einzustellen.

Hydropumpen

Hydropumpen sind Umlaufverdränger-(Drehkolben-) oder Hubverdränger-(Schubkolben-)Maschinen mit festem oder verstellbarem Verdrängervolumen.

In der Praxis sind die Verdrängerprinzipien bestimmten Anwendungsbereichen zugeordnet. Der zulässige Dauerbetriebsdruck wird durch die Art des Verdrängers und die daraus folgende Belastung des Triebwerkes bestimmt. Das zweite wesentliche Merkmal ist die Kammerbildung, d. h. die Größe des Hubvolumens im Vergleich zur Maschinengröße und die Kammerform. Bei den meist rechteckigen Zellenquerschnitten der Umlaufverdrängermaschinen sind die Spalttoleranzen schwieriger zu beherrschen. Die druckabhängigen inneren Leckverluste begrenzen den Anwendungsbereich auf Nieder- und Mitteldruckanlagen. Zylindrische Passungen sind einfach herzustellen. Der Hoch- und Höchstdruckbereich erfordert daher Schubkolbenmaschinen.

Umlaufverdrängermaschinen

Sie fördern die Druckflüssigkeit bei gleichförmiger Drehung in Zellen, deren Volumen durch die Gestaltung der Begrenzungswände oder das Eindringen eines Zahnes zyklisch verändert wird. Der Umlaufverdränger bewirkt ferner den gegenseitigen Abschluss der Saug- und Druckräume. Verstellbares Hubvolumen wird nur bei einhubigen Flügelzellenpumpen ausgeführt.

Hubverdrängermaschinen

Diese sind gekennzeichnet durch die Trennung des Triebwerkes vom Förderraum, die zyklische Veränderung der Zellengröße erfolgt mit einem längsbewegten Kolben. Verstellung des Hubvolumens ist durch Eingriff in die Triebwerksgeometrie oder in die Steuerung möglich. Wegen der inneren Strömungsumkehr der Flüssigkeit benötigen die Maschinen Schieber- oder Ventilsteuerung zwischen dem Verdrängungsraum und den Strömungswegen.

Hydromotoren

Hydromotoren setzen die ihnen zur Verfügung gestellte Fluidenergie in mechanische Arbeit um. Nach ihrer Abtriebsbewegung unterscheidet man Drehmotoren, Schwenkmotoren mit begrenztem Drehwinkel und Schubmotoren (Zylinder). Gegenüber den Hydropumpen haben die Hydromotoren in der Regel ein konstantes Hubvolumen, nur in Ausnahmefällen werden Verstellmaschinen eingesetzt.

Drehmotoren

Als Drehmotoren eignen sich alle für die Hydropumpen beschriebenen Bauprinzipien der Umlaufverdrängermaschinen sowie die schiebergesteuerten Schubkolbenmaschinen. In ihnen wird die hydraulische Leistung $P_h = \dot{V} \cdot \Delta p$ – vermindert um Leckverlustleistung $P_{v,\,v} = \dot{V}_v \cdot \Delta p$, die hydraulische Verlustleistung $P_{v,\,h} = \dot{V} \cdot \Delta p_h$ und die mechanische Verlustleistung $P_{v,\,r} = M_r \cdot \omega$ – in die mechanische Motorleistung $P_m = M \cdot \omega$ umgesetzt.

In der folgenden Tabelle sind lediglich die Beziehungen für Hydropumpen angeführt. Sie lassen sich sinngemäß auch für den gegenläufigen Energieumwandlungsprozess in Hydromotoren anwenden.

Schwenkmotoren

Diese Motoren erzeugen die Schwenkbewegung entweder direkt durch Schwenken eines Flügels im unterteilten Kreiszylinder (Flügelmotor mit Schwenkwinkel 300 °) oder aus einer geradlinigen Kolbenbewegung über ein Zahnstangengetriebe.

Schubmotoren

Man unterscheidet bei den Schubmotoren die einfachwirkenden (Plungerzylinder) und doppeltwirkenden (Differenzialzylinder) Ausführungen. Differenzialzylinder sind durch wechselweise Kolbenbeaufschlagung für Schub und Zug einsetzbar.

14.2 Größen, Einheiten und Beziehungen für Hydropumpen

Größe	Einheit	Bezeichnung	Beziehung, Bemerkung
V_H	m^3	Hubvolumen = Verdrängungsvolumen (listenmäßig meist angegeben in cm^3/U)	Das Verdrängungsvolumen wird aus den geometrischen Daten der Pumpe ermittelt
$\dot{V}_{th}$	m^3/s	Theoretischer Förderstrom (unter Voraussetzung vollständiger Füllung des Hubvolumens beim Ansaugen)	$\dot{V}_{th} = n \cdot V_H = \omega \cdot V_0$ n = Drehzahl $\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$ $V_0 = V_H/(2 \cdot \pi)$ Grundvolumen
M_{th}	Nm	Theoretisches Pumpenmoment	$M_{th} = \Delta p \cdot V_H/(2 \cdot \pi)$ $= \Delta p \cdot V_0$
M	Nm	Mechanisches Antriebsmoment der Pumpe	von der Antriebsmaschine an die Pumpenwelle abgegebenes Moment
M_r	Nm	Reibungsmoment innerhalb der Pumpe	Reibung im Triebwerk und zwischen den Verdrängerelementen
P_m	W	Mechanische Antriebsleistung der Pumpe	$P_m = M \cdot \omega$ $P_m = P_{th} + P_{v,r} + P_{v,h}$
$P_{v,r}$	W	Reibverlustleistung der Pumpe	$P_{v,r} = M_r \cdot \omega$
P_u	W	Verdrängerleistung	$P_u = (M - M_r) \cdot \omega$ Die Verdrängerleistung wird auf den Verdrängungsvolumenstrom übertragen und aufgeteilt in die Verdrängungsleistung P_{th} gegen Δp und die hydraulische Verlustleistung $P_{v,h}$
P_{th}	W	Verdrängungsleistung gegen Δp	$P_{th} = M_{th} \cdot \omega$
$P_{v,h}$	W	Hydraulische Verlustleistung	$P_{v,h} = \dot{V}_{th} \Delta p_h = M_h \cdot \omega$
$\eta_{h,m}$	–	Mechanisch-hydraulischer Wirkungsgrad	$\eta_{h,m} = \frac{P_{th}}{P_m} = 1 - \frac{P_{v,r} - P_{v,h}}{P_m}$
$\dot{V}$	m^3/s	Tatsächlicher Förderstrom	$\dot{V} = \dot{V}_{th} - \dot{V}_v$ Die Druckdifferenz Δp verursacht einen Leckstrom $\dot{V}_v$ durch die Spalte, der den Verdrängungsvolumenstrom reduziert
η_v	–	Volumetrischer Wirkungsgrad	$\eta_v = \frac{P_h}{P_{th}} = 1 - \frac{P_{v,v}}{P_{th}} = 1 - \frac{\dot{V}_v}{\dot{V}_{th}}$
η	–	Gesamtwirkungsgrad	$\eta = \frac{P_h}{P_m} = 1 - \frac{\Sigma P_v}{P_m}$ $\eta = \eta_{h,m} \cdot \eta_v$

14.3 Übersicht über gebräuchliche Hydropumpen und übliche Betriebswerte

Bauart	Verdrängelement	Benennung	Schematische Darstellung	Verdrängungsvolumen in cm^3/U	Druckbereich bar	Drehzahl 1/min	günstigste Ölviskosität in $10^{-6} m^2/s$
Umlaufverdrängermaschinen	Zahn	Zahnradpumpe		0,4 … 1200	… 200	1500 … 3000	40 … 80
		Schraubenpumpe		2 … 800	… 200	1000 … 5000	80 …200
	Flügel	Treibschieberpumpe einhubig		30 … 800	… 100	500 … 1500	30 … 50
		Treibschieberpumpe mehrhubig		3 … 500	… 160 (200)	500 … 3000	30 … 50
		Sperrschieberpumpe		8 … 1000	… 160	500 … 1500	30 … 50
Hubverdrängermaschinen	Kolben	Reihenkolbenpumpe		… 800	… 400	1000 … 2000	20 … 50
		Radialkolbenpumpe mit innerer Kolbenabstütz.		0,4 … 15000	… 630	1000 … 2000	20 … 50
		Axialkolbenp. Taumelscheib.-pumpe		1,5 … 3600	… 400	500 … 3000	30 … 50
		Schrägscheib.-pumpe					
		Schrägachsenpumpe					

Quelle: DUBBEL

14.4 Einteilung der hydrostatischen Standgetriebe mit einigen ihrer charakteristischen Merkmale

Getriebetyp	Verdrängermaschinen Hubvolumen fest/verstellbar		Drehzahlübersetzung i_G konst./einstellbar abhängig/unabhängig von der Belastung	Steuerung/Regelung der Drehzahlübersetzung		Momentenüb. setzung Π_G	
	Pumpe	Motor		durch Steuerung	Regelung		
I			konstant, unabhängig von der Belastung	nicht möglich		konstant	Antriebsmaschine, Arbeitsmaschine, M, n_2, M_2, n_1, M_1, Hydropumpe, Hydromotor Offener Kreislauf Hydropumpe und Hydromotor nicht verstellbar
II Hauptstromdrosselgetr.			i_G einstellbar, bei Steuerung abhängig, bei Regelung unabhängig von der Belastung			I	Hydropumpe, Hydromotor, n_1, M_1, n_2, M_2
III Nebenstromdrosselgetr.			i_G einstellbar, bei Steuerung abhängig, bei Regelung unabhängig von der Belastung			konstant	Hydropumpe, Hydromotor, n_1, M_1, n_2, M_2
IV			stufenweise einstellbar, unabhängig von der Belastung	Zuschalten einer Maschine	–	I	–
V			i_G einstellbar, Drehzahlübersetzung ist unabhängig von der Belastung des Hydromotors	Steuerung bzw. Regelung durch Verstellung des Hubvolumens einer oder (VII) beider Verdrängermasch.		I	Antriebsmaschine, Arbeitsmaschine, M, n_2, M_2, n_1, M_1, Hydropumpe, Hydromotor Geschlossener Kreislauf Hydropumpe verstellbar und reversierbar, Hydromotor nicht verstellbar
VI							
VII							

14.5 Sinnbilder und Benennung für ölhydraulische Anlagen

Sinnbild	Benennung und Erklärung
	Hydropumpe
a) b)	**Pumpe** mit konstant. Verdrängungsvolumen a) mit einer Stromrichtung b) mit zwei Stromrichtungen
a) b)	**Pumpe** mit veränderl. Verdrängungsvolumen a) mit einer Stromrichtung b) mit zwei Stromrichtungen
	Hydromotor
a) b)	**Motor** mit konstant. Verdrängungsvolumen a) mit einer Stromrichtung b) mit zwei Stromrichtungen
a) b)	**Motor** mit veränderl. Verdrängungsvolumen a) mit einer Stromrichtung b) mit zwei Stromrichtungen
	Schwenkmotor (mit begrenztem Schwenkwinkel)
	Hydropumpe – Motor
	Pumpe-Motor mit konst. Verdrängungsvolumen als Pumpe in einer Stromrichtung als Motor in entgegengesetzter Richtung
	als Pumpe oder Motor in einer Stromrichtung
	als Pumpe oder Motor in zwei Stromrichtungen
	Hydrokompaktgetriebe
a)	a) **Getriebe** für eine Abtriebsdrehrichtung mit Verstellpumpe und Konstantmotor für eine Förderrichtung
b)	b) für zwei Abtriebsdrehrichtungen mit Verstellpumpe und Verstellmotor für zwei Förderrichtungen

Sinnbild	Benennung und Erklärung
	Hydroventile (allgemein)
	Das Ventil wird durch ein Rechteck dargestellt.
1 0 2	Anzahl der Felder = Anzahl der Ventilstellungen, wobei die mittlere die Nullstellung ist.
	Bei Ventilen mit stetigem funktionellem Übergang zwischen den Schaltstellungen können die Felder durch gestrichelte Linien dargestellt werden.
	An das Feld Nullstellung werden die Anschlüsse bzw. Zu- und Abläufe herangezogen.
	Innerhalb der Felder geben die Linien und die Pfeile die Durchflussrichtung an.
	Eine Verbindung zweier Wege innerhalb eines Ventils wird durch einen Punkt gekennzeichnet. Sich kreuzende Linien ohne Punkt bedeuten Wege, die keine Verbindung untereinander haben.
	Absperrungen werden durch Querstriche gekennzeichnet.
a a a a	Die jeweilige Lage der Wege und Pfeile (schräg oder gerade) innerhalb der Felder entspricht der Lage der Anschlüsse.
	Bleibt bei Stellungsänderung Zu- oder Ablauf mit einem Anschluss verbunden, so erhält der Pfeil an diesem Ende einen Querstrich.

14.5 Sinnbilder und Benennung für ölhydraulische Anlagen (Fortsetzung)

Sinnbild	Benennung und Erklärung
	Hydroventilbetätigung
Die Sinnbilder der Betätigungsarten und Hilfsglieder werden rechtwinklig zu den Anschlüssen außerhalb des Rechteckes angeordnet. (Weitere B. siehe Seite 238)	
	4/2-Wegeventil mit Elektromagnetbetätigung und Rückholfeder.
	4/3-Wegeventil mit Handbetätigung und Federzentrierung in Nullstellung.
	Hydrowegeventile
	2/2-Wegeventil, in Nullstellung gesperrt.
	2/2-Wegeventil, in Nullstellung Durchfluss frei.
	3/2-Wegeventil, in Nullstellung Zufluss gesperrt.
	3/3-Wegeventil mit Sperr-Nullstellung, Vorwärts- und Rückwärtsstellung.
	4/2-Wegeventil mit Vorwärts- und Rückwärtsstellung.
	4/3-Wegeventil mit Umlauf-Nullstellung, Vorwärts- und Rückwärtsstellung.
	4/4-Wegeventil, wie 4/3, jedoch mit Schwimmstellung n. Vorwärtsstellung.
	6/3-Wegeventil, in Nullstellung, 1 Zulauf frei, 2 Zuläufe gesperrt.

Sinnbild	Benennung und Erklärung
	Hydrodruckventile
a) b) c)	**Druckventil (allgemein)** a) Einkantenventil mit geschloss. Nullstellung b) Einkantenventil mit offener Nullstellung c) Zweikantenventil, drei gesteuerte Anschlüsse
	Druckbegrenzungsventil Begrenzung des Druckes am Eingang durch Öffnen des Auslasses gegen Rückstellkraft.
	Druckregelventil, das den Ausgangsdruck konstant hält. a) ohne Auslassöffnung = Druckminderventil b) mit Auslassöffnung = Druckregelventil
	Druckgefälleventil, das den Ausgangsdruck um einen festen Betrag gegenüber dem Eingangsdruck vermindert.
	Druckverhältnisventil, das den Ausgangsdruck in festem Verhältnis gegenüber dem Eingangsdruck vermindert
	Zuschaltventil, das bei Erreichen des durch die Federkraft bestimmten Eingangsdruckes den Weg zu weiteren Geräten freigibt.
	Druckstufenventil, das den Eingangsdruck auf einen Wert begrenzt, der proportional dem Steuerdruck ist.

14.5 Sinnbilder und Benennung für ölhydraulische Anlagen (Fortsetzung)

Sinnbild	Benennung und Erklärung
	Hydrostromventile
	Drossel, Ventil mit eingebauter, konstanter Verengung, Durchfluss und Druckgefälle sind viskositätsabhängig.
	Drosselventil, dessen Einschnürung verstellbar und in beiden Richtungen wirksam ist.
	Drosselventil, dessen Einschnürung verstellbar und in beiden Richtungen wirksam ist.
a) b) c)	**2-Wege-Stromregelventil,** das den Ablaufstrom durch selbsttätiges Schließen konstant hält. a) 2-Wege-Strombegrenzungsventil b) 2-Wege-Stromeinstellungsventil c) Funktion
a) b) c)	**3-Wege-Stromregelventil,** das den Ablaufstrom durch selbsttätiges Öffnen eines Abflusses konstant hält (Bypass-Ventil). a) 3-Wege-Strombegrenzungsventil b) 3-Wege-Stromeinstellventil c) Funktion
	Stromteiler, Ventile zum Teilen oder Vereinigen mehrerer Ab- oder Zulaufströme. Weitgehend unabhängig vom Druck.

Sinnbild	Benennung und Erklärung
	Hydrosperrventile
a) b)	**Sperrventile,** die den Durchfluss in einer Richtung sperren und in entgegengesetzter Richtung freigeben. a) Rückschlagventil: Sperrung, wenn Ausgangsdruck größer als Eingangsdruck, b) Sperrung, wenn Ausgangsdruck größer oder gleich Eingangsdruck (mit Feder).
a) b)	**Rückschlagventil,** dessen a) Sperrung aufgehoben werden kann, b) Durchfluss gesperrt werden kann.
A B	**Entsperrbares Zwillingsrückschlagventil** mit 2 Rückschlagventilen für 2 getrennte Durchflüsse, deren selbsttätige Sperrung durch den Zulaufdruck wechselseitig aufgehoben wird.
	Drosselrückschlagventil, mit Durchfluss in einer und Drosselung in der anderen Richtung.
	Hydroleitungen und Zubehör
	Arbeitsleitung, Rohrleitung und Energieübertragung.
L = 20·D	**Steuerleitung,** zum Übertragen der Steuerenergie. Zum Einstellen und Regeln.
L = 2·D	**Leckleitung,** zum Abführen auftretender Leckflüssigkeiten.
	Biegsame Leitung, im Betrieb biegsame Leitung, Gummischlauch, Wellrohr usw.
d = 5·D d	**Leitungsverbindung,** feste Verbindung, z.B. geschweißt, gelötet, geschraubt (einschl. Fittings).

14.5 Sinnbilder und Benennung für ölhydraulische Anlagen (Fortsetzung)

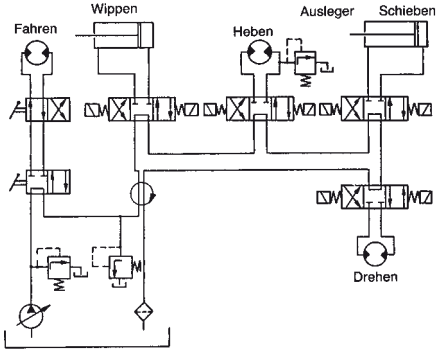
Sinnbild	Benennung und Erklärung
	Hydroleitungen und Zubehör
	Leitungskreuz, Überquerung von Leitungen, die nicht miteinander verbunden sind.
a) b) c) d)	**Schnellkupplung** a) verbunden ohne mechan. öffnendes Rückschlagventil b) verbunden mit mechan. öffnendem Rückschlagventil c) entkuppelt, Leitung offen d) entkuppelt, Leitung geschlossen
a) b)	**Drehverbindung,** im Betrieb drehbare Leitungsverbindung z. B. Drehzapfen a) mit einem Weg b) mit drei Wegen
	Elektrische Leitung
	Auslass, mit Rohranschluss
	Druckanschluss, Stelle zum etwaigen Anschließen eines Gerätes
	Blindanschluss, Kennzeichnung eines verschlossenen Anschlusses an einem Gerät oder an einer Leitung
a) b)	**Behälter** offen, mit Atmosphäre verbunden a) mit Rohrende über dem Flüssigkeitsspiegel b) mit Rohrende unterhalb des Flüssigkeitsspiegels
	Hydrospeicher, zum Speichern hydraulischer Energie

Sinnbild	Benennung und Erklärung
	Hydroleitungen und Zubehör
	Filter oder Sieb zum Abscheiden von Schmutzteilchen.
	Wärmeaustauscher, die Pfeile zeigen das Zuführen der Wärme an.
	Kühler, die Pfeile zeigen das Abführen der Wärme an.
	Manometer
	Thermometer
	Druckschalter, der elektrische Kontakte enthält
	Absperrventil
	Betätigungs- und Antriebsarten
a) b) c) d)	**Manuelle Betätigungsarten** a) allgemein b) durch Knopf c) durch Hebel d) durch Pedal
a) b) c)	**Mechanische Betätigungsarten** a) durch Drücker b) durch Feder c) durch Tastrolle
a) b)	**Elektrische Betätigung** a) Elektromagnet, b) Elektromotor
a) b)	**Druckbetätigung (direkt)** a) durch Druckbeaufschlagung b) durch Druckentlastung

14.5 Sinnbilder und Benennung für ölhydraulische Anlagen (Fortsetzung)

Sinnbild	Benennung und Erklärung
	Betätigungs- und Antriebsarten
a) b)	**Druckbetätigung (indirekt)** a) durch Druckbeaufschlagung der Steuerleitung b) durch Druckentlastung der Steuerleitung
a) b)	**Kombinierte Betätigung** a) Elektromagnet und Vorsteuerventil b) Elektromagnet oder Vorsteuerventil
B = 5·D B	**Welle** a) in einer Drehrichtung b) in zwei Drehrichtungen
	Raste Aufrechterhaltung einer Schaltstellung
	Sperre Sperrung einer Stellung oder Richtung
	Sprungwerk Gerät springt über einen Totpunkt
	Druckquelle Allgemein
	Druckquelle Hydraulische Energie
M	**Elektromotor**, mit nahezu konst. Drehzahl
M	**Wärmekraftmaschine**

Beispiel einer vollständigen ölhydraulischen Anlage



Industriekran
Dargestellt wird immer die Ruhestellung der Anlage

14.6 Sinnbilder und Benennung für pneumatische Anlagen

Sinnbild	Benennung und Erklärung
	Pneumatik – Kompressor
	Kompressor mit konstantem Verdrängungs-volumen, nur eine Stromrichtung.
	Vakuumpumpe, die dazu dient, gasförmige Medien aus einem Raum niedrigen Druckes zu entfernen.
x y	**Drucküberset**z**er,** bestehend aus zwei unterschiedlichen Druckkammern x und y.
	Druckmittelwandler, in dem bei gleichem Druck von einem Druckmittel zum anderen übergegangen wird.
	Pneumatik – Motor
a) b)	**Pneumatischer Motor** mit konstantem Verdrängungsvolumen a) mit einer Stromrichtung b) mit zwei Stromrichtungen
	Schwenkmotor
	Pneumatikventil
	Schnellentlüftungsventil, Sperrventil, bei dem bei entlüfteter Eingangsleitung die Ausgangsleitung ins Freie entlüftet wird.
Die übrigen Symbole sind identisch mit denen der Ölhydraulik	

Sinnbild	Benennung und Erklärung
	Pneumatikleitungen und Zubehör
	Schalldämpfer, zur Verminderung des entstehenden Geräusches.
	Druckluftspeicher
a) b)	**Wasserabscheider,** Abscheiden und Entfernen von Kondenswasser aus der Anlage. a) handbetätigt b) autom. Entleerung
a) b)	**Filter** mit Wasserabscheider. a) handbetätigt b) autom. Entleerung
	Auslass ohne Rohranschluss.
	Trockner, in dem Luft mittels Chemikalien getrocknet wird.
	Öler, in dem durchströmender Luft eine geringe Menge Öl zugeführt wird.
a) b)	**Durchflussmessgerät** (auch f. hydraul. Anlagen) a) Strömungsmesser b) Volumenmesser
	Betätigungen
a) b)	**Druckbetätigung (direkt)** a) durch Druckbeaufschlagung b) durch Druckentlastung
a) b)	**Druckbetätigung (indirekt)** a) durch Druckbeaufschlagung b) durch Druckentlastung
a) b)	**Kombinierte Betätigung** a) Elektromagnet und Steuerventil b) Elektromagnet oder Steuerventil

15 Betriebstechnik

15.1 Wärmebehandlung von Stahl

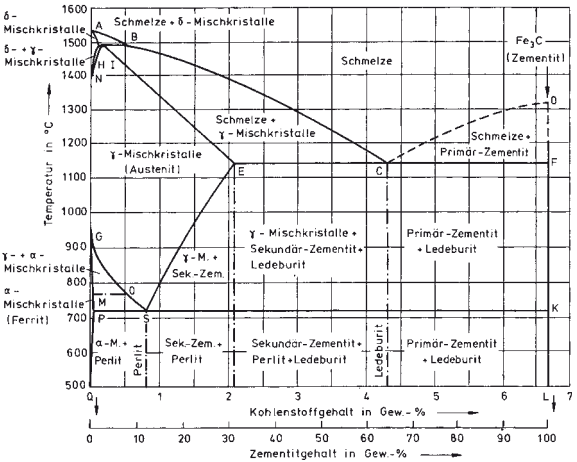
15.1.1 Übersicht über die wichtigsten Wärmebehandlungsverfahren (Härten)

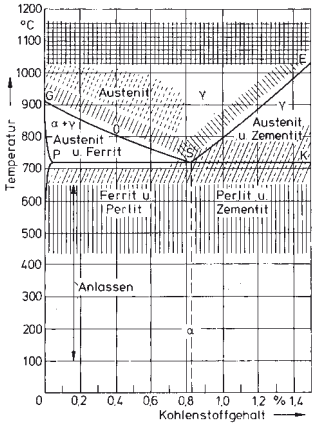
Verfahren	Beschreibung
Härten Härten über den ganzen Querschnitt	Das Härten bewirkt bei hierfür geeigneten Eisenwerkstoffen das Entstehen der Martensit-Struktur und dadurch eine Steigerung von Härte und Festigkeit. Beim Härten wird zum Herstellen der Austenit-Struktur und Auflösen von Carbiden auf die Härte- oder Austenitisiertemperatur erwärmt, bestimmte Dauer gehalten und mit einer für die Bildung des Martensits ausreichenden Geschwindigkeit (dem ZTU-Schaubild des jeweiligen Stahls zu entnehmen) auf Raumtemperatur oder darunter abgekühlt bzw. abgeschreckt.
Anlassen	Anlassen ist eine Wärmebehandlung, die dem gehärteten und relativ spröden Werkstoffzustand eine höhere Zähigkeit verleihen soll. Es besteht in einem Erwärmen auf Temperaturen im Bereich 160 . . . 650 °C mit ausreichender Haltedauer und Abkühlen auf Raumtemperatur. Durch das Anlassen wird die Härte verringert, die Festigkeit nimmt ab und die Verformbarkeit und die Zähigkeit nehmen zu. Eventuell vorhandener Restaustenit wird je nach Stahl bei Temperaturen über 230 °C umgewandelt.
Vergüten	Die Kombination aus Härten und Anlassen oberhalb 500 °C wird als Vergüten bezeichnet. Es soll ein optimales Verhältnis zwischen Festigkeit und Zähigkeit herbeiführen.
Randschichthärten	Bei diesem Verfahren bleibt das Austenitisieren und Härten auf die Werkstückrandschicht beschränkt. Das Erwärmen wird meist durch Elektroinduktion (mittel- oder hochfrequenter Wechselstrom) oder mit Gasbrennern vorgenommen. Abgeschreckt wird durch Tauchen oder Spritzen. Durch Randschichthärten vorher vergüteter Bauteile kann eine hohe Grundfestigkeit mit hoher Randhärte an besonders hoch beanspruchten Stellen kombiniert werden. Die Dicke der eingehärteten Randschicht ergibt sich aus dem Härteverlauf als Randhärtungstiefe, kurz Rht, in mm (vgl. DIN 50 190, Teil 2).
Einsatzhärten Aufkohlen, Carbonitrieren	Das Einsatzhärten besteht aus Aufkohlen oder Carbonitrieren mit nachfolgendem Härten entweder unmittelbar anschließend daran oder nach einem Zwischenkühlen und Wiedererwärmen auf eine zweckentsprechende Härtetemperatur. Je nach den geforderten Gebrauchseigenschaften bzw. den Erfordernissen der nachfolgenden Bearbeitung wird nach dem Härten noch angelassen oder tiefgekühlt und angelassen. Das Einsatzhärten dient dazu, der Randschicht von Werkstücken aus Stahl eine wesentlich höhere Härte und dem Werkstück bessere mechanische Eigenschaften zu verleihen. Hierzu wird die Randschicht vor dem Härten mit Kohlenstoff (Aufkohlen) oder Kohlenstoff und Stickstoff (Carbonitrieren) angereichert. Die zusätzliche Stickstoffanreicherung bewirkt gegenüber dem Aufkohlen durch Veränderung des Umwandlungsverhaltens in der Randschicht eine höhere Härtbarkeit und nach dem Härten eine höhere Anlassbeständigkeit.
Bainithärten Isothermisches Umwandeln in der Bainit-Stufe	Bei diesem Wärmebehandlungsvorgang wird nach einem Erwärmen und Halten auf Austenitisiertemperatur auf eine Temperatur je nach Stahl zwischen 200 und 350 °C abgekühlt und so lange auf dieser Temperatur gehalten, bis sich das Stahlgefüge in Bainit umgewandelt hat, danach wird auf Raumtemperatur abgekühlt. In diesem Zustand ist die Härte geringer als die von Martensit, jedoch die Zähigkeit höher. Das Verfahren gilt als Alternative zum Härten, wenn hohe Zähigkeit und nicht zu hohe Härte erforderlich ist und wenn Verzug und Maßänderung minimiert werden müssen.

15.1.1 Übersicht über die wichtigsten Wärmebehandlungsverfahren (Glühen)

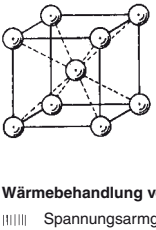
Verfahren	Beschreibung
Glühen	Unter Glühen versteht man die Wärmebehandlung eines Werkstückes bei einer bestimmten Glühtemperatur, um sowohl die Gebrauchs- als auch Verarbeitungseigenschaften des Werkstoffes zu beeinflussen und zu optimieren. Die Glühbehandlung besteht in einem Erwärmen auf die jeweils erforderliche Glühtemperatur mit einer ausreichend langen Haltedauer und einem dem jeweiligen Zweck angepassten Abkühlen.
Spannungsarmglühen	In Werkstücken können Eigenspannungen, bedingt durch ungleichmäßige Erwärmung oder Abkühlung, durch Gefügeumwandlungen oder Kaltverformungen auftreten. Zum Abbau dieser Eigenspannungen wird ein Spannungsarmglühen zwischen 450 ... 650 °C durchgeführt, um die in Werkstücken, Werkzeugen oder Rohlingen vorliegenden Eigenspannungen durch plastische Verformungen abzubauen. Nach einer Glühdauer von 0,5 ... 1 h muss möglichst langsam abgekühlt werden, damit keine neuen Spannungen entstehen können.
Weichglühen	Zur Verbesserung des Formänderungsvermögens von C-Stählen und Erleichterung der spanenden Bearbeitung oder wenn Werkstücke durch Härten, Aushärten, Kaltumformung verfestigt worden sind, wird bei Temperaturen im Bereich Ac_1 weichgeglüht. Die Temperatur richtet sich nach dem Werkstoff: Bei Stahl 650 ... 750 °C, bei Nichteisenmetallen darunter. Soll ein bestimmter Gefügezustand, gekennzeichnet durch eine kugelige Einformung der Carbide, erreicht werden, dann wird „Glühen auf kugeligen Zermentit“ (abgekürzt: GKZ-Glühen) angewendet. Dabei ist zwischen GKZ 2 (Ausgangszustand Martensit oder Bainit) und GKZ 1 (Ausgangszustand Normalgefüge) zu unterscheiden.– Die kugelige Form des Zementits kann auch durch Austenitisierung und geregeltes Abkühlen erzielt werden.
Rekristallisationsglühen	Die Möglichkeit der Kaltumformung eines Werkstoffes wird begrenzt durch die Zunahme der Verfestigung und die Abnahme der Verformungsfähigkeit mit dem Umformgrad. Es wird deshalb bei spanlos umgeformten Werkstücken angewendet, um eingetretene Verfestigungen aufzuheben und eine Kornneubildung herbeizuführen, damit ein nachfolgendes Umformen wieder ermöglicht bzw. erleichtert wird. Die Temperatur richtet sich nach dem Verformungsgrad, sie liegt bei Stahl im Allgemeinen bei ca. 550 ... 730 °C.
Normalglühen	Normalglühen wird bei Austenitisierungstemperatur, d. h. bei einer Temperatur wenig oberhalb Ac_3 (bei übereutektoiden Stählen oberhalb Ac_1) durchgeführt. Abgekühlt wird nach ausreichend langer Haltedauer mit einer Geschwindigkeit, durch die bei Raumtemperatur ein Gefüge aus Ferrit und Perlit entsteht. Das Normalglühen wird zum Verfeinern eines grobkörnigen Gefüges (z. B. bei Stahlgussteilen und in Schweißnähten) und zum Erzielen einer möglichst homogenen Ferrit-Perlit-Verteilung angewendet. Es sollte anstelle eines Rekristallisationsglühens angewendet werden, wenn bei unterkritisch verformten Werkstücken eine Grobkornbildung zu befürchten ist. Wird die Austenitisierungstemperatur zu hoch gewählt, tritt ein Wachstum der γ-Mischkristalle ein, das auch nach der Umwandlung zu grobkörnigem Gefüge führt. Ebenso verursacht eine zu langsame Abkühlung ein grobes Ferritkorn.
Diffusionsglühen	Das Diffusionsglühen erfolgt bei Temperaturen zwischen 1030 und 1150 °C oberhalb Ac_3. Es dient zur Beseitigung von Seigerungszonen in Blöcken und Strängen. Wird keine Warmumformung nach dem Diffusionsglühen vorgenommen, muss zur Beseitigung des groben Korns normalgeglüht werden.
Aushärten	Das Aushärten besteht aus Lösungsglühen, Abschrecken und Auslagern oberhalb Raumtemperatur (Warmauslagern). Durch ein Auslagern erfolgt ein Entmischen und Ausscheiden intermetallischer Verbindungen bestimmter im Grundwerkstoff gelöster Lösungselemente. Hierbei verändern sich Werkstoffeigenschaften wie z. B. Härte, Festigkeit, Verformbarkeit, Zähigkeit.

15.1.2 Zustandsschaubild Eisen-Kohlenstoff

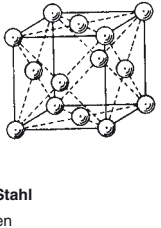




Kubisch-raumzentriertes Kristallgitter der Elementarzelle des α-Eisens-Ferrit



Kubisch-flächenzentriertes Kristallgitter der Elementarzelle des γ-Eisens-Austenit



Wärmebehandlung von Stahl

- Spannungsarmglühen
- Weichglühen
- Auflösen von Karbidnetz
- Hochglühen
- Normalglühen
- Diffusionsglühen

15.1.3 Übliche Temperaturen beim Einsatzhärten von Einsatzstählen nach DIN EN 10 084

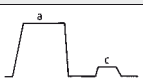
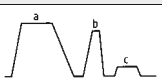
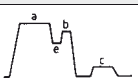
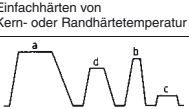
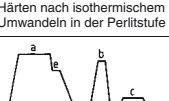
Stahlbezeichnung Kurzname	Stahlbezeichnung Werkstoffnummer	Aufkohlungstemperatur[1] °C	Härten von Kernhärtetemperatur[2] °C	Härten von Randhärtetemperatur[2] °C	Abkühlmittel	Anlassen[3] °C
C10E	**1.1121**	880 bis 980	880 bis 920	780 bis 820	Die Wahl des Abkühl-(Abschreck-) mittels richtet sich im Hinblick auf die erforderlichen Bauteileigenschaften nach der Härtbarkeit bzw. der Einsatzhärtbarkeit des verwendeten Stahles, der Gestalt und dem Querschnitt des zu härtenden Werkstückes sowie der Wirkung des Abkühlmittels	150 bis 200
C10R	**1.1207**					
C15E	**1.1141**					
C15R	**1.1140**					
17Cr3	**1.7016**		860 bis 900			
17CrS3	**1.7014**					
28Cr 4	**1.7030**					
28CrS4	**1.7036**					
16MnCr5	**1.7131**					
16MnCrS5	**1.7139**					
20MnCr5	**1.7147**					
20MnCrS5	**1.7149**					
20MoCr4	**1.7321**					
20MoCrS4	**1.7323**					
20NiCrMo2-2	**1.6523**					
20NiCrMoS2-2	**1.6526**					
17NiCrMo6-4	**1.6566**		830 bis 870			
17NiCrMoS6-4	**1.6569**					
20NiCrMoS6-4	**1.6571**					

1) Für die Wahl der Aufkohlungstemperatur maßgebende Kriterien sind hauptsächlich die gewünschte Aufkohlungsdauer, das gewählte Aufkohlungsmittel und die zur Verfügung stehende Anlage, der vorgesehene Verfahrensablauf sowie der gefordert Gefügezustand. Für ein Direkthärten wird üblicherweise unterhalb 950 °C aufgekohlt. In besonderen Fällen werden Aufkohlungstemperaturen bis über 1000 °C angewendet.

2) Beim Direkthärten wird entweder von Aufkohlungstemperatur oder einer niedrigeren Temperatur abgeschreckt. Besonders bei Verzugsgefahr kommen aus diesem Bereich vorzugsweise die niedrigeren Härtetemperaturen in Betracht.

3) Anlassdauer mindestens 1 h (Anhaltswert)

Übliche Wärmebehandlung beim Einsatzhärten

A Direkthärten bzw. Doppelhärten	B Einfachhärten	C Härten nach isothermischem Umwandeln
 Direkthärten von Aufkohlungstemperatur	 Einfachhärten von Kern- oder Randhärtetemperatur	 Härten nach isothermischem Umwandeln in der Perlitstufe (e)
Direkthärten nach Absenken auf Härtetemperatur	 Einfachhärten nach Zwischenglühen (Weichglühen) (d)	 Härten nach isothermischem Umwandeln in der Perlitstufe (e) und Abkühlen auf Raumtemperatur
Doppelhärten	a Aufkohlungstemperatur b Härtetemperatur c Anlasstemperatur d Zwischenglüh-(Weichglüh-)temperatur e Umwandlungstemperatur in der Perlitstufe	

15.1.4 Wärmebehandlung von Wälzlagerstählen nach DIN EN ISO 683-17

Stahlbezeichnung Kurzname	Werkstoff-nummer	Härtetemperatur für Stirn-abschreckversuch °C ± 5 °C	Normal-glühen °C	Vorwärm-temperatur °C	Härten in Öl[2] °C	Härten in Wasser[2] °C	Anlassen °C	Frühere Bezeichnung
Durchhärtende Wälzlagerstähle								
–	**1.3501**	–	–	–	820 bis 850	–	150 bis 180	**100 Cr 2**
100Cr6	**1.3505**	–	–	–	830 bis 870	–	150 bis 180	**100 Cr 6**
100CrMnSi6-6	**1.3520**	–	–	–	830 bis 870	–	150 bis 180	**100 CrMn 6**
100CrMo7	**1.3537**	–	–	–	840 bis 880	–	150 bis 180	**100 CrMo 7**
100CrMo7-3	**1.3536**	–	–	–	840 bis 880	–	150 bis 180	**100 CrMo 7 3**
100CrMoSi8-4-6	**1.3539**	–	–	–	840 bis 880	–	150 bis 180	**100 CrMnMo 8**
Einsatzhärtende Wälzlagerstähle								
17MnCr5	**1.3521**	870	–	–	810 bis 840	–	150 bis 180	**17 MnCr 5**
19MnCr5	**1.3523**	870	–	–	810 bis 840	–	150 bis 180	**19 MnCr 5**
–	**1.3531**	860	–	–	800 bis 830	–	150 bis 180	**16 CrNiMo 6**
18NiCrMo14-6	**1.3533**	830	–	–	780 bis 820	–	150 bis 180	**17 NiCrMo 14**
Induktionshärtende Wälzlagerstähle								
C56E2	**1.1219**	840	830 bis 860	–	815 bis 845	805 bis 835	550 bis 660	**Cf 54**
–	**1.3561**	850	840 bis 870	–	830 bis 860	820 bis 850	550 bis 660	**44 Cr 2**
43CrMo4	**1.3563**	850	840 bis 880	–	830 bis 860	820 bis 850	540 bis 680	**43 CrMo 4**
–	**1.3565**	850	840 bis 880	–	830 bis 860	820 bis 850	540 bis 680	**48 CrMo 4**
Nichtrostende Wälzlagerstähle								
X47Cr14	**1.3541**	–	–	–	1020 bis 1070	–	100 bis 200	**X 45 Cr 13**
X108CrMo17	**1.3543**	–	–	–	1030 bis 1080	–	100 bis 200	**X 102 CrMo 17**
X89CrMoV18-1	**1.3549**	–	–	–	1030 bis 1080	–	100 bis 200	**X 89 CrMoV 18 1**
Warmharte Wälzlagerstähle								
80MoCrV42-16	**1.3551**	–	–	750 bis 875	1070 bis 1120[3]	–	500 bis 580[4]	**80 MoCrV 42 16**
X82WMoCrV6-5-4	**1.3553**	–	–	750 bis 875	1180 bis 1230[3]	–	500 bis 580[4]	**X 82 WMoCrV 6 5 4**
X75WCrV18-4-1	**1.3558**	–	–	750 bis 875	1220 bis 1270[3]	–	500 bis 580[4]	**X 75 WCrV 18 4 1**

1) Es handelt sich, außer bei den Härtetemperaturen für den Stirnabschreckversuch, um Anhaltsangaben; betrieblich sind die Temperaturen und die sonstigen Bedingungen so zu wählen, dass die gewünschten Eigenschaften erreicht werden.

2) Wahl des Abschreckmittels bei den Vergütungsstählen je nach Form und Maßen des Werkstückes.

3) Dieser Stahl wird üblicherweise in einem Salzbad mit einer Temperatur von 500 bis 560 °C abgeschreckt.

4) Anlassdauer 2 h.

15.1.5 Umwertungstabelle für Vickershärte, Brinellhärte, Rockwellhärte und Zugfestigkeit

Zugfestigkeit N/mm²	Vickershärte (F ≥ 98N)	Brinellhärte[2] $\left(0{,}102\frac{F}{D^2} = 30\frac{N}{mm^2}\right)$	Rockwellhärte HRB	HRC	HRA
255	80	76,0			
270	85	80,7	41,0		
285	90	85,5	48,0		
305	95	90,2	52,0		
320	100	95,0	56,2		
335	105	99,8			
350	110	105	62,3		
370	115	109			
385	120	114	66,7		
400	125	119			
415	130	124	71,2		
430	135	128			
450	140	133	75,0		
465	145	138			
480	150	143	78,7		
495	155	147			
510	160	152	81,7		
530	165	156			
545	170	162	85,0		
560	175	166			
575	180	171	87,1		
595	185	176			
610	190	181	89,5		
625	195	185			
640	200	190	91,5		
660	205	195	92,5		
675	210	199	93,5		
690	215	204	94,0		
705	220	209	95,0		
720	225	214	96,0		
740	230	219	96,7		
755	235	223			
770	240	228	98,1	20,3	60,7
785	245	233		21,3	61,2
800	250	238	99,5	22,2	61,6
820	255	242		23,1	62,0
835	260	247	(101)	24,0	62,4
850	265	252		24,8	62,7
865	270	257	(102)	25,6	63,1
880	275	261		26,4	63,5
900	280	266	(104)	27,1	63,8
915	285	271		27,8	64,2
930	290	276	(105)	28,5	64,5
950	295	280		29,2	64,8
965	300	285		29,8	65,2
995	310	295		31,0	65,8
1030	320	304		32,2	66,4
1060	330	314		33,3	67,0
1095	340	323		34,4	67,6
1125	350	333		35,5	68,1

Zugfestigkeit N/mm²	Vickershärte (F ≥ 98N)	Brinellhärte[2] $\left(0{,}102\frac{F}{D^2} = 30\frac{N}{mm^2}\right)$	Rockwellhärte HRC	HRA
1155	360	342	36,6	68,7
1190	370	352	37,7	69,2
1220	380	361	38,8	69,8
1255	390	371	39,8	70,3
1290	400	380	40,8	70,8
1320	410	390	41,8	71,4
1350	420	399	42,7	71,8
1385	430	409	43,6	72,3
1420	440	418	44,5	72,8
1455	450	428	45,3	73,3
1485	460	437	46,1	73,6
1520	470	447	46,9	74,1
1555	480	(456)	47,7	74,5
1595	490	(466)	48,4	74,9
1630	500	(475)	49,1	75,3
1665	510	(485)	49,8	75,7
1700	520	(494)	50,5	76,1
1740	530	(504)	51,1	76,4
1775	540	(513)	51,7	76,7
1810	550	(523)	52,3	77,0
1845	560	(532)	53,0	77,4
1880	570	(542)	53,6	77,8
1920	580	(551)	54,1	78,0
1955	590	(561)	54,7	78,4
1995	600	(570)	55,2	78,6
2030	610	(580)	55,7	78,9
2070	620	(589)	56,3	79,2
2105	630	(599)	56,8	79,5
2145	640	(608)	57,3	79,8
2180	650	(618)	57,8	80,0
	660		58,3	80,3
	670		58,8	80,6
	680		59,2	80,8
	690		59,7	81,1
	700		60,1	81,3
	720		61,0	81,8
	740		61,8	82,2
	760		62,5	82,6
	780		63,3	83,0
	800		64,0	83,4
	820		64,7	83,8
	840		65,3	84,1
	860		65,9	84,4
	880		66,4	84,7
	900		67,0	85,0
	920		67,5	85,3
	940		68,0	85,6

Die eingeklammerten Zahlen sind Härtewerte, die außerhalb des Definitionsbereichs der genormten Härteprüfverfahren liegen, praktisch jedoch vielfach als Näherungswert benutzt werden.

15.2 Schalltechnik

15.2.1 Schall, Schalldruck, Schallpegel

Mechanische Schwingungen mit Frequenzanteilen im Hörbereich von 16 bis 16 000 Hz werden als Schall bezeichnet, wobei die Begriffe für

Schwingungen in Luft und Gasen:	Luftschall
Schwingungen in Flüssigkeiten:	Flüssigkeitsschall
Schwingungen in festen Körpern:	Körperschall

verwendet werden.

In Luft und anderen Gasen sowie in Flüssigkeiten breitet sich Schall nur in Form von Kompressionswellen aus. Der dabei dem statischen Druck überlagerte Wechseldruck p(t) wird als Schalldruck bezeichnet und stellt für diese Fälle die wichtigste Messgröße dar, die mittels Mikrofonen oder Druckaufnehmern gemessen wird.

Für den Körperschall ist die wichtigste Messgröße die Schwinggeschwindigkeit v(t) oder Körperschall-Schnelle senkrecht zur abstrahlenden Oberfläche eines Geräuscherzeugers. Die in der Regel mit Piezoquarz-Aufnehmern gemessene Beschleunigung a(t) kann mit der Beziehung

$$a(t) = dv(t)/dt$$

umgerechnet werden. Für ein Frequenzband mit der Mittenfrequenz f gilt für den Effektivwert der Schnelle

$$\bar{v}(f) = \bar{a}(f)/2 \cdot \pi \cdot f$$

Auch die Schnelle wird meistens relativ als Schnellepegel L_v angegeben

$$L_v = 10 \cdot \lg(\bar{v}/v_0)^2 = 20 \cdot \lg(\bar{v}/v_0)$$

wobei als Bezugswert $v_0 = 5.10^{-8}$ m/s gewählt wird.

Akustische Wahrnehmungen des menschlichen Ohres

Wahrnehmung	Lautstärke	Schalldruck	Schallleistung	Schallintensität
Hörschwelle[1)]	0 – 10 phon	$2 \cdot 10^{-5}$ N/m^2 [2)]	10^{-12} W	10^{-12} W/m^2
Unterhaltung	50 – 60 phon	0,2 N/m^2	$\approx 10^{-3}$ W	$\approx 10^{-3}$ W/m^2
Schmerzgrenze	130 phon	20 N/m^2	$\approx 10^{+3}$ W	$\approx 10^{+3}$ W/m^2

1) Geringster, dem menschlichen Ohr wahrnehmbarer Lautstärkepegel.
2) Bezugsschalldruck: $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ N/m^2, international festgelegter Bezugswert für den Effektivwert des Schalldruckes.

Schallpegel, Geräuschsituation und Empfindung

Schallpegel db (A)[1)]	Geräuschsituation	Empfindung
0	Absolute Stille, Beginn des Hörbereiches	ruhig
0 – 10	Hörschwelle	
10 – 20	Blätterrascheln	
30	Flüstern	leise
40	Leise Radiomusik	
50	Obergrenze für konzentrierte geistige Arbeit	
50 – 70	Büroarbeit, Gespräche zwischen Personen	mäßig laut
75	Beginn eines störenden Einflusses auf das Nervensystem	
80	Starker Straßenverkehr, Grenze der Gehörerholung	sehr laut
85	Beginn der Gehörgefährdung	
90	Lkw-Fahrerhaus	extrem laut
90 – 100	Auto-Hupe	
100 – 110	Diskothek	unerträglich
110	Presslufthammer	
110 – 120	Großer Schmiedehammer	
130	Düsenflugzeug (100 m), Schmerzgrenze	schmerzhaft
140	Raketenstart	

1) Bei der Frequenz von 1000 Hz wird dem Schalldruckpegel in dB der Lautstärkepegel in phon gleichgesetzt. Schädlichkeitsgrenzen: 90 phon vorübergehend, etwa 75 phon dauernd.

15.2.2 Größen, Einheiten und Beziehungen in der Schalltechnik

Bezeichnung	Einheit	Beziehung	Definition
Schall-geschwindig-keit	m/s	$c_L = \sqrt{\frac{2G(1-\nu)}{\rho(1-2\cdot\nu)}}$ [1)] $c_T = \sqrt{G/\rho}$ $c_D = \sqrt{E/\rho}$ $c = \sqrt{x/\rho}$ $c = \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T}$	**feste Stoffe** Longitudinalwellen in großen Körpern Transversalwellen in großen Körpern Dehnwellen in Stäben, Stahl: 5000 m/s **Flüssigkeiten** Wasser: 1485 m/s **Gase** Luft: 331 m/s, Wasserstoff: 1280 m/s } 1 bar, 0 °C
Schall-schnelle	m/s	$v = a_0 \cdot \omega$ $v = a_0 \cdot 2 \cdot \pi \cdot f$	Wechselgeschwindigkeit der schwingenden Teilchen
Schalldruck	N/m^2 µbar	p	durch die Schallschwingung hervorgerufener Wechseldruck
Schallleistung	W	P	Schallenergie pro Zeiteinheit, die durch eine bestimmte Fläche geht
Schall-intensität, Schallstärke	W/m^2	$I = P/A$ $= p^2/(c \cdot \rho)$	Schallleistung pro Flächeneinheit senkrecht zur Ausbreitungsrichtung
Schallpegel	Bel B, dB	$L = 10 \cdot \lg (P/P_0)$ $= 10 \cdot \lg (I/I_0)$ $= 20 \cdot \lg (p/p_0)$	logarithmisches Maß für den Schalldruck 0 . . . 140 dB: $P_0 = 10^{-12}$ W, $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2, $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ N/m^2
Lautstärke	phon	bei 1000 Hz $\Lambda = 10 \cdot \lg (I/I_0)$	Maß der subjektiven Empfindung der Schallintensität für das Ohr
Schall-absorptions-grad	1	$\alpha = (P_a - P_r)/P_r$ $\alpha = (p_a^2 - p_r^2)/p_r^2$ Index a und r auftreffend und reflektierend	Maß für die Umwandlung der Schallenergie in Wärme durch Reibung für 500 Hz: Beton 0,01; Glas 0,03; Schlackenwolle 0,36
Schall-dämmmaß	dB	$R = 10 \cdot \lg (I_1/I_2)$	logarithmisches Maß für die Luftschalldämmung einer Wand, Index 1 davor, Index 2 dahinter Stahlblech 1 mm: R = 29 dB
akustischer Wirkungsgrad	1	$\eta = P_{aku}/P_{mech}$	Verhältnis der akustischen zur mechanischen Leistung

1) a_0 Amplitude, f Frequenz

A Fläche, E Elastizitätsmodul, G Gleitmodul, P Leistung, R Gaskonstante, T abs. Temperatur, $\varkappa$ Isentropenexponent, ν Poisson-Zahl, ϱ Dichte, X Kompressibilität

16 Anhang

16.1 Alphabete

Deutsches Alphabet (Fraktur)

𝔄 𝔅 ℭ 𝔇 𝔈 𝔉 𝔊 ℌ ℑ 𝔍 𝔎 𝔏 𝔐 𝔑 𝔒 𝔓 𝔔 ℜ 𝔖 𝔗 𝔘 𝔙 𝔚 𝔛 𝔜 ℨ 𝔄 𝔘 𝔘

𝔞 𝔟 𝔠 𝔡 𝔢 𝔣 𝔤 𝔥 𝔦 𝔧 𝔨 𝔩 𝔪 𝔫 𝔬 𝔭 𝔮 𝔯 𝔰 𝔱 𝔲 𝔳 𝔴 𝔵 𝔶 𝔷 𝔞̈ 𝔬̈ 𝔲̈ ſch ck ff fi fl ſt ſſ ß ß

Deutsches Alphabet (Schreibschrift)

𝒜 ℬ 𝒞 𝒟 ℰ ℱ 𝒢 ℋ ℐ 𝒥 𝒦 ℒ ℳ 𝒩 𝒪 𝒫 𝒬 ℛ 𝒮 𝒯 𝒰 𝒱 𝒲 𝒳 𝒴 𝒵

𝒶 𝒷 𝒸 𝒹 ℯ 𝒻 ℊ 𝒽 𝒾 𝒿 𝓀 𝓁 𝓂 𝓃 ℴ 𝓅 𝓆 𝓇 𝓈 𝓉 𝓊 𝓋 𝓌 𝓍 𝓎 𝓏 ä ö ü sch ck ff fi fl st ſſ ß ß

Griechisches Alphabet

Α α	Β β	Γ γ	Δ δ	Ε ε	Ζ ζ
Alpha (a)	Beta (b)	Gamma (g)	Delta (d)	Epsilon (e)	Zeta (z)
Η η	Θ ϑ	Ι ι	Κ κ	Λ λ	Μ μ
Eta (e)	Theta (th)	Iota (i)	Kappa (k)	Lambda (l)	My (m)
Ν ν	Ξ ξ	Ο ο	Π π	Ρ ϱ	Σ σ
Ny (n)	Xi (x)	Omikron (o)	Pi (p)	Rho (r)	Sigma (s)
Τ τ	Υ υ	Φ φ	Χ χ	Ψ ψ	Ω ω
Tau (t)	Ypsilon (ü)	Phi (f)	Chi (ch)	Psi (ps)	Omega (o)

Kyrillisches (Russisches) Alphabet

А а a	Б б b	В в w	Г г g	Д д d	Е е je
Ё ё ë	Ж ж sch	З з s	И и i	Й й i	К к k
Л л l	М м m	Н н n	О о o	П п p	Р р r
С с ss	Т т t	У у u	Ф ф f	Х х ch	Ц ц z
Ч ч tsch	Ш ш sch	Щ щ schtsch	Ъ ъ hartes jär	Ы ы ü dumpf	Ь ь weiches jär
Э э e	Ю ю ju	Я я ja			

16.2 **Buchstabiertafel** (im Fernsprechverkehr)

Inland				**Ausland**			
A	= Anton	N	= Nordpol	A	= Amsterdam	N	= New York
Ä	= Ärger	O	= Otto	B	= Baltimore	O	= Oslo
B	= Berta	Ö	= Ökonom	C	= Casablanca	P	= Paris
C	= Cäsar	P	= Paula	D	= Danemark	Q	= Quebec
Ch	= Charlotte	Q	= Quelle	E	= Edison	R	= Roma
D	= Dora	R	= Richard	F	= Florida	S	= Santiago
E	= Emil	S	= Samuel	G	= Gallipoli	T	= Tripolis
F	= Friederich	T	= Theodor	H	= Havanna	U	= Upsala
G	= Gustav	U	= Ulrich	I	= Italia	V	= Valencia
H	= Heinrich	Ü	= Übermut	J	= Jerusalem	W	= Washington
I	= Ida	V	= Viktor	K	= Kilogramme	X	= Xanthippe
J	= Julia	W	= Wilhelm	L	= Liverpool	Y	= Yokahama
K	= Kaufmann	X	= Xanthippe	M	= Madagaskar	Z	= Zürich
L	= Ludwig	Y	= Ypsilon				
M	= Martha	Z	= Zacharias				

16.3 **Morsealphabet** (international)

Buch-stabe	Zeichen	Merkwort[1)]	Buch-stabe	Zeichen	Merkwort[1)]
a	· –	Arno	o	– – –	Ökonom
b	– · · ·	Borvaselin	ö	– – – ·	Ökonomie
c	– · – ·	Coburg-Gotha	p	· – – ·	Per Motorrad
d	– · ·	Doria	q	– – · –	Quohnsdorf bei Forst
e	·	Ernst	r	· – ·	Revolver
f	· · – ·	Friedrichsroda	s	· · ·	Sabine
g	– – ·	Gomorrha	t	–	Tod
h	· · · ·	Herrenzimmer	u	· · –	Uniform
i	· ·	Ida	ü	· · – –	Überkonto
j	· – – –	Jawohl Odol	v	· · · –	Verbrennungstod
k	– · –	Kolberg Ost	w	· – –	Weltnordpol
l	· – · ·	Leonidas	x	– · · –	Xolabaphon
m	– –	Motor	y	– · – –	York Yellowstone
n	– ·	Nora	z	– – · ·	Zoroaster

Zahlen:	3 · · · – –	7 – – · · ·	Punkt · · · · · ·	Bruchstrich – · · – ·
	4 · · · · –	8 – – – · ·	Komma · – · – · –	Bindestrich – · · · –
1 · – – – –	5 · · · · ·	9 – – – – ·	Strichpunkt – · – · – ·	
2 · · – – –	6 – · · · ·	0 – – – – –	Fragezeichen · · – – · ·	
			Ausrufezeichen – – · · – –	

1) o bedeutet Strich

16.4 Nationalitätskennzeichen (für Kraftfahrzeuge souveräner Staaten)

Europa

A	Österreich
AL	Albanien
AND	Andorra
B	Belgien
BG	Bulgarien
BIH	Bosnien-Herzegowina
BY	Weissrußland
CH	Schweiz
CZ	Tschechien
D	Deutschland
DK	Dänemark
E	Spanien
EST	Estland
F	Frankreich
FIN	Finnland
FL	Liechtenstein
FR	Farör-Inseln
GB	Verein. Königreich von Großbritannien
GBA	Alderney
GBG	Guernsey
GBJ	Jersey
GBM	Insel Man
GBZ	Gibraltar
GR	Griechenland
H	Ungarn
HR	Kroatien
I	Italien
IRL	Irland
IS	Island
L	Luxemburg
LT	Litauen
LV	Lettland
M	Malta
MC	Monaco
MD	Moldawien
MK	Mazedonien
N	Norwegen
NL	Niederlande
P	Portugal
PL	Polen
RO	Rumänien
SK	Slowakei
RSM	San Marino
RUS	Russische Föderation
S	Schweden
SLO	Slowenien
V	Vatikanstadt
YU	Restjugoslawien

Außereuropa

AFG	Afghanistan
ANG	Angola
AUS	Australien
AZ	Aserbaidschan
BD	Bangladesch
BDS	Barbados
BF	Burkina Faso
BH	Belize
BOL	Bolivien
BR	Brasilien
BRN	Bahrain
BRU	Brunei
BS	Bahama-Inseln
C	Cuba
CAM	Kamerun
CDN	Kanada
CI	Cote d'Ivoire
CL	Sri Lanka
CO	Kolumbien
CR	Costa Rica
CY	Cypern
DOM	Dominikanische Republik
DY	Benin
DZ	Algerien
EAK	Kenia
EAT	Tansania
EAU	Uganda
EC	Ecuador
ER	Eritrea
ES	El Salvador
ET	Ägypten
ETH	Äthiopien
FJI	Fidschi-Inseln
FR	Faröer
GBZ	Gibraltar
GCA	Guatemala
GE	Georgien
GH	Ghana
GUY	Guyana
HK	Hongkong
HN	Honduras
IL	Israel
IND	Indien
IR	Iran
IRQ	Irak
J	Japan
JA	Jamaika
JOR	Jordanien
K	Kambodscha
KSA	Saudi-Arabien
KWT	Kuweit
KZ	Kasachstan
LAO	Laotische Volksrepublik
LAR	Lybien
LS	Lesotho
MA	Marokko
MAL	Malaysia
MEX	Mexiko
MOC	Mosambik
MS	Mauritius
MW	Malawi
MYA	Myanmar (Burma)
NA	Niederl. Antillen
NAM	Namibia
NIC	Nicaragua
NZ	Neuseeland
OM	Oman
PA	Panama
PE	Peru
PK	Pakistan
PY	Paraguay
Q	Katar
RA	Argentinien
RB	Botswana
RC	Republik China
RCA	Zentralafrikan. Republik
RCB	Kongo
RCH	Chile
RG	Guinea
RH	Haiti
RI	Indonesien
RIM	Mauretanien
RL	Libanon
RM	Madagaskar
RMM	Mali
RN	Niger
ROK	Korea
ROU	Uruguay
RP	Philippinen
RT	Togo
RWA	Ruanda
SA	Saudi-Arabien
SD	Swasiland
SGP	Singapur
SME	Suriname
SN	Senegal
SP	Somalia
SY	Seychellen
SYR	Syrien
THA	Thailand
TCH	Tschad
TN	Tunesien
TR	Türkei
TT	Trinidad und Tobago
UAE	Verein. Arab. Emirate
USA	Verein. Staat. v. Amerika
VN	Vietnam
WAG	Gambia
WAL	Sierra Leone
WAN	Nigeria
WD	Windward-Insel Dominica
WG	Grenada
WL	Windward-Insel St. Lucia
WS	Westsamoa
WV	Windward-Insel St. Vincent
YV	Venezuela
Z	Sambia
ZA	Südafrika
ZRE	Zaire
ZW	Simbabwe
CC	Konsularisches Corps
CD	Diplomatisches Corps
EUR	Behörden u. Bedienstete der EG

Quelle: Falk-Verlag

16.5 Römisches Zahlensystem

I ≙ 1 V ≙ 5 X ≙ 10 L ≙ 50 C ≙ 100 D ≙ 500 M ≙ 1000

1	I	5	V	9	IX	40	XL	80	LXXX	200	CC	600	DC
2	II	6	VI	10	X	50	L	90	XC	300	CCC	700	DCC
3	III	7	VII	20	XX	60	LX	99	XCIX	400	CD	800	DCCC
4	IV	8	VIII	30	XXX	70	LXX	100	C	500	D	900	CM

Schreibweise von links beginnend, die Zahlen werden addiert.
Steht eine kleinere Zahl vor einer größeren, so wird die kleinere hiervon subtrahiert.
V, L und D werden nur einmal geschrieben.
I, X, C und M können bis zu dreimal geschrieben vorkommen.

Beispiele 1496 MCDXCVI 1673 MDCLXXIII 1891 MDCCCXCI 1981 MCMLXXXI

16.6 Kalendarische Berechnungen

Aus den **Tafeln** können der Wochentag eines Gregorianischen Datums und die Osterdaten für die Jahre 1901 – 2099 entnommen werden.

Kalendertafeln

Tafel 1 gibt zu den einzelnen Jahren gehörende Ziffern Z. So gehört z. B. zum Jahre 2075 die Ziffer 1. In den Schaltjahren gilt die erste der beiden Ziffern für Januar und Februar, die zweite für den Rest des Jahres. **Tafel 2** gibt für jeden Monat eine Ziffer M. Dabei wird aber z. B. November 27 = November 20 = November 13 = November 6 gerechnet. Die Ziffern M sind daher nur für die ersten sieben Monatstage gegeben. Aus **Tafel 2** ist der Wochentag direkt zu entnehmen, indem man in der Kolumne der Monatsziffer von November 6 bis zur Zeile Z = 1 abwärts geht und den Mittwoch als Wochentag des 27.11. 2075 findet.

Zur Ermittlung des **Osterdatums** teilt man das Jahr durch 19 und bildet den bei der Division entstehenden Rest R, z. B. R = 18 für 1975. **Tafel 3** gibt zu jedem Wert von R das Datum V des ersten Frühlingsvollmondes. Dabei bedeuten die halbfetten Ziffern Tage im März, die anderen Tage im April. In unserem Beispiel gehört zu 18 der 27.3. als Datum des ersten Frühlingsvollmondes. Man sucht jetzt den Wochentag, der zum 27.3.1975 gehört. Für 1975 findet man Z = 2. In einem Schaltjahr ist dabei stets die zweite Ziffer zu nehmen. Zu Z = 2 und zum 27.3. gehört nach **Tafel 2** ein Donnerstag. Ostern fällt dann auf den darauf folgenden Sonntag, den 30.3.

Wochentage und Osterdatum für 1901 – 2099

19 . .	Tafel 1				20 . .
Z					Z
2	02	30	58	86	1
3	03	31	59	87	2
4 5	04	32	60	88	3 4
6	05	33	61	89	5
0	06	34	62	90	6
1	07	35	63	91	0
2 3	08	36	64	92	1 2
4	09	37	65	93	3
5	10	38	66	94	4
6	11	39	67	95	5
0 1	12	40	68	96	6 0
2	13	41	69	97	1
3	14	42	70	98	2
4	15	43	71	99	3
5 6	16	44	72		4 5
0	17	45	73		6
1	18	46	74		0
2	19	47	75		1
3 4	20	48	76		2 3
5	21	49	77		4
6	22	50	78		5
0	23	51	79		6
1 2	24	52	80		0 1
3	25	53	81		2
4	26	54	82		3
5	27	55	83		4

Tafel 2							
	M						
März	5	6	7	1	2	3	4
April	2	3	4	5	6	7	1
Mai	7	1	2	3	4	5	6
Juni	4	5	6	7	1	2	3
Juli	2	3	4	5	6	7	1
August	6	7	1	2	3	4	5
September	3	4	5	6	7	1	2
Oktober	1	2	3	4	5	6	7
November	5	6	7	1	2	3	4
Dezember	3	4	5	6	7	1	2
Z = 6	So	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa
Z = 5	Sa	So	Mo	Di	Mi	Do	Fr
Z = 4	Fr	Sa	So	Mo	Di	Mi	Do
7 = 3	Do	Fr	Sa	So	Mo	Di	Mi
z = 2	Mi	Do	Fr	Sa	So	Mo	Di
Z = 1	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So	Mo
Z = 0	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So

Die Ostergrenze (**21 – 31** ist März, 1 – 18 ist April)

Tafel 3	
R	V
0	14
1	3
2	**23**
3	11
4	**31**
5	18
6	8
7	**28**
8	16
9	5
10	**25**
11	13
12	2
13	**22**
14	10
15	**30**
16	17
17	7
18	**27**

Quelle: Knaurs Lexikon

17 Stichwortverzeichnis

A
Ableitungen, Differenziationsregeln 43
Additionstheoreme 28
Ähnlichkeitskennzahlen 67
Alkoxifluoröle 228
Allgemeintoleranzen, Längen- u. Winkelmaße 171
Alphabet, deutsches, Fraktur 249
Alphabet, deutsches, Schreibschrift 249
Alphabet, griechisches 249
Alphabet, kyrillisches 249
Ampere, Basiseinheit 11
Anlassen 241
Anlasstemperatur 244
Arbeit, mechanische 84
Assoziatives Gesetz, Arithmetik 24
Astronomische Einheit 64
Atom 58
Atomare Energie 59
Atomare Masse 59
Aufkohlen 241
Aufkohlungstemperatur 244
Auflagerarten 125
Ausdehnungskoeffizient, thermischer 66
Aushärten 242
Austenit 243
Automatenstähle DIN 1651 149
Avogadro-Konstante 60

B
Bainithärten 241
Baryonen 58
Basiseinheiten, SI-System 11
Basisgrößen, SI-System 11
Baustähle, allgemeine, DIN 17100 143
Beanspruchung dickwandiger Rohre 114
Beanspruchung dünnwandiger Rohre 114
Beanspruchung, Gestaltfestigkeit 141
Beanspruchung, dynamische 141
Beanspruchung, zulässige 141
Beanspruchungsarten, Biegung, Torsion 113
Beanspruchungsarten, Schub, Scherung 112
Beanspruchungsarten, Zug, Druck 112
Befestigungsgewinde 189
Befestigungsschrauben 189
Belastung, Punktlast 188
Belastung, Umfangslast 188
Belastungsverhältnis, Wälzlager 217
Beleuchtungsstärke 16
Beschleunigung 14
Betriebsspiel, Passungseinfluss 225
Betriebsspiel, Temperatureinfluss 225
Betriebsspiel, Wälzlager 225
Betriebsspiel, normales 225
Bewegungsgewinde 189
Bewegungsgleichung, freier Schwinger 101
Bewegungsgleichungen, Grundgesetz 80
Bewegungsvorgänge, mechanische 81
Biegelinie, elastische, von Trägern 127
Binome, Arithmetik 24
Binomialkoeffizienten 22
Blattgrößen nach DIN 823 162
Bogenhöhen, Kreis 36f
Bogenlängen, Kreis 36f
Bohr'scher Radius 61
Boltzmann-Konstante 60
Breitengrad 63
Brinellhärte 246
Bruchformen, einachsiger Spannungszustand 117
Buchstabiertafel, Ausland 250
Buchstabiertafel, Inland 250

C
Candela, Basiseinheit 11
Carbonitrieren 241

D
Dauerfestigkeit, Schaubild nach Smith 141
Dauerfestigkeit, Wöhler-Diagramm 141
Dauerfestigkeitsschaubilder, Baustähle 142
Determinante, Gleichungen 1. Grades 26
Dezimalsystem 46
Diester 227
Diffusionsglühen 242
Diskriminante, quadratische Gleichung 25
Drehimpulssatz 87f
Drehstoß, geführte Bewegung 90
Drehstoß, ungeführte Bewegung 90
Dreieck, ebene 29
Dreieck, gleichseitig, Fläche 34
Dreieck, rechtwinklig 29
Dreigelenkstütze 125
Druckellipse, Achsen 135
Dualsystem 46
Dualsystem, Grundrechenarten 48
Durchflussmenge, Umrechnungen 20
Dämpfungsdekrement, logarithmisches 95

E
Ebenheit, Toleranzen 171
Eigenfrequenz 94
Eigenkreisfrequenz 95
Einheiten, astronomische 64
Einsatzhärten 241
Einsatzhärten, Temperaturen 244
Einsatzhärtungstiefe 140
Einsatzstähle DIN 17210 147
Einspannung, fest 125
Elastische Elemente 209

Elastische Systeme, Federrate 211
Elastizitätsmodul 109f
Elastomere für Gummifedern 213
Elektrische Stromstärke, Basisgröße 11
Elektromagnetische Strahlung 62
Elektron 58
Elektronenmasse 59
Elektronenradius 61
Elementarladung 60
Elementarteilchen 58
Elemente, Periodensystem 68f
Elemente, chemische 70f
Ellipse, Fläche 34
Ellipse, Konstruktion 39
Energie, Verluste 84f
Energie, kinetische 84
Energie, potentielle 84
Energiedosisrate 16
Energieformen, Kinetik 85
Energiesatz, Mechanik 84
Enthalpie 15
Entropie 15
Erde, Größenzahlen 63
Erregerfrequenz 95
Erregerfunktion für Schwinger 102f
Erstbefettung, Wälzlager 229
Euler-Hyperbel 116
Euler'sche Gleichung, komplexe Zahlen 25
Euler'sche Knickfälle 116

F

Fallbeschleunigung 12
Faraday-Konstante 60
Federn, Arbeitsspeicher 209
Federn, Federrate 210
Federn, Gummifedern 212
Federn, Kennlinien 209
Federn, metallische 210
Feingewinde, Auswahl DIN 13 193
Feldkonstante, elektrische 60
Feldkonstante, magnetische 60
Ferrit 243
Festigkeitsberechnung 109
Festigkeitshypothesen 118
Festkommadarstellung 46
Festschmierstoffe 229
Fettschmierung 228
Flächenausdehnungskoeffizient 66
Flächenmaße, Umwandlung deutsch/englisch 18
Flächenmoment 1. Grades, statisches 110
Flächenmoment 2. Grades, axiales 110
Flächenmoment 2. Grades, polares 110
Flächenmomente 2. Grades, Kreisquerschnitt 121
Flächenmomente 2. Grades, axiale 119f
Flächenmomente, verschiedene Bezugsachsen 122
Flächenpressung, nicht gleitende 202
Flächen
Folge, arithmetische 26
Folge, geometrische 26
Formänderungen, elastische, plastische 109
Formänderungsarbeit, passive 128
Frequenz 14

G

Gammastrahlen 62
Gaskonstante 60
Gaskonstante 248
Gauß-Verteilung 54
Gebrauchsdauer, Wälzlager 219
Gebrauchstemperaturbereich, Schmierfett 229
Gelenk 125
Gelenklager, fest 125
Gelenklager, verschieblich 125
Geometrische Grundlagen, Darstellungen 38f
Geradheit, Toleranzen 171
Geschwindigkeiten, wissenswerte 63
Gestaltfestigkeit 141
Gestaltänderungsenergiehypothese 118
Gestaltänderungsenergiehypothese, Mises 138
Gewicht, Bedeutung 12
Gewichtskraft, Definition 12
Gewinde, metrisches DIN 13 192
Gleichung, quadratische 25
Gleitkommadarstellung 46
Glühen 242
Goldener Schnitt 21
Gon, Einheit 13
Gravitationskonstante 60
Grundfunktionen, Differenzialformen 43
Grundgesamtheit 49
Grundintegrale 44
Grundtoleranz 177
Größenzahl, Gestaltfestigkeit 141
Gummifedern, Berechnung 212
Gusseisen, Kugelgraphit DIN 1693 151
Gusseisen, Lamellengraphit DIN 1691 150

H

Hadronen 58
Hektar, Einheit 13
Hertz, Beiwerte 134f
Hertz, Gleichungen 133
Hertz, Hilfswerte für Wälzlager 136
Hertz, ebener Spannungszustand 137
Hertz, elastische Verformungen 133ff
Hertz, räumlicher Spannungszustand 138
Hertz'sche Kontakte 133
Hertz'sche Pressung, statische Tragzahl 217
Hexadezimalsystem 46
Histogramm 52
Hooke'sches Gesetz 109
Hydraulik 231
Hydrogetriebe 231
Hydrogetriebe, charakt. Merkmale 234
Hydromotoren 231
Hydropumpen 231
Hydropumpen, Größen, Einheiten 232
Hydropumpen, übliche Betriebswerte 233
Hyperbelfunktionen 28
Hyperonen 58
Härte-Zugfestigkeit, Umrechnung 246
Härtefaktor, dynamischer 220
Härtefaktor, statischer 223
Härten 241
Härtungstiefe 139f
Häufigkeitsdichte, relative 52

Häufigkeitsdichtefunktion 50
Häufigkeitssumme 50
Höchstmaß 177
Höchstpassung 186

I
ISO-Gewinde, metrisches DIN 13 192
Impulssatz 87
Integraltafeln 129ff
Integration, Grundintegrale 44
Ionendosisrate 16
Istmaß 177

J
Jahr, siderisches 64
Jahr, tropisches 64

K
Kalendarische Berechnungen 252
Kaon 58
Karat, metrisches 13
Kegel, Kegelstumpf, Volumen, Oberfläche 40
Kegelpressverband 208
Kelvin, Basiseinheit 11
Kerbwirkungszahl 141
Kernhärtetemperatur 244
Kilogramm, Basiseinheit 11
Kilogramm, SI-Einheit 13
Kilopond, Definition 17
Kinetik, Kräfte 82f
Klasseneinteilung 51
Knicklast 115f
Knickspannung 115f
Knickung schlanker Stäbe 115f
Kommutatives Gesetz, Arithmetik 24
Komplexe Zahlen 25
Korrelation 57
Kraft, Definition 12
Kraftstoß, zentraler 89
Kreis, Bogenlängen, Bogenhöhen, Sehnen 36f
Kreis, Fläche, Umfang 34
Kreisabschnitt, Fläche 34
Kreisausschnitt, Fläche 34
Kreisfrequenz 14
Kreisfrequenzverhältnis 95
Kreisring, Fläche 34
Kreisringausschnitt, Fläche 34
Kreistorus, Volumen, Oberfläche 40
Kristallgitter, kubisch-flächenzentriert 243
Kristallgitter, kubisch-raumzentriert 243
Kräfte, Kinetik 82f
Kugel, Volumen, Oberfläche 40
Kugelabschnitt, Kugelausschnitt, Volumen 40
Kugelzone, Volumen, Mantelfläche 40
Kunststoffe, Eigenschaften 154
Kunststoffe, Elastomere 154
Kunststoffe, Festigkeitskennwerte 156ff
Kunststoffe, Formbeständigkeit 156ff
Kunststoffe, Verarbeitungsverfahren 160
Kunststoffe, Verwendungsformen 160
Kunststoffe, duroplastische 154
Kunststoffe, thermoplastische 154
Kunststoffe, vollsynthetische 155
Körper-Berechnungen 40

L
Lager, Freiheitsgrade 125
Lager, Zwischenreaktionen 125
Lagerbelastung, äquivalente dynamische 220
Lagerbelastung, periodisch veränderliche 222
Lagerbelastung, stufenweise veränderliche 222
Lagerbelastung, äquivalente 217
Lagerbewegungen, oszillierende 221
Lagerdrehzahl, stufenweise veränderliche 221
Lagerdrehzahl, veränderliche 221
Lagerlast, kombinierte 221
Lagerluft, Nachsetzzeichen 224
Lagerluft, radiale 224
Lagerluftgruppe 224
Lagerreaktionen, einfache Träger 126
Lagertemperatur, Lebensdaueereinfluss 220
Last, Bedeutung 12
Laufbahnhärte, Lebensdaueereinfluss 220
Laufbahnhärte, statische Tragfähigkeit 223
Lautstärke 248
Lebensdauer, Anhaltswerte 219
Lebensdauer, Wälzlager 217
Lebensdauer, modifizierte 218
Lebensdauer, nominelle 217
Lebensdauerexponent, Wälzlager 217
Lebensdauergleichung, Beiwerte 218
Ledeburit 243
Leptonen 58
Lichtgeschwindigkeit 60
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum 64
Lichtjahr 64
Lichtquant 58
Lichtstrahlen, Wellenlänge 62
Lichtstärke, Basisgröße 11
Linienarten nach DIN 15 163
Linienberührung, Rolle-Ebene 137f
Liniengruppen nach DIN 15 163
Logarithmengesetze 23
Logarithmus, Briggs'scher 23
Logarithmus, allgemeiner 23
Logarithmus, natürlicher 23
Loschmidt-Konstante 60
Länge, Basisgröße 11
Längengrad 63
Längenmaße, Umwandlung deutsch/englisch 18
Lösungsfunktion für Schwinger 102f

M
Masse, Basisgröße 11
Masse, Eigenschaft 12
Masseneinheit, Energieumrechnung 61
Masseneinheit, atomare 61
Massenmomente 2. Grades von Körpern 86
Mathematische Zeichen 21
Maßeinheiten 11
Maßstäbe nach DIN ISO 5455 164
Maßsystem, SI-System 11
Maßsystem, physikalisch 17
Maßsystem, technisch 17
Maßsysteme, fps-System/SI-System 19

Maßtoleranz 177
Mechanik, Dynamik 79
Mechanik, Größen und Einheiten 79
Mengenlehre, Zeichen 45
Merkmalswert 49
Mesonen 58
Metallsalze, Lösungen 77
Meter, Basiseinheit 11
Meter, SI-Einheit 13
Mindestmaß 177
Mindestpassung 186
Mineralöle 226
Mittelwerte, Arithmetik 24
Mittenrauwert 168
Mittenrauwert, quadratisch 168
Mittenrauwerte Ra, erreichbare 168
Mittenrauwerte, erreichbare DIN 4768 170
Mol, Basiseinheit 11
Molares Normvolumen 60
Molekül 58
Momentanpol 90
Momentenverlauf, Träger 126
Monat, siderischer 64
Monat, synodischer 64
Monat, tropischer 64
Mond, Umlaufzeit 64
Morsealphabet, international 250
Muttern, Festigkeitsklassen 194
Muttern, Übersicht 191
Mutternauflage, Flächenpressung 200

N
Nationalitätskennzeichen 251
Naturstoffe, modifizierte 155
Nennmaß 177
Neutrino 58
Neutron 58
Newton'sches Grundgesetz 80
Normalglühen 242
Normalspannung, Definition 109
Normalspannungshypothese 118
Normalverteilung 54
Normfallbeschleunigung 60
Normschrift nach DIN 6776 164
Normzahlen, Normzahlreihen DIN 323 161
Nukleonen 58

O
Oberflächen, Kennzeichnung 165
Oberflächenangaben, Anordnung der Symbole 167
Oberflächenbeschaffenheit 165
Oberflächenbeschaffenheit, Symbole 166
Oberflächenhärte 140
Oberflächenzahl, Gestaltfestigkeit 141
Ölhydraulische Anlagen, Sinnbilder 235ff
Ölschmierung 226
Oktalsystem 46

P
Parallelogramm, Fläche 34
Passfeder-Verbindung 202
Passfedern, Nuten 203
Passfedern, hohe Form DIN 6885 204
Passsystem Einheitsbohrung 186
Passsystem Einheitswelle 186
Passtoleranzfelder, Anwendungsbeispiele 187
Pendelstütze 125
Periodensystem, Elemente 68f
Perlit 243
Photonen 58
Pion 58
Planck'sche Konstante 60
Planck'sche Strahlungskonstante 61
Planlauf, Toleranzen 171
Platten, Federrate 198
Pneumatik 231
Pneumatische Anlagen, Sinnbilder 240
Poissonzahl, Querzahl 109
Poissonzahl, Schallgeschwindigkeit 248
Poly-alpha-Olefine 226
Polyaddition 155
Polyalkylenglykol 226
Polykondensation 155
Polymeristion 155
Polynomfläche 34
Polyolester 227
Positron 58
Potenzen, Rechenregeln 24
Pressverband, Berechnung 205f
Pressverband, Fügevorgang 205
Pressverband, zylindrisch 205
Primzahlen 22
Prinzip nach d'Alembert 80
Profil, wirkliches 168
Profilhöhe 168
Profilkuppenhöhe 168
Profiltaltiefe 168
Profiltraganteil 168
Projektion, dimetrische DIN 5 162
Projektion, isometrische DIN 5 162
Proton 58
Punktberührung, Kugel-Ebene 137
Pyramide, Pyramidenstumpf, Volumen 40
Pythagoreische Zahlen 21

Q
Quader, Volumen, Oberfläche 40
Quadrat, Fläche, Diagonale 34
Querkraftverlauf, einfache Träger 126
Querzahl 109

R
Radiant, SI-Einheit 13
Randhärtetemperatur 244
Randhärtungstiefe 140
Randschichthärten 241
Rauheitskenngrößen, Oberflächen 168
Rautiefe, gemittelte 168
Rautiefe, maximale 168
Raumausdehnungskoeffizient 66
Raummaße, Umwandlung deutsch/englisch 18
Reaktionen, kinetische 80
Rechteck, Fläche 34
Regelgewinde, Auswahl DIN 13 193
Regression 57
Reibungszahlen, Gewinde 196

Reibungszahlen, Mutternauflage 196
Reihe, arithmetische 26
Reihe, geometrische 26
Rekristallisationsglühen 242
Resonanz 94
Rillenrichtung, Symbole 167
Rockwellhärte 246
Ruhmasse des Elektrons 61
Rundlauf, Toleranzen 171
Rydberg-Konstante 61
Röntgenstrahlen 62

S

Schall, Flüssigkeitsschall 247
Schall, Körperschall 247
Schall, Luftschall 247
Schallabsorptionsgrad 248
Schalldruck 247f
Schalldämmmaß 248
Schallgeschwindigkeit 248
Schallleistung 248
Schallpegel 247
Schallschnelle 248
Schiebehülse 125
Schlankheitsgrad eines Stabes 116
Schmelztemperaturen, Salze 72
Schmierflüssigkeiten, Kennwerte 227
Schmierstoffe, umweltfreundliche 229
Schmierung, Wälzlager 226
Schraube, Federrate 198
Schrauben, Festigkeitsklassen 194
Schrauben, Übersicht 190
Schraubenkopfauflage, Flächenpressung 200
Schraubenverbindung, Anziehdrehmoment 197
Schraubenverbindung, Beanspruchung 198
Schraubenverbindung, Berechnung 195
Schraubenverbindung, Vorspannkraft 197
Schraubenverbindungen 189
Schraubenverspannungsdreieck 198
Schubmittelpunkte, dünnw. Querschnitte 124
Schubmodul 109f
Schubspannung, Definition 109
Schubspannungshypothese 118
Schubspannungshypothese, Tresca-St.Venant 138
Schwerpunktlagen von Linien 42
Schwerpunktlagen von ebenen Flächen 35
Schwerpunktlagen von homogenen Körpern 41
Schwingung, erzwungene 94
Schwingung, gedämpfte 94
Schwingung, mechanische 94
Schwingung, ungedämpfte 94
Schwingungen, Begriffe, Formelzeichen 95
Schwingungen, freie ungedämpfte 96f
Schwingungsverlauf, zeitlicher 101
Sechseck, Fläche 34
Seemeile, Einheit 13
Sehnenlängen, Kreis 36f
Sekunde, Basiseinheit 11
Sekunde, SI-Einheit 13
Silikonöle 227
Solarkonstante 61
Sonnensystem 63
Sonntag, mittlerer 64
Spannungsarmglühen 242
Spannungsreihe, elektrolytische 78
Spannungsreihe, thermoelektrische 78
Spannungszustand, ein-, mehrachsig 118
Spielpassung 186
Stahlguss, allgemeine Verwendungszwecke 152
Stahlguss, warmfester DIN 17245 152
Standardabweichung 52f
Standardabweichung, Grundgesamtheit 50
Stat. Tragfähigkeit, plastische Verformung 223
Statistik, technische 49
Statistische Auswertung, Beispiel 51
Stefan-Boltzmann'sche Strahlungskonstante 61
Steradiant, SI-Einheit 13
Sterntag 64
Stichprobe 49
Stichprobe, Standardabweichung 50
Stoffe, chemische 73f
Stoffmenge, Basisgröße 11
Stoffwerte, Flüssigkeiten 75
Stoffwerte, Gase und Dämpfe 77
Stoffwerte, feste Stoffe 76
Stoß, Körper 91
Stoß, geführte Bewegung 92
Stoß, gerader exzenrischer 92
Stoß, gerader zentraler 91
Stoß, schiefer exzentrischer 93
Stoß, schiefer zentraler 92
Stoß, ungeführte Bewegung 93
Stoßgesetze 89
Stoßgesetze, Stoß fester Körper 91
Stoßhypothese 91
Strahlung, elektromagnetische 62
Streufaktor 50
Stähle, Automatenstähle DIN 1651 149
Stähle, Einsatzstähle DIN 17210 147
Stähle, Vergütungsstähle DIN 17200 144ff
Stähle, Wälzlagerstähle DIN 17230 148
Stähle, unlegiert, legiert 143
Summenhäufigkeit 52
System, statisch bestimmt 128
System, statisch unbestimmt 128

T

Temperatur, Anlasstemperatur 244
Temperatur, Aufkohlungstemperatur 244
Temperatur, Kernhärtetemperatur 244
Temperatur, Randhärtetemperatur 244
Temperatureinheit Celsius 65
Temperatureinheit Grad Fahrenheit 65
Temperatureinheit Grad Rankin 65
Temperatureinheit Kelvin 65
Temperatureinheiten, Umrechnungstabelle 65
Temperaturfaktor, Tragzahl 220
Temperaturpunkte, wichtige 65
Temperguss DIN 1692 153
Tetmajer-Gerade 116
Tex, Einheit 13
Thermodynamische Temperatur, Basisgröße 11
Tilgungsformel, Zinseszinsrechnung 27
Toleranzen, Begriffe 177
Toleranzen, Form und Lage 171f
Toleranzen, Grenzabmaße 177

Toleranzen, Grundtoleranz 177
Toleranzen, Wälzlagertoleranzen 188
Toleranzfeld 178
Toleranzgrad 180ff
Toleranzlage 180f
Toleranztabellen 180ff
Tonne, Einheit 13
Tonne, Volumen 40
Torsionswiderstandsmoment 110
Torsionsflächenmomente, Querschnitte 123
Torsionswiderstandsmomente, Querschnitte 123
Tragfähigkeit, dynamische 217
Tragfähigkeit, statische 223
Tragsicherheit, statische 223
Tragzahl, dynamische 217
Tragzahl, statische 217
Trapez, Fläche 34
Trigonometrische Funktionen 29
Träger, Lagerreaktionen 126
Träger, Momenten-, Querkraftverläufe 126
Träger, elastische Biegelinie 127
Trägheitsmoment, Massenmoment, Körper 80
Trägheitsradius eines Querschnittes 116

U
Übergangspassung 186
Übermaßpassung 186
Urliste 49

V
Varianz 50
Vergleichsspannung 141
Vergleichsspannung, Hertz 138
Vergrößerungsfunktion, unged. Schwingung 103
Vergrößerungsfunktionen, ged. Schwingung 106f
Vergüten 241
Vergütungsstähle DIN 17200 144ff
Verteilungsfunktion 50
Vickershärte 246
Viskosität, Schmierflüssigkeiten 227
Viskosität, dynamische 14
Viskosität, kinematische 14
Viskositätsklassifikationen 228
Volumeneinheiten, Umrechnungen 20
Vorzeichenregeln, Arithmetik 24

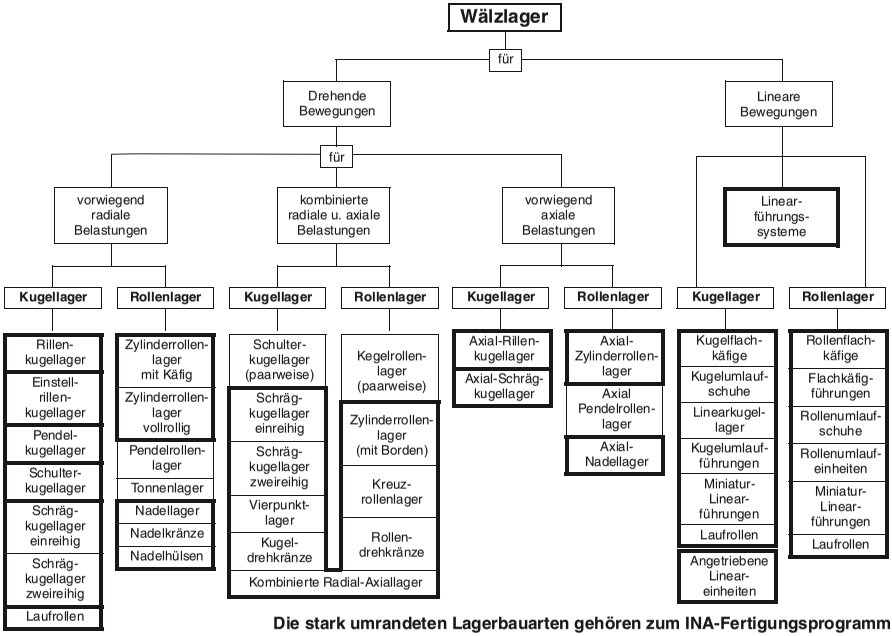
W
Wahrscheinlichkeitsnetz 53
Weibull-Verteilung 56
Weichglühen 242
Wellen-Naben-Verbindung, Übersicht 201
Wellenlänge, Strahlungen 62
Werkstoffe, Einsatzhärtung 140
Werkstoffe, Induktionshärtung 140
Werkstoffkennwerte, Metalle 111
Werkstoffkennwerte, Nichtmetalle 111
Widerstandsmoment, axiales 110
Widerstandsmoment, polares 110
Widerstandsmomente, Kreisquerschnitt 121
Widerstandsmomente, axiale, Querschnitte 119f
Wien-Konstante 61
Winkelbeschleunigung 14
Winkelfunktionen 28ff
Winkelfunktionen sin/cos, Tabelle 30f
Winkelfunktionen tan/cot, Tabelle 32f
Winkelgeschwindigkeit 14
Wirkungsgrad, akustischer 248
Wurzeln, Arithmetik 24
Würfel, Volumen, Oberfläche 40
Wägewert, konventioneller 12
Wälzlager, Bauformen-Übersicht 214
Wälzlager, Maßreihen 215
Wälzlager, Benennungen 215
Wälzlager, Bauformen-Benennung 215
Wälzlager, Lagerarten 215
Wälzlager, Maßreihen nach DIN 616 216
Wälzlager, Bohrungskennzahlen 216
Wälzlagerfette, Eigenschaften 230
Wälzlagerstähle DIN 17230 148
Wärmeausdehnung, Gase 66
Wärmeausdehnung, Körper 66
Wärmebehandlung 241
Wärmebehandlung, Wälzlagerstähle 245
Wärmedurchgangszahl 15
Wärmeleitfähigkeit 15
Wärmeübergangszahl 15

Z
Zahlen, häufig gebrauchte 21
Zahlensystem, römisches 252
Zahlensysteme, Datenverarbeitung 46
Zahlensysteme, Umrechnung 47
Zehnpunkthöhe 168
Zeit, Basisgröße 11
Zementit 243
Zinseszinsrechnung 27
Zinseszinstabelle 27
Zugfestigkeit-Härte, Umrechnung 246
Zustandsschaubild Eisen-Kohlenstoff 243
Zylinder, Volumen, Oberfläche 40

II. Wälzlagertechnik

1. Wälzlager-Bauformen-Übersicht
2. INA-Katalogprogramm
2.1 Nadel- und Zylinderrollenlager
2.2 Kugellager / Gehäuseeinheiten
2.3 Permaglide®-Gleitlager
2.4 Gelenklager / Gleitbuchsen / Gelenkköpfe
2.5 Drehverbindungen
2.6 Linearführungen
2.7 Flachkäfigführungen
2.8 Miniaturführungen
2.9 Angetriebene Lineareinheiten
3. Grundlagen
(Auszug aus INA-Katalogen)
3.1 Tragfähigkeit und Lebensdauer
3.2 Lagerluft und Betriebsspiel
3.3 Schmierung

1. Wälzlager-Bauformen-Übersicht



Die stark umrandeten Lagerbauarten gehören zum INA-Fertigungsprogramm

2. INA-Katalogprogramm

INA steht weltweit für

- durchdachte Wälzlagertechnik
- modernste Produktionsstätten
- höchste Qualität.

INA-Qualitätsprodukte sind funktionstüchtige, wirtschaftliche Maschinenelemente, die sich millionenfach bewähren.

INA-Qualitätsprodukte gibt es in den unterschiedlichsten Abmessungen für rotierende und lineare Bewegungen, ebenso wie für ganz spezielle Anwendungen; da ist für Konstrukteure aller Fachrichtungen etwas dabei.

Das Taschenbuch ITT zeigt einen repräsentativen Querschnitt durch das INA-Produktprogramm:

- Nadel- und Zylinderrollenlager
- Kugellager und Gehäuseeinheiten
- Drehverbindungen
- Gelenklager, Gleitbuchsen und Gelenkköpfe
- Permaglide®-Gleitlager
- Profilschienenführungen
- Laufrollenführungen
- Wellenführungen
- Miniatur-Linearführungen
- Flachkäfigführungen
- Angetriebene Lineareinheiten.

Das INA-Produktprogramm ist in Katalogen, Druckschriften, Technischen Produktinformationen und Marktinformationen dokumentiert. Diese sind sowohl Arbeitsunterlage und Konstruktionsmittel für den Techniker als auch ein wertvolles Nachschlagewerk für jeden Interessenten.

INA hat als besondere Serviceleistung die CD-ROM

- ***medias®*** *professional*

entwickelt.

Dies CD informiert über das Produktprogramm und ist als Beratungssystem konzipiert.

Kataloge, Druckschriften,Technische Produktinformationen, Marktinformationen und CDs versendet INA auf Anfrage.

Wichtiger Hinweis:

Das Technische Taschenbuch ist ein Nachschlagewerk.

Für die Auslegung von Lagern steht das umfangreiche INA-Katalogprogramm zur Verfügung.

2.1 Nadel- und Zylinderrollenlager

Nadelrollen
Nadelkränze

Nadelkränze

- sind Baueinheiten, bestehend aus Käfig und Nadelrollen
- setzen voraus, dass eine gehärtete und geschliffene Welle und eine Gehäusebohrung als Laufbahnen genutzt werden können
- haben geringe radiale Bauhöhen, entsprechend dem Durchmesser der Nadelrollen
- sind hoch tragfähig
- sind für hohe Drehzahlen geeignet
- sind besonders montagefreundlich
- lassen Lagerungen mit hoher Rundlaufgenauigkeit zu
  – abhängig von der formgenauen Ausführung der Laufbahnen
- ermöglichen eine einstellbare radiale Lagerluft
  – abhängig von Nadelsorte, Wellen- und Gehäusetoleranzen.

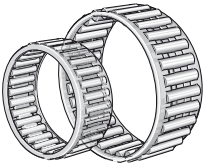
Nadelrollen

- sind die Grundelemente der INA-Nadellager
- entsprechen DIN 5402-3 bzw. ISO 3096, Form B, mit ebenen Stirnflächen
- sind aus durchgehärtetem Wälzlagerstahl nach DIN 17230
- haben eine Härte von mindestens 670 HV und eine feinstbearbeitete Oberfläche
- sind endprofiliert, d.h. die Mantelflächen fallen nach den Enden ballig ab. Dadurch
  – verringerte Kantenspannung an den Wälzkörperenden
- werden verwendet
  – für vollnadelige Lagerungen
  – als Achsen.

Nadelkränze für Pleuellagerungen
– KZK für Kurbelzapfenlagerungen
– KBK für Kolbenbolzenlagerungen
siehe
INA-Technische Produktinformation TPI 94
INA-Katalog 307

Nadelkranz einreihig

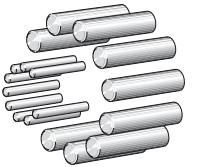
K



- basierend auf DIN 5405-1/ISO 3030
- für Wellen von 3 mm bis 265 mm
- Nadelkränze zweireihig K..ZW für Wellen von 24 mm bis 95 mm

Nadelrollen

NRB



- Durchmesser von 1 mm bis 6 mm

Nadelhülsen und Nadelbüchsen

- sind Baueinheiten, bestehend aus dünnwandigen, spanlos geformten Außenringen und Nadelkränzen
- sind radial besonders raumsparend
- setzen voraus, dass eine gehärtete und geschliffene Welle als Laufbahn genutzt werden kann
- werden bei ungehärteter Welle mit Innenringen der Baureihen IR oder LR kombiniert
- haben in zweireihiger Ausführung eine Schmierbohrung
- sind montagefreundlich
  - werden in die Gehäusebohrung eingepresst
  - benötigen keine weitere axiale Fixierung
- sind mit Axial-Nadellager AXW kombinierbar.

Nadelbüchsen

- schließen Lagerstellen an Wellenenden ab. Dadurch
  - Unfallschutz bei drehender Welle
  - Schutz vor Feuchtigkeit und Verschmutzung.

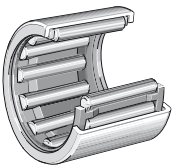
Abgedichtete Nadelhülsen und Nadelbüchsen

- sind vor Schmutz und Spritzwasser geschützt durch
  - Lippendichtungen
- sind befettet mit Lithiumkomplexseifenfett DIN 51825–KP2N–25
- für Betriebstemperaturen von –30 °C bis +100 °C, begrenzt durch das Schmierfett und den Dichtringwerkstoff.

Weitere Informationen zu Nadelhülsen und Nadelbüchsen:
INA-Katalog 307

Nadelhülsen

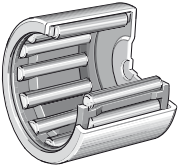
HK



- nach DIN 618-1/ISO 3245
- für Wellen von 3 mm bis 60 mm
- einseitig mit Lippendichtung HK..RS für Wellen von 8 mm bis 50 mm
- beidseitig mit Lippendichtung HK..2RS für Wellen von 8 mm bis 50 mm

Nadelbüchsen

BK



- nach DIN 618-1/ISO 3245
- einseitig geschlossen
- für Wellen von 3 mm bis 45 mm
- einseitig mit Lippendichtung BK..RS für Wellen von 14 mm bis 25 mm

Nadellager

Nadellager ohne und mit Innenring

- sind Baueinheiten, bestehend aus spanend gefertigten Außenringen, Nadelkränzen und herausnehmbaren Innenringen
- sind raumsparend durch die geringe radiale Bauhöhe
- haben eine Schmierrille und Schmierbohrung im Außenring
  – Ausnahmen:
  NK, $F_w \leq 10$ mm
  NKI, $d \leq 7$ mm.

Nadellager ohne Innenring

- setzen voraus, dass eine gehärtete und geschliffene Welle als Laufbahn genutzt werden kann.

Nadellager mit Innenring

- werden eingesetzt, wenn die Welle nicht als Wälzlagerlaufbahn ausgeführt ist.

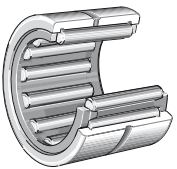
Abgedichtete Nadellager

- sind vor Schmutz und Spritzwasser geschützt durch
  – Lippendichtungen
- sind befettet mit Lithiumkomplexseifenfett DIN 51825–KP2N–25
- sind nachschmierbar über Außen- und Innenring.

Weitere Informationen zu Nadellagern:
INA-Katalog 307

Nadellager ohne Innenring

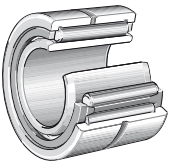
NK
NKS
RNA 49
RNA 48



- NK: leichte Reihe; für Wellen von 5 mm bis 110 mm
- NKS: schwere Reihe; für Wellen von 20 mm bis 75 mm
- RNA 49 (DIN 617/ISO 1206); für Wellen von 14 mm bis 160 mm
- RNA 48 (DIN 617/ISO 1206); für Wellen von 120 mm bis 415 mm

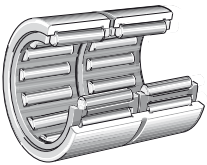
Nadellager mit Innenring

NKI
NKIS
NA 49
NA 48



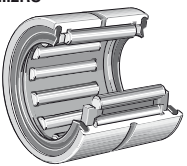
- NKI: leichte Reihe; für Wellen von 5 mm bis 100 mm
- NKIS: schwere Reihe; für Wellen von 15 mm bis 65 mm
- NA 49 (DIN 617/ISO 1206); für Wellen von 10 mm bis 140 mm
- NA 48 (DIN 617/ISO 1206); für Wellen von 110 mm bis 380 mm

RNA 69



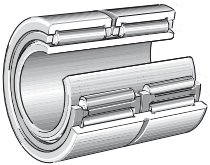
- Maßreihe 69
- zweireihig (einreihig bis RNA 6906)
- für Wellen von 16 mm bis 110 mm

RNA 49..RS
RNA 49...2RS



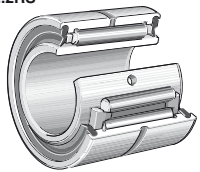
- Maßreihe 49
- ein- oder beidseitig mit Lippendichtungen (Nachsetzzeichen RS oder .2RS)
- für Betriebstemperaturen von –30 °C bis +100 °C, begrenzt durch das Schmierfett und den Dichtringwerkstoff
- für Wellen von 14 mm bis 58 mm

NA 69



- Maßreihe 69
- zweireihig (einreihig bis NA 6906)
- für Wellen von 12 mm bis 95 mm

NA 49..RS
NA 49...2RS



- Maßreihe 49
- ein- oder beidseitig mit Lippendichtungen (Nachsetzzeichen RS oder .2RS)
- für Betriebstemperaturen von –30 °C bis +100 °C, begrenzt durch das Schmierfett und den Dichtringwerkstoff
- IR 1 mm breiter als AR, Schmierbohrung, keine Schlupffase
- für Wellen von 10 mm bis 50 mm

Nadellager ohne Borde
Einstell-Nadellager
Innenringe

Nadellager ohne Borde

- sind Baueinheiten, bestehend aus herausnehmbaren Nadelkränzen und spanend gefertigten Außen- und Innenringen
- Innenring, Außenring und Nadelkranz können unabhängig voneinander montiert werden
- sind raumsparend durch die geringe radiale Bauhöhe
- zweireihige Lager sind nachschmierbar durch Schmierrille und Schmierbohrung im Außenring.

Nadellager ohne Borde, ohne Innenring

- setzen voraus, dass eine gehärtete und geschliffene Welle als Laufbahn genutzt werden kann.

Nadellager ohne Borde, mit Innenring

- werden eingesetzt, wenn die Welle nicht als Wälzlagerlaufbahn ausgeführt ist.

Einstell-Nadellager ohne und mit Innenring

- sind Baueinheiten, bestehend aus spanlos geformten Außenhülsen, Außenringen mit kugeliger Mantelfläche, Nadelkränzen und herausnehmbaren Innenringen
- gleichen statische Fluchtungsfehler der Lagerachse bis maximal 3° aus
- sind montagefreundlich
  - werden in die Gehäusebohrung eingepresst
  - benötigen keine weitere axiale Fixierung.

Einstell-Nadellager ohne Innenring

- setzen voraus, dass eine gehärtete und geschliffene Welle als Laufbahn genutzt werden kann.

Einstell-Nadellager mit Innenring

- werden eingesetzt, wenn die Welle nicht als Wälzlagerlaufbahn ausgeführt ist.

Innenringe

- werden als Wälzlagerlaufbahn eingesetzt, wenn die Welle dazu nicht genutzt werden kann
- sind raumsparend durch die geringe radiale Bauhöhe
- haben Schlupffasen. Dadurch
  - einfaches Einführen in die Nadellager
  - Schutz von Dichtlippen bei der Montage

Nadellager ohne Borde, ohne Innenring

RNAO

103196

- für Wellen von 5 mm bis 100 mm

Weitere Baureihe:

- zweireihig
- Schmierrille und Schmierbohrung im Außenring
- für Wellen von 18 mm bis 60 mm

Nadellager ohne Borde, mit Innenring

NAO

103198

- für Wellen von 6 mm bis 90 mm

Weitere Baureihe:

- zweireihig
- Schmierrille und Schmierbohrung im Außenring
- für Wellen von 25 mm und 30 mm

Einstell-Nadellager ohne Innenring

RPNA

- für Betriebstemperaturen von –30 °C bis +100 °C, begrenzt durch die Stützringe aus Kunststoff
- für Wellen von 15 mm bis 45 mm

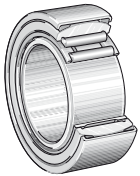
Innenring

IR

- gehärtet, feinbearbeitet
- Schlupffasen und Schmierbohrung
- für Wellen von 5 mm bis 380 mm

Einstell-Nadellager mit Innenring

PNA



- für Betriebstemperaturen von –30 °C bis +100 °C, begrenzt durch die Stützringe aus Kunststoff
- für Wellen von 12 mm bis 40 mm

LR

- gehärtet, geschliffen
- Stirnflächen nicht geschliffen, Kanten gebrochen
- für Wellen von 7 mm bis 50 mm

Kombinierte Nadellager

Kombinierte Nadellager ohne und mit Innenring

- sind Radial-Nadellager mit axial belastbarem Lagerteil
- sind Fest- oder Stützlager.

Kombinierte Nadellager ohne Innenring

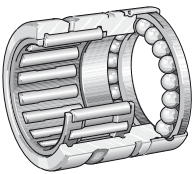
- setzen voraus, dass eine gehärtete und geschliffene Welle als Laufbahn genutzt werden kann.

Kombinierte Nadellager mit Innenring

- werden eingesetzt, wenn die Welle nicht als Wälzlagerlaufbahn ausgeführt ist.

Kombinierte Nadellager ohne Innenring

NX
NX..Z

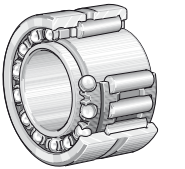


Nadel-Axial-Rillenkugellager, Axialteil vollkugelig

- NX: für Ölschmierung, Deckkappe mit Schmierbohrungen
- NX..Z: für Fettschmierung, Axialteil erstbefettet; Deckkappe ohne Schmierbohrungen
- einseitig mit Verschlussring
- für Wellen von 7 mm bis 35 mm

Kombinierte Nadellager mit Innenring

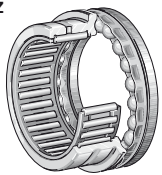
NKIA



Nadel-Schrägkugellager nach DIN 5429-2

- max. Betriebstemperatur +120 °C, begrenzt durch Axialkugelkäfig aus Kunststoff
- für Wellen von 12 mm bis 70 mm

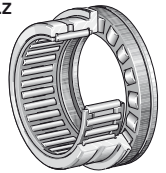
NKX
NKX..Z



Nadel-Axial-Rillenkugellager

- NKX: (NAXK nach DIN 5429-1), für Ölschmierung
- NKX..Z: (NAXK..Z nach DIN 5429-1), für Fettschmierung, Axialteil erstbefettet; mit Deckkappe
- einseitig mit Verschlussring
- für Wellen von 10 mm bis 70 mm

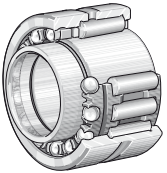
NKXR
NKXR..Z



Nadel-Axial-Zylinderrollenlager

- NKXR: (NAXR nach DIN 5429-1), für Ölschmierung
- NKXR..Z: (NAXR..Z nach DIN 5429-1), für Fettschmierung, Axialteil erstbefettet; mit Deckkappe
- max. Betriebstemperatur +120 °C, begrenzt durch Axialkäfig aus Kunststoff
- für Wellen von 15 mm bis 50 mm

NKIB



Nadel-Schrägkugellager

- mit breitem und schmalem Innenring
- max. Betriebstemperatur +120 °C, begrenzt durch Axialkugelkäfig aus Kunststoff
- für Wellen von 12 mm bis 70 mm

Hülsenfreiläufe
Hülsenfreiläufe mit Lagerung

Hülsenfreiläufe

- sind Einwegkupplungen, bestehend aus dünnwandigen, spanlos geformten Außenringen mit Klemmrampen, Kunststoffkäfigen, Andruckfedern und Nadelrollen
- übertragen Drehmomente in einer Richtung
- sind radial besonders raumsparend
- sind schaltgenau
  - die Einzelanfederung der Nadelrollen sichert den ständigen Kontakt zwischen Welle, Nadelrollen und Klemmrampen
- lassen hohe Schaltfrequenzen zu
  - durch die geringe Masse und das damit verbundene geringe Trägheitsmoment der Klemmelemente
- haben ein geringes Leerlauf-Reibungsmoment
- sind befettet mit Lithiumseifenfett DIN 51825–K2E–25
- sind montagefreundlich
  - werden in die Gehäusebohrung eingepresst
  - benötigen keine weitere axiale Fixierung
- sind kombinierbar mit Nadelhülsen HK und Nadelbüchsen BK
  - haben die gleiche radiale Bauhöhe.

Hülsenfreiläufe mit Lagerung

- nehmen Drehmomente und zusätzlich radiale Kräfte auf
  - durch integrierte Gleit- oder Wälzlager.

Weitere Informationen zu Hülsenfreiläufen:
INA-Druckschrift „Hülsenfreiläufe, HFL“
INA-Katalog 307

Hülsenfreiläufe

HF

125166

- mit Andruckfedern aus Stahl
- Betriebstemperaturen von –10 °C bis +70 °C
- für Wellen von 6 mm bis 35 mm

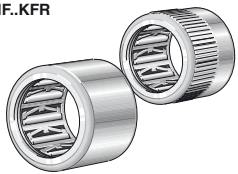
Hülsenfreiläufe mit Lagerung

HFL

125169

- mit Andruckfedern aus Stahl, beidseitige Lagerung – Gleit- oder Wälzlager
- Betriebstemperaturen von –10 °C bis +70 °C
- für Wellen von 6 mm bis 35 mm

HF..KF
HF..KFR

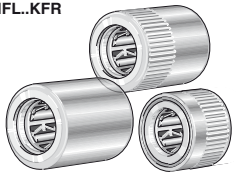


- HF..KF: mit Andruckfedern aus Kunststoff
- HF..KFR: zusätzlich mit Rändelung
- Betriebstemperaturen von –10 °C bis +70 °C
- HF..KF: für Wellen von 3 mm bis 10 mm
- HF..KFR: für Wellen von 3 mm bis 8 mm

HF..R

- mit Andruckfedern aus Stahl, Rändelung
- Betriebstemperaturen von –10 °C bis +70 °C
- für Wellen von 6 mm bis 8 mm

HFL..KF
HFL..KFR



- HFL..KF: mit Andruckfedern aus Kunststoff, Gleit- oder Wälzlager
- HFL..KFR: zusätzlich mit Rändelung
- Betriebstemperaturen von –10 °C bis +70 °C
- HFL..KF: für Wellen von 3 mm bis 8 mm
- HFL..KFR: für Wellen von 4 mm bis 8 mm

HFL..R

- mit Andruckfedern aus Stahl, beidseitige Lagerung – Gleit- oder Wälzlager, Rändelung
- Betriebstemperaturen von –10 °C bis +70 °C
- für Wellen von 6 mm bis 8 mm

Dichtringe

Dichtringe

- sind als berührende Dichtungen ausgeführt
- schützen vor
  - Verunreinigungen und Spritzwasser
  - übermäßigem Verlust von Schmierfett
- sind abgestimmt auf die geringen radialen Abmessungen der Nadelhülsen und Nadellager
- sind montagefreundlich
  - sie werden in die Gehäusebohrung eingepresst
- lassen bei Drehbewegung Umfangsgeschwindigkeiten bis 10 m/s an der Dichtlippe zu
  - abhängig von der Beschaffenheit der Welle.

Dichtringe G

- sind einlippig aus synthetischem NBR-Elastomer (Farbe grün)
- für Wellendurchmesser bis 7 mm, mit
  - außenliegender Stahlarmierung zur Versteifung
- für Wellendurchmesser über 7 mm, mit
  - gummiummantelter Stahlarmierung zur Versteifung
  - Gummi-Wellprofil am Außendurchmesser, dadurch gute Abdichtung am Außendurchmesser und reduzierte Einpresskräfte.

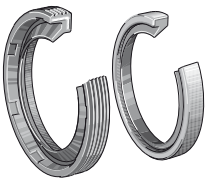
Dichtringe SD

- sind zweilippig
  - eine berührende Dichtlippe
  - eine zur Welle hin berührungsfreie Staublippe (beschriftete Seite)
- bestehen aus zwei Kunststoff-Komponenten
  - der Dichtungsträger aus verstärktem Polyamid (Farbe schwarz)
  - der Dichtlippenbereich aus thermoplastischem PU-Elastomer (Farbe grün)
- sind auch als Abstreifer bei axial bewegten Wellen verwendbar
  - möglich sind Hubgeschwindigkeiten bis 3 m/s, abhängig von der Beschaffenheit der Welle.

Weitere Informationen zu Dichtringen:
INA-Druckschrift „Dichtringe, GSD“

Dichtringe

G



- Betriebstemperaturen von –30 °C bis +110 °C, abhängig vom Medium, das auf den Dichtring einwirkt
- für Wellendurchmesser von 4 mm bis 70 mm

SD

- Betriebstemperaturen von –30 °C bis +100 °C, abhängig vom Medium, das auf den Dichtring einwirkt
- für Wellendurchmesser von 8 mm bis 50 mm

Zylinderrollenlager mit Ringnuten

Zylinderrollenlager mit Ringnuten

- sind Baueinheiten, bestehend aus massiven Außen- und Innenringen, bordgeführten Zylinderrollen und Dichtringen
- sind einfach axial zu fixieren
  – durch beidseitige Sicherungsringe
- sind vor Schmutz und Spritzwasser geschützt durch
  – Lippendichtungen
- sind Festlager
- nehmen zusätzlich zu den radialen Kräften auch axiale Kräfte in beiden Richtungen auf
- haben die maximale dynamische und statische Tragzahl
  – durch die größtmögliche Anzahl der Zylinderrollen
- haben eine große Steifigkeit
- sind befettet mit Lithiumkomplexseifenfett nach DIN 51 825–KP2N–25.
- sind nachschmierbar
  – durch Schmierrille und Schmierbohrungen im Außen- und Innenring
- sind für Betriebstemperaturen von –30 °C bis +80 °C
  – begrenzt durch Schmierfett und Dichtringwerkstoff
- sind sehr gut einsetzbar zur Lagerung von Seilscheiben.

Weitere Informationen zu Zylinderrollenlagern:
INA-Katalog 307

Zylinderrollenlager mit Ringnuten

SL04 50..PP
SL04..PP

113336

- Innenring axial geteilt und durch eingerolltes Stahlband zusammengehalten, 1 mm breiter als der Außenring
- SL04..PP (leichte Reihe) für Wellen von 130 mm bis 300 mm
- SL04 50..PP (Maßreihe 50) für Wellen von 20 mm bis 300 mm

Zylinderrollenlager

- sind Baueinheiten, bestehend aus massiven Außen- und Innenringen und bordgeführten Zylinderrollen, vollrollig, oder mit Käfig bzw. Zwischenstücken
- sind Loslager, Stützlager oder Festlager
- haben maximale dynamische und statische Tragzahlen durch die größtmögliche Anzahl der Zylinderrollen
- sind mit Käfig oder Zwischenstücken durch ein niedriges Reibmoment für hohe Drehzahlen geeignet
- haben eine große Steifigkeit
- sind nachschmierbar
  - einreihige Lager von den Stirnseiten
  - zweireihige Lager zusätzlich durch Schmierrille und Schmierbohrungen.

Loslager

- nehmen radiale Kräfte auf
- Außen- und Innenring sind in beide Richtungen axial gegeneinander verschiebbar.

Stützlager

- nehmen zusätzlich zu den radialen Kräften auch axiale Kräfte in einer Richtung auf
- wirken in der anderen Richtung wie Loslager
- Außen- und Innenring sind in eine Richtung axial gegeneinander verschiebbar.

Festlager

- nehmen zusätzlich zu den radialen Kräften auch axiale Kräfte in beiden Richtungen auf.

Loslager

SL02 48
SL02 49

- SL02 48 (Kurzzeichen nach DIN 5412-9: NNCL 48..V) für Wellen von 150 mm bis 400 mm
- SL02 49 (Kurzzeichen nach DIN 5412-9: NNCL 49..V) für Wellen von 60 mm bis 400 mm

Stützlager

SL18 18
SL18 29
SL18 30
SL18 22
SL18 50

- SL18 18 (Maßreihe 18) für Wellen von 200 mm bis 500 mm
- SL18 29 (Maßreihe 29) für Wellen von 60 mm bis 500 mm
- SL18 30 (Maßreihe 30) für Wellen von 20 mm bis 400 mm
- SL18 22 (Maßreihe 22) für Wellen von 20 mm bis 200 mm
- SL18 50 (Maßreihe 50) für Wellen von 20 mm bis 150 mm

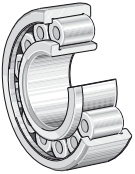
Festlager

SL01 48
SL01 49

113 326

- SL01 48 (Kurzzeichen nach DIN 5 412-9: NNC 48..V) für Wellen von 150 mm bis 400 mm
- SL01 49 (Kurzzeichen nach DIN 5 412-9: NNC 49..V) für Wellen von 60 mm bis 400 mm
- Außenring axial geteilt und mit Befestigungselementen zusammengehalten

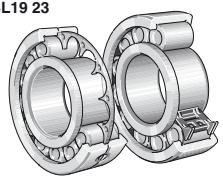
SL19 23



113 329

- Maßreihe 23 für Wellen von 25 mm bis 120 mm

LSL19 23
ZSL19 23



113 350

- Maßreihe 23
- LSL mit Scheibenkäfig aus Messing
- ZSL mit Zwischenstücken aus Kunststoff
- LSL19 23 für Wellen von 100 mm bis 300 mm
- ZSL19 23 für Wellen von 25 mm bis 120 mm

Axial-Nadelkränze
Axial-Zylinderrollenkränze

- sind Baueinheiten, bestehend aus Axialkäfigen mit Nadel- oder Zylinderrollen
- setzen voraus, dass gehärtete und geschliffene Flächen als Laufbahnen genutzt werden können
- haben eine geringe axiale Bauhöhe
- nehmen Axialkräfte in einer Richtung auf
- wirken in radialer Richtung als Loslager
- sind hoch tragfähig
- haben eine große Steifigkeit.

Axiallagerscheiben

- werden eingesetzt, wenn die angrenzenden Flächen nicht als Laufbahnen genutzt werden können
- sind kombinierbar mit Axial-Nadel- und Axial-Zylinderrollenkränzen zu Axiallagerungen.

Axial-Nadellager

- sind Baueinheiten, bestehend aus Axial-Nadelkränzen und Axiallagerscheiben mit Zentrierbund
- sind kombinierbar mit Nadelhülsen, Nadelbüchsen, Nadellagern.

Axial-Zylinderrollenlager

- sind Baueinheiten, bestehend aus Axial-Zylinderrollenkränzen und Axiallagerscheiben.

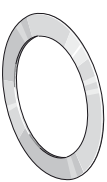
Axial-Nadelkranz, Axial-Nadellager

AXK
AXW

- AXK Axial-Nadelkranz nach DIN 5 405-2/ISO 3031
- AXW Axial-Nadellager, bestehend aus AXK und Axialscheibe mit Zentrierbund
- AXK für Wellen von 4 mm bis 160 mm
- AXW für Wellen von 10 mm bis 50 mm

Axiallagerscheiben

AS



- nach DIN 5 405-3/ISO 3 031
- als Wellen- und Gehäusescheibe verwendbar, passend zu AXK und K 811
- gestanzt, durchgehärtet und poliert
- geeignet, wenn das angrenzende Maschinenteil nicht gehärtet, jedoch ausreichend starr und formgenau ist
- für Wellen von 4 mm bis 160 mm

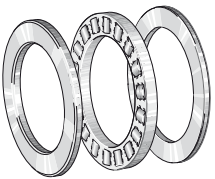
Axial-Zylinderrollenkränze

K 811
K 812
K 893
K 894

- K 811, K 812, einreihig, Durchmesserreihen 1, 2, nach DIN 616/ISO 104
- K 893, K 894, zweireihig, Durchmesserreihen 3, 4, nach DIN 616/ISO 104
- mit Axiallagerscheiben kombinierbar
- für Wellen von 15 mm bis 320 mm

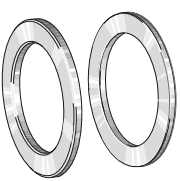
Axial-Zylinderrollenlager

811
812
893
894



- Axial-Zylinderrollenlager 811, 812 nach DIN 722/ISO 104
- Axial-Zylinderrollenlager, Maßreihen 93, 94 nach DIN 616/ISO 104, kombiniert aus K 893 bzw. K 894 mit GS und WS
- für Wellen von 15 mm bis 320 mm

GS 811
GS 812
GS 893
GS 894
WS 811
WS 812
WS 893
WS 894



- GS Gehäusescheibe, außenzentrierbar, Mantelfläche geschliffen
- WS Wellenscheibe, innenzentrierbar, Bohrung geschliffen
- Durchmesserreihen 1, 2, 3, 4 nach DIN 616/ISO 104
- spanend gefertigt, Lauffläche feinstbearbeitet
- für Wellen von 15 mm bis 320 mm

LS

- als Wellen- und Gehäusescheibe verwendbar
- Bohrung und Mantelfläche gedreht, Lauffläche geschliffen
- passend zu AXK und K 811
- für Wellen von 6 mm bis 160 mm

Axial-Schrägkugellager

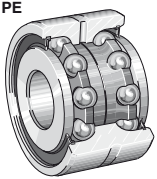
Axial-Schrägkugellager

- sind Baueinheiten, bestehend aus einteiligem Außenring, zweiteiligem Innenring, Kugelkränzen und Dichtungen
- sind zweiseitig wirkende Schrägkugellager mit 60° Druckwinkel in O-Anordnung
- nehmen beidseitig axiale und zusätzlich radiale Kräfte auf
- werden beim Einbau durch die Präzisions-Nutmutter vorgespannt
- sind vor Schmutz geschützt durch
  - Lippendichtungen
  - Spaltdichtungen
- sind befettet mit Lithiumkomplexfett nach DIN 51825–KE2P–35
- sind nachschmierbar
- sind für Betriebstemperaturen von –30 °C bis +120 °C geeignet
  - begrenzt durch Schmierfett, Dichtringwerkstoff und den Kugelkränzen aus Kunststoff
- sind Präzisionslager, z. B. für Gewindetriebe
- gepaart, wie ZKLN..▪2RS
  - außen beidseitig Lippendichtungen
  - für Wellen von 17 mm bis 50 mm
- gepaart, wie ZKLF..▪2RS, anflanschbar
  - außen beidseitig mit Lippendichtungen
  - für Wellen von 17 mm bis 50 mm

Weitere Informationen
zu Axial-Schrägkugellagern:
INA-Druckschrift
„Lager für Gewindetriebe, ZAE“
INA-Katalog 307

Axial-Schrägkugellager

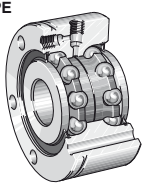
ZKLN..▪2RS
ZKLN..▪2RS PE



107272

- ZKLN..▪2RS PE mit erweiterten Toleranzen
- beidseitig mit Lippendichtungen
- für Wellen von 6 mm bis 50 mm
- beidseitig mit Spaltdichtung für höhere Drehzahlen ZKLN..▪2Z, für Wellen von 6 mm bis 100 mm

ZKLF..▪2RS
ZKLF..▪2RS PE



107273

- Außenring anflanschbar
- ZKLF..▪2RS PE mit erweiterten Toleranzen
- beidseitig mit Lippendichtungen
- für Wellen von 12 mm bis 50 mm
- beidseitig mit Spaltdichtung für höhere Drehzahlen ZKLF..▪2Z, für Wellen von 12 mm bis 100 mm

Nadel-Axial-Zylinderrollenlager
Zubehör

Nadel-Axial-Zylinderrollenlager

- sind Baueinheiten, bestehend aus einem Außenring mit Radial- und Axiallaufbahnen, zwei Wellenscheiben, Innenring, radialem Nadelkranz und zwei Axial-Zylinderrollenkränzen
- nehmen beidseitig axiale und zusätzlich radiale Kräfte auf
- werden beim Einbau durch die Präzisions-Nutmutter axial vorgespannt
- sind über den Außenring nachschmierbar.

Abdichtung für Nadel-Axial-Zylinderrollenlager

- in Richtung Gewindespindel
  - mit Radialwellen-Dichtring auf drallfrei geschliffener Mantelfläche der abgestuften Wellenscheibe
- in Richtung Antrieb
  - mit Dichtungsträger DRS
- sind Präzisionslager, z. B. für Gewindetriebe.

Dichtungsträger

- sind Baueinheiten, bestehend aus Dichtungsflansch, integriertem Radial-Wellendichtring und Zylinderschrauben mit Innensechskant nach DIN 912 zur Befestigung
- werden an die Zwischenscheibe der Nadel-Axial-Zylinderrollenlager ZARF, ZARF..L angeflanscht
- dichten das Lager von der Antriebsseite – Außenseite – her ab
- für Wellen von 15 mm bis 90 mm.

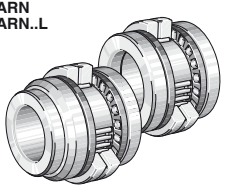
Präzisions-Nutmuttern

- spannen Axial-Schrägkugellager und Nadel-Axial-Zylinderrollenlager beim Einbau vor
- haben eine hohe Planlaufgenauigkeit
- haben eine hohe Steifigkeit
- übertragen Axialkräfte.

Weitere Informationen
zu Nadel-Axial-Zylinderrollenlagern:
INA-Druckschrift
„Lager für Gewindetriebe, ZAE“
INA-Katalog 307

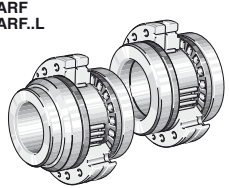
Nadel-Axial-Zylinderrollenlager

ZARN
ZARN..L



- ZARN..L mit abgestufter, breiter Wellenscheibe
- leichte Reihe
  für Wellen von 15 mm bis 50 mm
- schwere Reihe
  für Wellen von 20 mm bis 90 mm

ZARF
ZARF..L



- Außenring anflanschbar
- ZARF..L mit abgestufter, breiter Wellenscheibe
- leichte Reihe
  für Wellen von 15 mm bis 50 mm
- schwere Reihe
  für Wellen von 20 mm bis 90 mm

Stützrollen

- sind Baueinheiten, bestehend aus Außenringen, Nadelkränzen oder vollrolligen bzw. vollnadeligen Wälzkörpersätzen, mit und ohne Innenring
- werden auf Achsen montiert
- haben dickwandige Außenringe mit profilierter Mantelfläche
- nehmen hohe radiale Kräfte auf
- sind befettet mit Lithiumkomplexseifenfett nach DIN 51 825–KP2N–25
- sind über den Innenring nachschmierbar
- sind vor Schmutz und Spritzwasser geschützt durch
  - Lippendichtungen
  - Spaltdichtungen
  - Labyrinthdichtungen.

Stützrollen ohne Innenring

- setzen voraus, dass eine gehärtete und geschliffene Achse als Laufbahn genutzt werden kann.

Profil der Außenring-Mantelfläche

Mit dem Katalg 307 führt INA, beginnend mit den Baureihen NUTR und PWTR…2RS, ein neues, optimiertes Profil für die Mantelfläche des Außenrings ein.
Bei Stützrollen mit diesem Profil ist:

- die Hertz'sche Pressung geringer
- die Kantenbelastung bei Verkippung niedriger
- der Verschleiß der Gegenlaufbahn geringer
- die Gebrauchsdauer der Gegenlaufbahn länger.

Stützrollen mit dem neuen Profil sind bei der Lieferung durch das Nachsetzzeichen A gekennzeichnet.

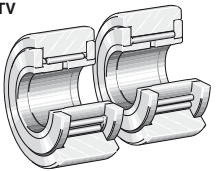
Weitere Informationen zu Stützrollen:
INA-Druckschrift „Laufrollen, LFR“
INA-Katalog 307

Stützrollen

STO
RSTO

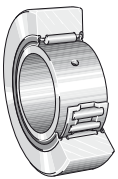
- ohne Axialführung des Außenrings
- RSTO ohne Innenring
- Innenring, Außenring und Nadelkranz getrennt montierbar
- Außendurchmesser von 16 mm bis 90 mm

NATR
NATV



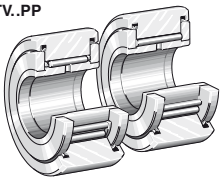
- mit Axialführung des Außenrings über Anlaufscheiben
- beidseitig mit Spaltdichtung
- NATV vollnadelig
- Außendurchmesser von 16 mm bis 62 mm

NA 22..▪2RS
RNA 22..▪2RS



- ohne Axialführung des Außenrings
- beidseitig mit Lippendichtung
- RNA 22…▪2RS ohne Innenring
- für Betriebstemperaturen von –30 °C bis +120 °C, begrenzt durch Schmierfett und Dichtringwerkstoff
- Außendurchmesser von 19 mm bis 90 mm

NATR..PP
NATV..PP

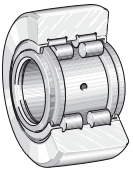


- mit Axialführung des Außenrings über Anlaufscheiben
- NATV vollnadelig
- beidseitig mit Lippendichtung
- für Betriebstemperaturen von –30 °C bis +100 °C, begrenzt durch Schmierfett und Dichtringwerkstoff
- Außendurchmesser von 16 mm bis 62 mm

NUTR

- optimiertes INA-Profil
- vollrollig, mit Axialführung des Außenrings über Wälzkörper
- beidseitig mit Labyrinthdichtung
- Außendurchmesser von 35 mm bis 110 mm

PWTR..▪2RS



- optimiertes INA-Profil
- vollrollig, mit Axialführung des Außenrings über Wälzkörper
- beidseitig mit Lippendichtung
- für Betriebstemperaturen von –30 °C bis +120 °C, begrenzt durch Schmierfett und Dichtringwerkstoff
- Außendurchmesser von 35 mm bis 110 mm

Kurvenrollen ohne und mit Exzenter

- sind Baueinheiten, bestehend aus massiven Bundbolzen, Anlaufscheiben, Außenringen und Nadelkränzen oder vollrolligen bzw. vollnadeligen Wälzkörpersätzen
- haben dickwandige Außenringe mit profilierter Mantelfläche
- nehmen hohe radiale Kräfte auf
- sind befettet mit Lithiumkomplexseifenfett nach DIN 51825–KP2N–25
- sind über den Bundbolzen nachschmierbar
- sind vor Schmutz und Spritzwasser geschützt durch
  - Lippendichtungen
  - Spaltdichtungen
  - Labyrinthdichtungen
- sind montagefreundlich durch
  - Gewinde am Bolzenende
  - Schlitz oder Innensechskant.

Kurvenrollen mit Exzenter

- sind durch Zustellung der Außenring-Mantelfläche an die Laufbahn der Anschlusskonstruktion anpassbar. Dadurch
  - ist die Lastverteilung beim Einsatz mehrerer Kurvenrollen besser
  - sind vorgespannte Linearsysteme möglich.

Profil der Außenring-Mantelfläche

Mit dem Katalog 307 führt INA, beginnend mit den Baureihen NUKR, NUKRE, PWKR…2RS und PWKRE…2RS, ein neues, optimiertes Profil für die Mantelfläche des Außenrings ein.

Bei Kurvenrollen mit diesem Profil ist:

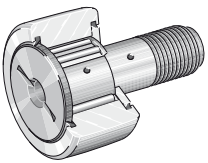
- die Hertz'sche Pressung geringer
- die Kantenbelastung bei Verkippung niedriger
- der Verschleiß der Gegenlaufbahn geringer
- die Gebrauchsdauer der Gegenlaufbahn länger.

Kurvenrollen mit dem neuen Profil sind bei der Lieferung durch das Nachsetzzeichen A gekennzeichnet.

Weitere Informationen zu Kurvenrollen:
INA-Druckschrift „Laufrollen, LFR"
INA-Katalog 307

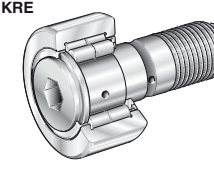
Kurvenrollen ohne und mit Exzenter

KR..PP
KR



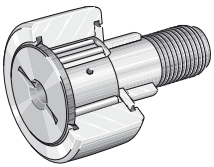
- Nadelrollen käfiggeführt, Axialführung über Anlaufbund und Anlaufscheibe
- KR..PP beidseitig mit Lippendichtung
- für Betriebstemperaturen von –30 °C bis +100 °C, begrenzt durch Schmierfett und Dichtringwerkstoff
- KR beidseitig mit Spaltdichtung
- Außendurchmesser von 16 mm bis 62 mm

NUKR
NUKRE



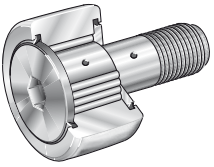
- optimiertes INA-Profil
- vollrollig, Außenring über Wälzkörper axial geführt
- beidseitig mit Labyrinthdichtung
- NUKRE mit Exzenter
- Außendurchmesser von 35 mm bis 90 mm

KRE..PP



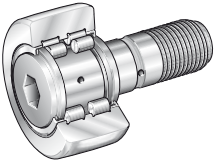
- Bundbolzen mit Exzenter
- Nadelrollen käfiggeführt, Axialführung über Anlaufbund und Anlaufscheibe
- beidseitig mit Lippendichtung
- für Betriebstemperaturen von –30 °C bis +100 °C, begrenzt durch Schmierfett und Dichtringwerkstoff
- Außendurchmesser von 16 mm bis 62 mm

KRV..PP



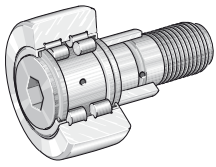
- vollnadelig, Axialführung über Anlaufbund und Anlaufscheibe
- beidseitig mit Lippendichtung
- für Betriebstemperaturen von –30 °C bis +100 °C, begrenzt durch Schmierfett und Dichtringwerkstoff
- Außendurchmesser von 16 mm bis 62 mm

PWKR..▪2RS



- optimiertes INA-Profil
- vollrollig, Außenring über Wälzkörper und Borde axial geführt
- großer Fettraum, beidseitig mit Lippendichtungen
- für Betriebstemperaturen von –30 °C bis +120 °C, begrenzt durch Schmierfett und Dichtringwerkstoff
- Außendurchmesser von 35 mm bis 90 mm

PWKRE..▪2RS



- optimiertes INA-Profil
- Bundbolzen mit Exzenter
- vollrollig, Außenring über Wälzkörper und Borde axial geführt
- großer Fettraum, beidseitig mit Lippendichtungen
- für Betriebstemperaturen von –30 °C bis +120 °C, begrenzt durch Schmierfett und Dichtringwerkstoff
- Außendurchmesser von 35 bis 90 mm

Momentenlager

Axial-Radiallager

- sind Baueinheiten, bestehend aus
  - Axiallager
    Axial-Nadelkränze, Außenring, Winkelring, Wellenscheibe, nach dem Einbau axial vorgespannt
  - Radiallager
    vollrolliger Zylinderrollensatz, vorgespannt
  - Halteschrauben zur Transportsicherung
- nehmen beidseitig axiale und zusätzlich radiale Kräfte sowie Kippmomente auf
- sind Präzisionslager, besonders geeignet
  - zur Aufnahme von hohen Kippmomenten bei hoher Laufgenauigkeit
  - für Rundtische
- sind befettet mit Lithiumkomplexseifenfett nach DIN 51 825–KP2N–25
- sind nachschmierbar über Außen- und Winkelring
- werden angeschraubt
  - Außenring, Winkelring und Wellenscheibe haben Durchgangsbohrungen.

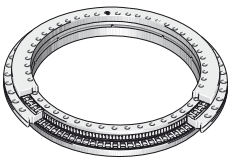
Axial-Schrägkugellager

- sind Baueinheiten, bestehend aus
  - einteiligem Außenring, zweiteiligem Innenring und zwei Kugelkränzen, nach dem Einbau vorgespannt
  - Halteschrauben zur Transportsicherung
- nehmen beidseitig axiale und zusätzlich radiale Kräfte sowie Kippmomente auf
- sind Präzisionslager, besonders geeignet
  - zur Aufnahme von hohen Kippmomenten bei hoher Laufgenauigkeit und hohen Drehzahlen
  - für Planscheiben
  - für schnellaufende Rundtische
- haben Spaltdichtungen
- sind befettet mit Bariumkomplexseifenfett nach DIN 51 825 – KPE2K – 30
- sind nachschmierbar über den Außenring
- werden angeschraubt
  - Außenring und Innenringe haben Durchgangsbohrungen.

Weitere Informationen zu Momentenlagern:
INA-Druckschrift YRT, INA-Katalog 307

Axial-Radiallager

YRT

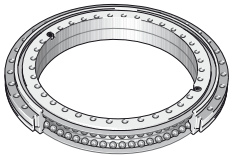


107305

- Bohrungsdurchmesser von 50 mm bis 950 mm

Axial-Schrägkugellager

ZKLDF



107306

- Bohrungsdurchmesser von 100 mm bis 460 mm

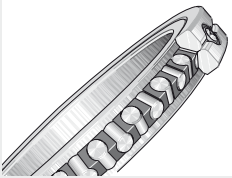
Kreuzrollenlager

- sind Baueinheiten, bestehend aus Außen- und Innenringen, Wälzkörpern, Distanzstücken und Halteringen
  - Außenring geteilt
  - Distanzstücke aus Kunststoff
- nehmen beidseitig axiale Kräfte sowie radiale Kräfte und Kippmomente auf
- reduzieren in der Regel Konstruktionen mit zwei Lagerstellen auf eine Lagerstelle
- basieren auf der sehr kleinbauenden Maßreihe 18 nach DIN 616
- haben Normalspiel oder sind vorgespannt (Nachsetzzeichen VSP)
- sind nicht abgedichtet
  - eine notwendige Abdichtung der Lagerstelle kann frei gestaltet werden
- können mit Öl oder Fett geschmiert werden
- sind geeignet für Umfangsgeschwindigkeiten
  - bei Normalspiel und Ölschmierung bis 8 m/s
    bei Normalspiel und Fettschmierung bis 4 m/s
  - bei Vorspannung und Ölschmierung bis 4 m/s
    bei Vorspannung und Fettschmierung bis 2 m/s.

Weitere Informationen
zu Kreuzrollenlagern:
INA-Druckschrift „Kreuzrollenlager, KSX“
INA-Katalog 307

Kreuzrollenlager

SX



- für Betriebstemperaturen von –30 °C bis +80 °C
- für Wellen von 70 mm bis 500 mm

Spannlager

- sind besonders montagefreundlich
  - werden auf die Welle geschoben, positioniert und einfach auf der Welle fixiert
- sind für gezogene Wellen geeignet
  - bis Qualität h9, bei niedrigsten Drehzahlen und Belastungen auch h11
- sind befettet mit Lithiumseifenfett auf Mineralölbasis nach DIN 51 825–K3N–30. Ausnahmen:
  - GLE..KRRB, GE..KLLHB und Baureihen mit Nachsetzzeichen FA 125
- haben größere Fetträume als normale Rillenkugellager. Dadurch längere Nachschmierfristen
- sind teilweise nachschmierbar über zwei Bohrungen im Außenring (Vorsetzzeichen G). Ausnahmen:
  - RALE.., RAE.., RANE.., AY.., W.., Z.., 6.., E..KLLH
- sind durch Dichtungen vor Schmutz und Spritzwasser geschützt
- sind für Betriebstemperaturen von –20 °C bis +120 °C geeignet.

Spannlager mit kugeliger Mantelfläche des Außenrings

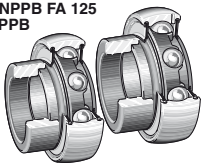
- werden in kugelige Gehäusebohrungen eingebaut
- gleichen Fluchtungsfehler der Welle aus
- mit Exzenterspannring
  - bei Normalausführung: Innenring zur Vermeidung von Passungsrost Corrotect®-beschichtet – bis d = 60 mm, Ausnahme RALE..NPPB; Spannring phosphatiert
  - bei Ausführung FA 125: komplett Corrotect®-beschichtet und mit Bariumkomplexfett nach DIN 51 825–KP2N–20 befettet – dadurch sehr beständig gegen Wasser und Wasserdampf.

Spannlager mit zylindrischer Mantelfläche des Außenrings

- werden in zylindrische Gehäusebohrungen eingebaut
- sind mit oder ohne Nuten im Außenring ausgeführt.
  - Innenring zur Vermeidung von Passungsrost Corrotect®-beschichtet (Ausnahme: RALE..NPP) – bis d = 60 mm; Spannring phosphatiert.

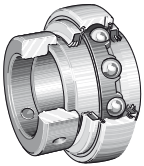
mit kugeliger Mantelfläche

RALE..NPPB
GRAE..NPPB
GRAE..NPPB FA 125
RAE..NPPB



- mit Exzenterspannring
- Innenring einseitig verlängert
- P-Dichtung
- GRAE..NPPB u. GRAE..NPPB FA 125 nachschmierbar
- GRAE..NPPB FA 125 komplett Corrotect®-beschichtet
- Weitere Baureihen siehe *INA-Katalog 517*

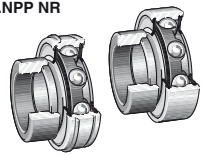
GE..KPPB 3



- mit Exzenterspannring
- Innenring beidseitig verlängert
- P3-Dichtung
- nachschmierbar

mit zylindrischer Mantelfläche

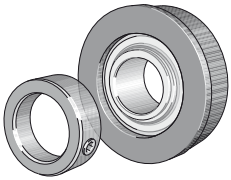
RALE..NPP
RAE..NPP
RAE..NPP NR



- mit Exzenterspannring
- Innenring einseitig verlängert
- P-Dichtung
- RAE..NPP NR mit zwei Nuten nach DIN 616 im Außenring und einem Sprengring nach DIN 5417
- weitere Baureihen siehe *INA-Katalog 517*

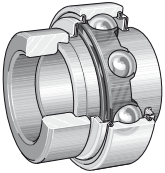
mit Gummidämmring

CR-B..



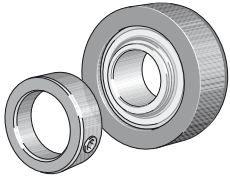
- direkt ins Rohr eindrückbar
- CR-B.. mit Gummihärte 80° Shore A
- Betriebstemperaturen von –20 °C bis +85 °C
- nehmen Schwingungen, Stöße, Fluchtungs- und Lauffehler auf und dämpfen Laufgeräusche
- weitere Baureihen siehe *INA-Katalog 517*

E..KLLH



- mit Exzenterspannring
- Innenring beidseitig verlängert
- L-Dichtung (Labyrinthdichtung)

RCR..



- einseitige Montagefase am Gummidämmring
- Gummihärte 55° – 70° Shore A
- Betriebstemperaturen von –20 °C bis +85 °C

Gehäuseeinheiten

- sind Baueinheiten, bestehend aus Steh-, Flansch- oder Spanngehäusen, kombiniert mit Spannlagern
- sind besonders montagefreundlich
  - werden auf die Welle geschoben, positioniert und fixiert
- gleichen Fluchtungsfehler der Welle aus
  - durch Einstellbewegungen der kugeligen Mantelfläche des Außenrings
- lassen einfache, robuste und wirtschaftliche Lagerungen zu.

Grauguss-Gehäuseeinheiten

- sind ungeteilt
- haben eine Bruchfestigkeit von mindestens 250 N/mm^2
- können bis zur Tragfähigkeit der montierten Spannlager belastet werden. Ausnahme:
  - TUE, TUEO bei ziehender Anordnung 25% von C_0
- haben bis auf wenige Ausnahmen Schmierbohrungen
  - R 1/8ð oder M6, verschlossen mit Kunststoffstopfen.

Grauguss-Gehäuseeinheiten Corrotect®-beschichtet

- sind vor Korrosion geschützt
- werden mit Corrotect®-beschichteten Spannlagern geliefert.

Kunststoff-Gehäuseeinheiten

- bestehen aus glasfaserverstärktem Kunststoff PBT, schwarz durchgefärbt
- sind ungeteilt
- sind beständig gegen Feuchtigkeit, UV-Strahlung, Bakterien, Pilze und die meisten chemischen Medien
- haben Lagerschutzkappen aus Kunststoff.

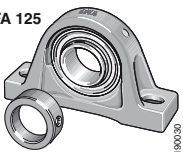
Stahlblech-Gehäuseeinheiten

- bestehen aus Tiefziehblech
- sind kostengünstige Leichtbaugehäuse
- sind als rostfreie Ausführung vor Korrosion bei Feuchtigkeit und Spritzwasser geschützt.

Weitere Informationen zu Gehäuseeinheiten:
INA-Technische Produktinformationen TPI 88
INA-Katalog 517

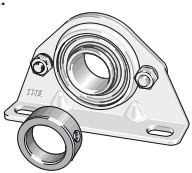
Stehlager-Gehäuseeinheiten

PASE..
PASE..FA 125
RASE..(S)
RASE..(S) FA 125
RSAO..(S)
TASE..
PASEY..
RASEY..



- Graugussgehäuse
- Nachsetzzeichen FA 125: Graugussgehäuse und Spannlager Corrotect®-beschichtet
- PASE.., PASE..FA 125, RASE und RASE..FA 125 haben eine Befestigungsnut für Lagerschutzkappen aus Kunststoff

PBS..

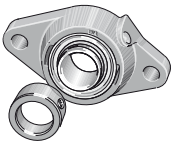


- Stahlblechgehäuse Corrotect®-beschichtet
- Weitere Baureihen siehe *INA-Katalog 517*

Zweiloch-Flanschlager-Gehäuseeinheiten

PCFT..
PCJT..
PCJTY..
LCJT..
TCJT..
RCJTY..
RCJTZ..

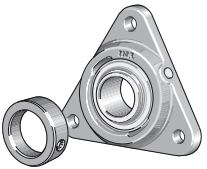
PCJT..FA 125
RCJT..(S) FA 125
RCJT..(S)



- Graugussgehäuse
- Nachsetzzeichen FA 125: Graugussgehäuse und Spannlager Corrotect®-beschichtet
- PCJT.., PCJT..FA 125, RCJT und RCJT..FA 125 haben eine Befestigungsnut für Lagerschutzkappen aus Kunststoff

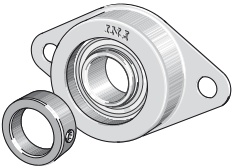
Drei- u. Vierloch-Flanschlager-Gehäuseeinheiten

PCFTR..



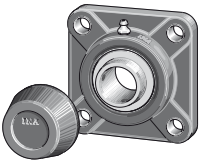
- Graugussgehäuse

RCSMF..



- mit Gummidämmring, Gummihärte 60° bis 70° Shore A
- Gehäuse Corrotect®-beschichtet
- nimmt Schwingungen, Stöße, Fluchtungs- und Lauffehler auf
- dämpft Laufgeräusche

PCJ..TN FA 125
RCJY..TN VA



- Kunststoffgehäuse
- Nachsetzzeichen FA 125: Spannlager Corrotect®-beschichtet
- Nachsetzzeichen VA: Spannlager rostfrei
- Betriebstemperaturen von –20 °C bis +80 °C

Präzisions-Rillenkugellager

Rillenkugellager

- sind Baueinheiten, bestehend aus massivem Außen- und Innenring ohne Einfüllnut und Kugelkranz mit Käfig
- nehmen zusätzlich zu den radialen Kräften auch axiale Kräfte in beiden Richtungen auf
- sind für hohe bis sehr hohe Drehzahlen geeignet
- sind unempfindlich in Betrieb und Wartung
- lassen durch ihren einfachen Aufbau besonders wirtschaftliche Lagerungen zu
- haben Hauptabmessungen nach DIN 625-1.

Abgedichtete Rillenkugellager

- sind vor Schmutz und Spritzwasser geschützt durch:
  - Lippendichtungen
  - Spaltdichtungen
  - Labyrinthdichtungen
- sind befettet mit Lithiumseifenfett
- sind für Betriebstemperaturen von –20 °C bis +120 °C geeignet, begrenzt durch Schmierfett, Dichtring- und Käfigwerkstoff.

Nicht abgedichtete Rillenkugellager

- sind konserviert
- sind für Betriebstemperaturen von –40 °C bis +120 °C geeignet, begrenzt durch Schmiermittel und Käfigwerkstoff
- erlauben höhere Drehzahlen als abgedichtete Rillenkugellager.

Weitere Informationen zu Rillenkugellagern: *INA-Katalog 901*

Präzisions-Rillenkugellager – einreihig

618..
519..
60..
60..E
182..
62..
62..E
63..

- Nachsetzzeichen E: Wälzkörpersatz verstärkt gegenüber der Standardausführung
- Geeignet, wenn eine höhere Lebensdauer notwendig ist, die Anschlusskonstruktion jedoch nicht geändert werden kann
- Weitere Baureihen siehe *INA-Katalog 901*

Präzisions-Kleinkugellager

- sind durch ihre geringen Abmessungen besonders geeignet für:
  - Elektro-Kleinmotoren
  - Büromaschinen
  - medizinische Geräte
  - Haushaltsgeräte.

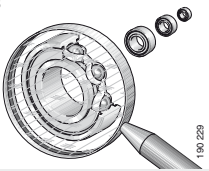
Zweireihige Rillenkugellager ohne Einfüllnuten

- nehmen zusätzlich zu den radialen Kräften auch hohe axiale Kräfte in beiden Richtungen auf
- haben Hauptabmessungen nach DIN 625-3.

Weitere Informationen zu Präzisions-Kleinkugellagern: *INA-Katalog 901*

Präzisions-Kleinkugellager

6..
6..2Z T9H
66..Z TB
6..2RS
6..2BRS



- T9H und TBH besonders für hohe Drehzahlen
- Z TBH einseitig mit Spaltdichtung. Die andere Seite ist durch den Käfigrücken abgedichtet
- F.. und MF.. mit Flansch am Außenring
- Nachsetzzeichen 2Z: beidseitig mit Spaltdichtung
- Nachsetzzeichen 2RS, 2URS: beidseitig mit Lippendichtung
- Nachsetzzeichen 2BRS: beidseitig mit Labyrinthdichtung

Schrägkugellager
Vierpunktlager

Schrägkugellager

- sind Baueinheiten, bestehend aus massiven Außen- und Innenringen und Kugelkränzen mit Kunststoffkäfigen
- eignen sich besonders für kombinierte Belastungen
  – Radial-, Axial- und Momentenbelastung
- haben Hauptabmessungen nach DIN 628-1.

Einreihige Schrägkugellager

- sind selbsthaltend
- nehmen zusätzlich zu den radialen Kräften auch axiale Kräfte in einer Richtung auf
  – durch den Druckwinkel von 40°, bei bestimmten Baugrößen 30°
- werden in der Regel paarweise in O- oder X-Anordnung eingesetzt
  – nehmen so auch Axialkräfte aus beiden Richtungen und Momente auf.

Zweireihige Schrägkugellager ohne Einfüllnuten

- sind in ihrem Aufbau ähnlich zwei einreihigen Schrägkugellagern in O-Anordnung
- nehmen zusätzlich zu den radialen Kräften auch axiale Kräfte in beiden Richtungen und Momente auf
  – durch den Druckwinkel von 25°.

Abgedichtete Schrägkugellager

- sind vor Schmutz und Spritzwasser geschützt durch:
  – Lippendichtungen
  – Spaltdichtungen
- sind befettet mit Lithiumseifenfett auf Mineralölbasis.

Weitere Informationen zu Schrägkugellagern: *INA-Katalog 901*

Schrägkugellager – einreihig

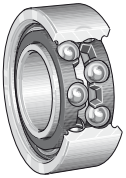
718..

109 240

- konserviert
- weitere Baureihen siehe *INA-Katalog 901*

Schrägkugellager – zweireihig

32..
33..



190 243

- konserviert
- ohne Einfüllnuten

Pendelkugellager
Axial-Rillenkugellager

Pendelkugellager

- sind Baueinheiten, bestehend aus spanend gefertigten Außen- und Innenringen sowie Kugelkränzen mit Stahlblechkäfigen
  - Außenringe mit hohlkugeliger Lauffläche
  - Innenringe mit zwei Laufrillen
- gleichen Fluchtungsfehler der Lagerachse und Wellendurchbiegungen bis ±1,5° aus
- nehmen zusätzlich zu den radialen Kräften auch geringe axiale Kräfte in beiden Richtungen auf
- haben Hauptabmessungen nach DIN 630
- sind vor Schmutz und Spritzwasser geschützt durch Lippendichtungen
- sind befettet mit Lithiumseifenfett.

Axial-Rillenkugellager

- sind Baueinheiten, bestehend aus Axialkugelkränzen, Wellen- und Gehäusescheiben
  - Käfig aus Stahlblech
  - Wellen- und Gehäusescheibe mit Laufrillen
- nehmen hohe axiale Kräfte in einer Richtung auf
- sind nicht selbsthaltend
  - Kugelkranz sowie Wellen- und Gehäusescheibe können getrennt montiert werden.

Weitere Informationen zu Kugellagern:
INA-Katalog 901

Pendelkugellager

22..2RS

190 272

- zweireihig
- Nachsetzzeichen 2RS: beidseitig mit Lippendichtungen
- für Betriebstemperaturen von –20 °C bis +120 °C

Axial-Rillenkugellager

AKL..
511..
512..

190 271

- einreihig
- konserviert

Laufrollen
Laufrollen mit Kunststoffmantel
Profillaufrollen

Laufrollen, Laufrollen mit Kunststoffmantel, Profillaufrollen

- sind Baueinheiten, bestehend aus Außenringen, Innenringen und Kugelkränzen mit Kunststoffkäfigen
  - gleichen im Aufbau den Rillen- bzw. Schrägkugellagern
- werden auf Achsen montiert
- haben dickwandige Außenringe mit balliger oder zylindrischer Mantelfläche
  - bei balliger Mantelfläche geringere Kantenbelastungen bei Fluchtungsfehlern
- nehmen zusätzlich zu den radialen Kräften auch axiale Kräfte in beiden Richtungen auf
- sind befettet mit Lithiumseifenfett nach DIN 51 825–K3N–30
  - bei Corrotect®-beschichteten Lagern mit Bariumkomplexfett nach DIN 51 825–KP2N–20. Dadurch sehr beständig gegen Wasser und Wasserdampf
  - zweireihige Laufrollen sind über den Innenring nachschmierbar
- sind vor Schmutz und Spritzwasser geschützt durch
  - Lippendichtungen oder Spaltdichtungen
- sind geeignet für Betriebstemperaturen von –20 °C bis +120 °C, begrenzt durch Schmierfett, Käfig- und Dichtringwerkstoff
- sind in Corrotect®- oder VA-Ausführung für Anwendungen mit erhöhtem Korrosionsschutz geeignet.

Laufrollen mit Kunststoffmantel

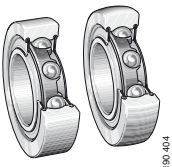
- bestehen aus einreihigen Rillenkugellagern mit Polyamid-Mantelfläche (PA) am Außenring
  - Polyamid verträgt höhere spezifische Flächenpressungen als Elastomer und ist relativ abriebfest
- werden eingesetzt, wenn ein besonders geräuscharmer Lauf notwendig ist.

Profillaufrollen

- haben einen als gotischen Bogen profilierten Außenring. Dadurch
  - 2-Punkt-Auflage in der Kontaktzone
- werden vorzugsweise eingesetzt mit einer Welle oder kreisförmigen Gegenlauffläche
  - mit Durchmesser von 6 mm bis 40 mm
- sind befettet mit Lithiumseifenfett nach DIN 51 825–K3N–30.

Laufrollen – einreihig

LR 6..NPPU
LR 60..NPPU
LR 2..NPPU
LR 2..NPP

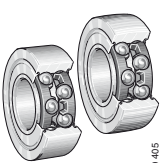


190 404

- Nachsetzzeichen U: ballige Mantelfläche des Außenrings
- Nachsetzzeichen FA 125: Corrotect®-beschichtet
- beidseitig mit Lippendichtung (P-Dichtung); aus Platzgründen zum Teil RS-Dichtungen
- Außendurchmesser von 13 mm bis 90 mm

Laufrollen – zweireihig

LR 52..KDD
LR 52..KDDU
LR 53..KDDU
LR 50..NPPU
LR 52..NPPU
LR 53..NPPU

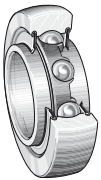


190 405

- Nachsetzzeichen U: ballige Mantelfläche des Außenrings
- Nachsetzzeichen DD: beidseitig mit Spaltdichtung
- Nachsetzzeichen PP: beidseitig mit Lippendichtung
- Nachsetzzeichen FA 125: Corrotect®-beschichtet
- Außendurchmesser von 17 mm bis 100 mm

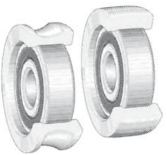
Laufrollen mit Kunststoffmantel

LR 2..RRU



- ballige Mantelfläche des Außenrings
- Innenring beidseitig verlängert
- beidseitig mit Lippendichtung
- Außendurchmesser von 35 mm und 40 mm

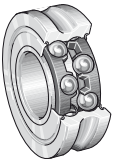
KLR-U..2Z
KLR-Z..2RS
KLR-Z..2Z



- KLR-U: ballige, KLR-Z zylindrische Mantelfläche des Außenrings
- 2RS: beidseitig mit Lippendichtung
- 2Z: beidseitig mit Spaltdichtung
- für Betriebstemperaturen von –20 °C bis +80 °C, begrenzt durch Schmierfett, Dichtring- und Käfigwerkstoff und Kunststoffmantel
- Außendurchmesser von 27,5 mm bis 41 mm

Profillaufrollen

LFR 5..KDD



- beidseitig mit Spaltdichtung
- ab Außendurchmesser 52 mm durch den Innenring nachschmierbar
- Außendurchmesser von 17 mm bis 80 mm

Zapfenlaufrollen ohne und mit Exenter

Zapfenlaufrollen ohne und mit Exzenter

- sind Baueinheiten, bestehend aus massiven Zapfen, Außenringen und Kugelkränzen mit Kunststoffkäfigen
  - Zapfen mit Laufbahnen für die Wälzkörper oder Baueinheit mit Innenring
- haben dickwandige Außenringe mit balliger Mantelfläche. Dadurch
  - geringere Kantenbelastungen bei Fluchtungsfehlern
- nehmen zusätzlich zu den radialen Kräften auch axiale Kräfte in beiden Richtungen auf
- sind befettet mit Lithiumseifenfett nach DIN 51825–K3N–30
- sind vor Schmutz und Spritzwasser geschützt durch
  - Lippendichtungen
  - Spaltdichtungen
- sind geeignet für Betriebstemperaturen von –20 °C bis +120 °C, begrenzt durch Schmierfett, Käfig- und Dichtringwerkstoff
- sind montagefreundlich durch
  - Gewinde am Zapfenende oder Gewindebohrung im Zapfen
  - Schlitz, Innensechskant oder Schlüsselfläche an der Stirnseite zum Gegenhalten.

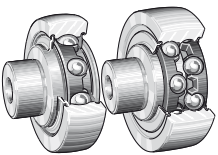
Zapfenlaufrollen mit Exzenter

- sind durch die Zustellung der Außenring-Mantelfläche spielfrei an die Laufbahn einstellbar. Dadurch
  - bessere Lastverteilung bei Einsatz mehrerer Zapfenlaufrollen.

Weitere Informationen zu Laufrollen:
INA-Druckschrift „Laufrollen, LFR“

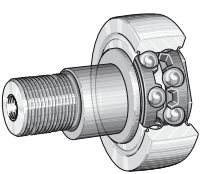
Zapfenlaufrollen ohne und mit Exenter

ZL 2..NPDU
ZL 52..KRDU



- ZL 2..NPDU einreihig
- ZL 52..KRDU zweireihig
- Lippendichtung auf der Zapfenseite, andere Seite mit beiliegendem Kunststoffdeckel abdichtbar
- Außendurchmesser von 35 mm bis 85 mm
- weitere Baureihe KR 52..NPPU

ZL 52..KDDU AH07



- ZL 52..KDDU AH07 mit Exzenter
- nachschmierbar durch den Zapfen
- beidseitig mit Spaltdichtung
- Außendurchmesser von 35 mm bis 85 mm

Kettenspannräder
Spannrollen

Kettenspannräder

- sind Baueinheiten, bestehend aus Kettenradscheiben und Rillenkugellagern
  - Kettenradscheiben aus Stahl höherer Festigkeit, Sintereisen oder Kunststoff (Polyamid)
  - Rillenkugellager beidseitig abgedichtet, befettet mit Lithiumseifenfett auf Mineralölbasis nach DIN 51825–K3–N, wartungsfrei
- sind montagefertige Kettenführungs- und Umlenkeinheiten für Hülsen- und Rollenketten
- gleichen betriebsbedingte Längungen der Ketten aus
- verbessern die Laufruhe des Systems bei hohen Belastungen und Geschwindigkeiten
- werden mit dem Schmierstoff der Kette geschmiert, Öl oder Fett.

Spannrollen

- sind Baueinheiten, bestehend aus Stahlblechscheiben und Rillenkugellagern
  - Stahlblechscheiben tiefgezogen, profiliert und miteinander vernietet, größere Scheibendurchmesser zusätzlich punktverschweißt
  - Einlauffase zur Vermeidung von Riemenschäden
  - Rillenkugellager beidseitig abgedichtet, befettet mit Lithiumseifenfett auf Mineralölbasis nach DIN 51825–K3–N, wartungsfrei
- sind montagefertige Spannsysteme für Riementriebe und Umlenkeinheiten
  - je nach Bauform für Keil-, Flach-, Rundriemen, Stahl- und Hanfseile geeignet
- können den Umschlingungswinkel bei Riementrieben vergrößern
  - übertragen dadurch höhere Leistungen oder lassen kleinere Dimensionierungen zu
- gleichen betriebsbedingte Längungen der Riemen aus
- lassen kürzere Achsabstände zu
- reduzieren den Verschleiß am Riementrieb
- haben durch die Stahlblechausführung nur niedrige zusätzliche Drehmassen und geringe Unwuchten

Kettenspannräder

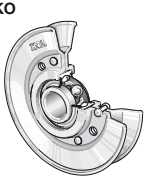
KSR..LO..

190373

- Kettenradscheibe aus Stahl oder Sintereisen
- Innenring des Rillenkugellagers beidseitig verlängert – dadurch keine Distanzringe notwendig
- Teilung von 3/8″ bis 1 1/4″
- Weitere Baureihen KSR..LO, KSR..30..

Spannrollen

RSR A..LO
RSR A..KO



190376

- Bauform A: geeignet für Keilriemen
- Nachsetzzeichen KO: Rillenkugellager der Reihe 62.., beidseitig Lippendichtung
- Laufbahndurchmesser von 61,6 mm bis 130,8 mm
- Bohrungsdurchmesser von 13 mm bis 17 mm
- weitere Baureihen RSR B..LO, RSR D..LO

2.3 Permaglide®-Gleitlager

Wartungsfreie Gleitlager

Permaglide®-Gleitlagermaterial P1

- besteht aus drei Schichten:
  - Stahlrücken P10 oder Bronzerücken P11
  - Bronzeschicht
  - Gleitschicht
- eignet sich vor allem für Trockenlauf
- gibt es als
  - Buchsen PAP
  - Bundbuchsen PAF
  - Anlaufscheiben PAW
  - Streifen PAS.

Wartungsarme Gleitlager

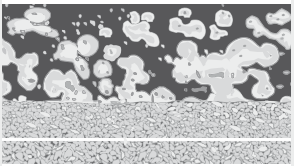
Permaglide®-Gleitlagermaterial P2

- besteht aus drei Schichten
  - Stahlrücken
  - Bronzeschicht
  - Gleitschicht
- benötigt Schmierung
- gibt es in vier Varianten
  - P20 mit Schmiertaschen, ohne Bearbeitungszugabe;

  davon auf Anfrage:
  - P21 mit Schmiertaschen, mit Bearbeitungszugabe
  - P22 ohne Schmiertaschen, mit Bearbeitungszugabe
  - P23 ohne Schmiertaschen, ohne Bearbeitungszugabe
- gibt es als
  - Buchsen PAP
  - Anlaufscheiben PAW
  - Streifen PAS.

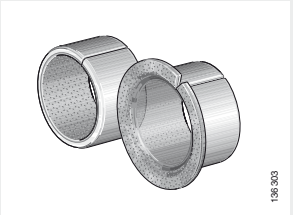
Weitere Informationen zu Permaglide®-Gleitlagern: *INA-Katalog 706*

Permaglide®-Gleitlagermaterial P1



136 297

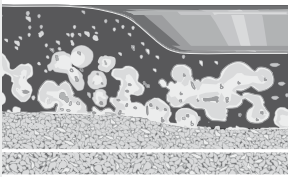
- wartungsfrei, mit Stahl- oder Bronzerücken
- pv_{max}: 1,8 N/mm² · m/s
- $pv_{kurzzeit}$: 3,6 N/mm² · m/s
- p_{max}: 250 N/mm² statisch/ 56 N/mm² dynamisch
- v_{max}: 2 m/s
- ϑ: –200 °C bis +280 °C



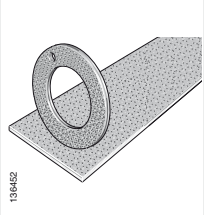
136 303

- Buchsen PAP..P10, PAP..P11
- Bundbuchsen PAF..P10, PAF..P11

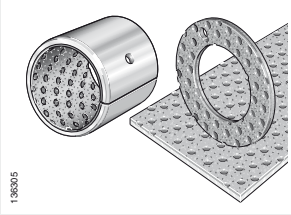
Permaglide®-Gleitlagermaterial P2



- wartungsarm,
  mit Stahlrücken und Schmiertaschen
- pv_{max}: 3 N/mm² · m/s
- p_{max}: 250 N/mm² statisch/
  70 N/mm² dynamisch
- v_{max}: 3 m/s
- ϑ: –40 °C bis +110 °C
- $\vartheta_{kurzzeit}$: bis +140 °C



- Anlaufscheiben PAW..P10, PAW..P11
- Streifen PAS..P10, PAS..P11



- Buchsen PAP..P20
- Anlaufscheiben PAW..P20
- Streifen PAS..P20

2.4 Gelenklager / Gleitbuchsen / Gelenkköpfe
Wartungspflichtige Gelenklager

Radial-Gelenklager

- sind Baueinheiten, bestehend aus Innen- und Außenringen mit Stahl/Stahl- oder Stahl/Bronze-Gleitpaarung
  - Innenring mit zylindrischer Bohrung und kugeliger Außengleitbahn
  - Außenring mit zylindrischer Mantelfläche und hohlkugeliger Innengleitbahn.
    Ab d = 320 mm axial zweimal gesprengt und mit Halteringen zusammengehalten
  - bei GE..PB Außenring aus Bronze
- nehmen radiale Kräfte auf
- übertragen Bewegungen und Kräfte momentenarm
  - halten dadurch Biegespannungen von den Konstruktionselementen fern
- sind besonders für Wechselbelastungen mit schlag- und stoßartiger Beanspruchung geeignet
- lassen axiale Belastungen in beiden Richtungen zu
- werden über den Außen- und Innenring geschmiert
  - Ausnahmen
  - beim Lastwechsel wird eine Seite entlastet. Durch die Schwenkbewegung wird diese Zone geschmiert.

Abgedichtete wartungspflichtige Radial-Gelenklager

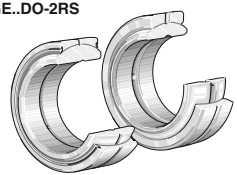
- sind vor Schmutz und Spritzwasser geschützt durch
  - Lippendichtungen.

Weitere Baureihen siehe
INA-Katalog 236

Weitere Informationen
zu wartungspflichtigen Gelenklagern:
INA-Katalog 238

Radial-Gelenklager

GE..DO
GE..DO-2RS



- nach DIN 648-Maßreihe E, ISO 6 124-1; Großgelenklager nach DIN 648-Maßreihe C, ISO 6 124-3
- Nachsetzzeichen -2RS: beidseitig mit Lippendichtung, für Betriebstemperaturen von –60 °C bis +130 °C
- GE..DO für Wellen von 6 mm bis 200 mm; Großgelenklager für Wellen von 320 mm bis 1000 mm
- GE..DO-2RS für Wellen von 15 mm bis 300 mm

GE..HO-2RS

117 087

- Innen- und Außendurchmesser und Außenringbreite wie GE..DO
- mit zylindrischen Ansätzen am Innenring. Dadurch keine Distanzringe beim Einbau zwischen zwei Wangen nötig
- beidseitig mit Lippendichtung, für Betriebstemperaturen von –60 °C bis +130 °C
- für Wellen von 17 mm bis 80 mm

Schräg-Gelenklager

- sind Baueinheiten, bestehend aus Wellen -und Gehäusescheiben mit Stahl/Stahl-Gleitpaarung
  - Wellenscheibe mit kugeliger Außengleitbahn
  - Gehäusescheibe mit hohlkugeliger Innengleitbahn
- nehmen zusätzlich zu den radialen Kräften auch axiale Kräfte auf
  - geeignet für wechselnde dynamische Belastungen
- werden u. a. eingesetzt, wenn Belastungen in Verbindung mit kleinen Schwenkwinkeln zu Schäden an Wälzlagern führen
  - als Gleitlageralternative für Kegelrollenlager der Reihe 320 X nach DIN 720
- übertragen Bewegungen und Kräfte momentenarm
  - halten dadurch Biegespannungen von den Konstruktionselementen fern
- sind standardmäßig für Fettschmierung vorgesehen
  - werden über die Gehäusescheibe geschmiert.

Axial-Gelenklager

- sind Baueinheiten, bestehend aus Wellen- und Gehäusescheiben mit Stahl/Stahl-Gleitpaarung
  - die Wellenscheibe lagert in der kugelpfannenförmigen Gleitzone der Gehäusescheibe
- nehmen axiale Kräfte auf
- leiten Stützkräfte momentenarm in die Anschlußkonstruktion ein
- können mit Radial-Gelenklagern der Maßreihe E nach DIN 648 kombiniert werden
  - zur Aufnahme radialer Kräfte
- werden über die Gehäusescheibe geschmiert.

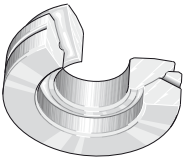
Schräg-Gelenklager

GE..SX

- für Wellen von 25 mm bis 200 mm

Axial-Gelenklager

GE..AX



- für Wellen von 10 mm bis 200 mm

Wartungsfreie Gelenklager

Radial-Gelenklager

- sind Baueinheiten, bestehend aus Innenringen, Außenringen und wartungsfreien Gleitschichten
  - Innenring mit zylindrischer Bohrung und kugeliger Außengleitbahn
  - Außenring mit zylindrischer Mantelfläche und hohlkugeliger Innengleitbahn.
    Bei GE..UK-2RS Bohrungsdurchmesser <140 mm, Außenring einmal gesprengt; bei Bohrungsdurchmesser ≧140 mm Außenring zweimal gesprengt und mit massiven Haltescheiben zusammengehalten.
    Bei GE..FW-2RS Bohrungsdurchmesser <120 mm, Außenring einmal gesprengt; bei Bohrungsdurchmesser ≧120 mm Außenring zweimal gesprengt und mit massiven Haltescheiben zusammengehalten.
    Bei GE..DW Außenring radial geteilt und axial mit Schrauben und Stiften zusammengehalten
  - Gleitschichten aus PTFE-Verbundwerkstoff, PTFE-Folie oder PTFE-Gewebe (Polytetrafluoräthylen)
- nehmen vorzugsweise radiale Kräfte auf
- sind absolut wartungsfrei
  - bei Lagern mit PTFE-Gewebe verringert Schmierstoff die Lebensdauer
- werden eingesetzt, wenn
  - bei wartungsfreiem Betrieb besondere Anforderungen an die Gebrauchsdauer gestellt werden
  - aus schmiertechnischen Gründen Lager mit metallischen Gleitpaarungen nicht geeignet sind, z. B. bei einseitiger Belastung.

Abgedichtete wartungsfreie Radial-Gelenklager

- sind vor Schmutz und Spritzwasser geschützt durch
  - Lippendichtungen.

Weitere Informationen zu wartungsfreien Gelenklagern:
INA-Katalog 238

Radial-Gelenklager

GE..UK

- nach DIN 648-Maßreihe E, ISO 6 124-1
- Gleitpaarung Hartchrom/ PTFE-Verbundwerkstoff
- für Wellen von 6 mm bis 30 mm
- Weitere Baureihen siehe *INA-Katalog 238*

GE..FW

- nach DIN 648-Maßreihe G, ISO 6 124-1
- Gleitpaarung Hartchrom/ PTFE-Verbundwerkstoff
- größerer Kippwinkel α durch breiteren Innenring
- für Wellen von 6 mm bis 25 mm

Schräg-Gelenklager

- sind Baueinheiten, bestehend aus Wellen- und Gehäusescheiben und wartungsfreien Gleitschichten in den Gehäusescheiben
  - Wellenscheibe mit kugeliger Außengleitbahn
  - Gehäusescheibe mit hohlkugeliger Innengleitbahn und eingeklebter Gleitschicht
- nehmen zusätzlich zu den radialen Kräften auch axiale Kräfte auf
  - sind für wechselnde dynamische Belastungen geeignet
- sind in paarweiser Anordnung als vorgespannte Einheit möglich
- werden eingesetzt, wenn hohe Lasten bei geringen Bewegungen übertragen werden
  - als Gleitlageralternative für Kegelrollenlager
- sind wartungsfrei auf Gebrauchsdauer
  - Schmierstoff verringert die Lebensdauer.

Axial-Gelenklager

- sind Baueinheiten, bestehend aus Wellen- und Gehäusescheiben und wartungsfreien Gleitschichten in den Gehäusescheiben
  - die Wellenscheibe lagert in der kugelpfannenförmigen Gleitzone der Gehäusescheibe
- nehmen vorzugsweise axiale Kräfte auf
- sind geeignet als Stütz- oder Fußlager
- können mit Radial-Gelenklagern der Maßreihe E nach DIN 648 kombiniert werden
- sind absolut wartungsfrei
  - Schmierstoff verringert die Lebensdauer.

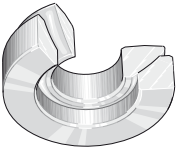
Schräg-Gelenklager

GEE..SW

- Einbaumaße wie Kegelrollenlager nach DIN 720, 320 X
- Gleitpaarung Hartchrom/ PTFE-Gewebe
- für Wellen von 25 mm bis 200 mm

Axial-Gelenklager

GE..AW



- Gleitpaarung Hartchrom/ PTFE-Gewebe
- für Wellen von 10 mm bis 360 mm

Wartungspflichtige Gelenkköpfe

Wartungspflichtige Gelenkköpfe

- sind Baueinheiten, bestehend aus einem Stangenkopf und einem wartungspflichtigen Gelenklager
  - Stangenkopf mit Außen- oder Innengewinde
  - Gelenklager fest mit dem lageraufnehmenden Bauteil verbunden
- nehmen radiale Kräfte in Zug- oder Druckrichtung auf
- übertragen Bewegungen und Kräfte momentenarm
- sind geeignet für wechselnde Belastung
  - bedingt geeignet für einseitige Belastung
- sind durch Zinküberzug vor Korrosion geschützt
- sind nachschmierbar über Kegelschmiernippel oder Gehäusebohrung
- lassen durch die schmalbauenden Augen kompakte Umgebungskonstruktionen zu.

Abgedichtete wartungspflichtige Gelenkköpfe

- sind vor Schmutz und Spritzwasser geschützt durch
  - Lippendichtungen.

Gelenkköpfe nach DIN 648-Maßreihe E

- haben Radial-Gelenklager GE..DO oder GE..DO-2RS
- haben rechts- bzw. linksgängiges Innengewinde oder Außengewinde
- haben Kegelschmiernippel nach DIN 71 412.

Gelenkköpfe nach DIN 648-Maßreihe K

- haben Stahl/Bronze-Gleitpaarungen
- haben rechts- bzw. linksgängiges Innengewinde oder Außengewinde
- haben Trichterschmiernippel nach DIN 3 405 am Gelenkkopfauge

Weitere Baureihen siehe *INA-Katalog 238*.

Wartungspflichtige Gelenkköpfe

- nach DIN 648-Maßreihe E, Form B, ISO 6 126
- Schaft mit Innengewinde
- Nachsetzzeichen -2RS: beidseitig mit Lippendichtung, für Betriebstemperaturen von –60 °C bis +130 °C
- GIR..DO, GIR..DO-2RS mit Rechtsgewinde
- GIL..DO, GIL..DO-2RS mit Linksgewinde

- nach DIN 648-Maßreihe E, Form A, ISO 6 126
- Schaft mit Außengewinde
- Nachsetzzeichen -2RS: beidseitig mit Lippendichtung, für Betriebstemperaturen von –60 °C bis +130 °C
- GAR..DO, GAR..DO-2RS mit Rechtsgewinde
- GAL..DO, GAL..DO-2RS mit Linksgewinde

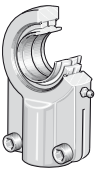
Hydraulik-Gelenkköpfe

- sind mit Radial-Gelenklagern GE..LO oder GE..DO ausgerüstet
- haben Stahl/Stahl-Gleitpaarungen
- nehmen radiale Kräfte in Zug- oder Druckrichtung auf
- übertragen Bewegungen und Kräfte momentenarm
- sind geeignet für wechselnde Belastung
- können angeschraubt werden durch Gewinde im Schaft
- können angeschweißt werden durch kreisförmige bzw. rechteckige Anschweißenden
  - Köpfe mit kreisförmigen Anschweißenden haben eine 45°-Schweißfase und eine Zentriermöglichkeit durch einen zentrisch angeordneten Spannstift
  - sind mit kreisförmigen Anschweißenden besonders für Kolbenstangen geeignet
  - sind mit rechteckigem Querschnitt besonders für Zylinderböden geeignet
- sind beidseitig geschlitzt bis d ≤ 50 mm, ab d > 50 mm einseitig
- sind nachschmierbar über Kegelschmiernippel

Weitere Informationen zu Gelenkköpfen: *INA-Katalog 238*.

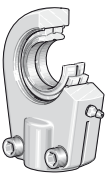
Hydraulik-Gelenkköpfe

GIHN-K..LO



- nach DIN 24 338, ISO 6 982
- für Norm-Hydraulikzylinder nach Cetop-Empfehlung RP 58 H DIN 24 333; DIN 24 336; ISO/DIS 6 020 I; ISO/DIS 6 022
- Gelenklager mit Sicherungsringen im Gelenkkopf fixiert
- als Gewinde-Klemmeinrichtung sind zwei Innensechskantschrauben nach DIN 912-10.9 vorhanden

GIHR-K..DO



- besonders für Hydraulikzylinder
- geringste Anlenkabstände bei maximaler Hubausnutzung
- als Gewinde-Klemmeinrichtung sind zwei Innensechskantschrauben nach DIN 912-10.9 vorhanden
- Gelenklager mit Sicherungsringen im Gelenkkopf fixiert
- für Wellen von 20 mm bis 120 mm

Wartungsfreie zylindrische Gleitbuchsen

Wartungsfreie zylindrische Gleitbuchsen

- sind Radial-Trockengleitlager, bestehend aus zylindrischem Stahlstützkörper und wartungsfreier Gleitschicht
  - der Stahlkörper schützt vor Beschädigungen bei der Handhabung und beim Einbau
  - die Gleitschicht besteht aus 0,5 mm starkem PTFE-Gewebe, ist in Kunstharz eingebettet und auf dem Stützkörper hochfest verankert. Das Fließverhalten der Gleitschicht ist – in Verbindung mit dem Stützkörper – auch bei höchster Belastung nahezu vernachlässigbar. Der Klebeverbund ist feuchtigkeitsstabil und quellfrei
- sind wartungsfrei auf Gebrauchsdauer
  - Schmierstoff verringert die Lebensdauer erheblich
- ersetzen Stahl-, Bronze- und Kunststoff-Gleitlager
  - die Gleitbuchsen nehmen höhere Kräfte auf als konventionelle Gleitlager
- nehmen sehr hohe radiale Kräfte bei einseitiger Lastrichtung und hohe statische Stoßbelastungen auf
- werden eingesetzt bei hohen Wechsellasten und Schwenkbewegungen
- sind reibungsarm
- haben ein gutes Dämpfungsverhalten
- lassen axiale Bewegungen zu
- sind montagefreundlich
  - werden in die Gehäusebohrung eingepresst
  - benötigen keine weitere axiale Fixierung
- sind auch mit vorgeschalteten, separaten Dichtungen kombinierbar.

Wartungsfreie zylindrische Gleitbuchse

ZGB..-W

117 098

- Abmessungen nach DIN 1 850-1, Durchmesserreihe 2 und 3
- für Betriebstemperaturen von –50 °C bis +150 °C
- für Wellen von 30 mm bis 200 mm

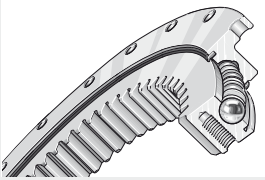
2.5 Drehverbindungen

Drehverbindungen

- sind Baueinheiten, bestehend aus Außen- und Innenringen, Wälzkörpern, Distanzstücken und Winkeldichtungen
  - Distanzstücke aus Kunststoff
- nehmen mittlere axiale sowie radiale Kräfte und Kippmomente auf
- haben ein auf die jeweilige Lagergröße abgestimmtes Lagerspiel
- werden mit Fett geschmiert
- gibt es
  - außenverzahnt
  - innenverzahnt
  - unverzahnt
- gibt es in verschiedenen Bauformen
  - Vierpunktlager
  - Kreuzrollenlager
  - Sonderbauformen siehe INA-Katalog 404
  - Momentenlager siehe Seite 284/285.

Weitere Informationen zu Drehverbindungen: *INA-Katalog 404*

Vierpunktlager, Bauform VLI 20



- zulässige Umfangsgeschwindigkeit 4 m/s, kurzzeitig bis 5,2 m/s
- für Baureihen VL..20 und VS..20 2 m/s, kurzzeitig 2,6 m/s

Kreuzrollenlager, Bauform XSI 14

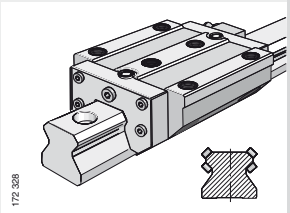
- zulässige Umfangsgeschwindigkeit 2 m/s, kurzzeitig 2,6 m/s

Rollenumlaufeinheiten RUE..D

- bestehen aus mindestens
  - einem Führungswagen RWU..D auf
  - einer Führungsschiene TSX..D
- haben ein vollrolliges Laufsystem
- sind serienmäßig vorgespannt
- sind aus allen Richtungen belastbar
- nehmen Momente um alle Achsen auf
- können mit Öl und mit Fett geschmiert werden
  - Schmierstoffverteiler für Fett
  - Schmierstoffverteiler für Öl
  - Minimal-Schmiermengen-Dosier-einheit (Sonderzubehör)
- besitzen umfangreiches Standard- und Sonderzubehör
- können nur als vormontierte Einheit bestellt werden.

Weitere Informationen
zu Profilschienenführungen:
INA-Katalog 605

Rollenumlaufeinheiten RUE..D



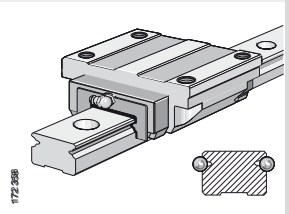
Kugelumlaufeinheiten KUE

- bestehen aus mindestens
  - einem Führungswagen KWE auf
  - einer Führungsschiene TKD
- haben ein vollkugeliges Laufsystem mit zwei Kugelreihen, wobei
  - die Kugeln im Vierpunktkontakt mit den Laufbahnen stehen
- sind in zwei Vorspannklassen erhältlich
- sind aus allen Richtungen belastbar
- nehmen Momente um alle Achsen auf
- können mit Öl und mit Fett geschmiert werden
- besitzen umfangreiches Standard- und Sonderzubehör
- Führungswagen und Führungsschienen
  - können beliebig kombiniert werden
  - können getrennt oder vormontiert bestellt werden.

Sechsreihige Kugelumlaufeinheiten KUSE

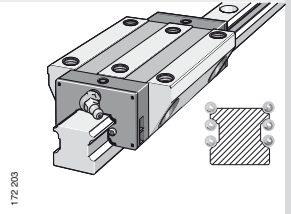
- bestehen aus mindestens
  - einem Führungswagen KWSE auf
  - einer Führungsschiene TKSD
- haben ein vollkugeliges Laufsystem mit sechs Kugelreihen, wobei
  - die Kugeln im Zweipunktkontakt mit den Laufbahnen stehen
  - vier Kugelreihen Druckbelastung und zwei Kugelreihen Zugbelastung aufnehmen
- sind in zwei Vorspannklassen erhältlich
- sind aus allen Richtungen belastbar
- nehmen Momente um alle Achsen auf
- können mit Öl und mit Fett geschmiert werden
- sind tragfähiger als andere Kugelumlaufeinheiten
- ermöglichen hohe Geschwindigkeiten und Beschleunigungen
- besitzen umfangreiches Standard- und Sonderzubehör
- Führungswagen und Führungsschienen
  - können beliebig kombiniert werden
  - können getrennt oder vormontiert bestellt werden.

Kugelumlaufeinheiten KUE



- zweireihig

Sechsreihige Kugelumlaufeinheiten KUSE



- sechsreihig

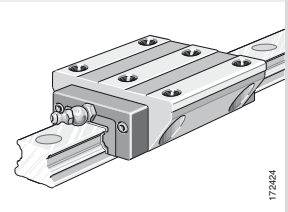
Vierreihige Kugelumlaufeinheiten KUVE

- bestehen aus mindestens
  - einem Führungswagen KWVE auf
  - einer Führungsschiene TKVD
- haben ein vollkugeliges Laufsystem mit vier Kugelreihen, wobei
  - die Kugeln im Zweipunktkontakt mit den Laufbahnen stehen
- sind in zwei Vorspannklassen erhältlich
- sind aus allen Richtungen belastbar
- nehmen Momente um alle Achsen auf
- ermöglichen hohe Geschwindigkeiten und Beschleunigungen
- können mit Öl und mit Fett geschmiert werden
- Führungswagen und Führungsschienen
  - sind in vielen Ausführungen erhältlich
  - können beliebig kombiniert werden
  - können getrennt oder vormontiert bestellt werden.

Linearführungen mit Kugelumlaufschuhen KUVS

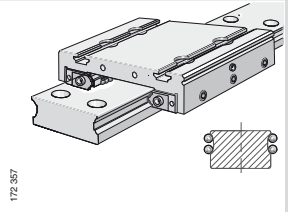
- bestehen aus mindestens
  - zwei Kugelumlaufschuhen KUVS oder einem Führungswagen KWVK..AL auf einer
  - Führungsschiene TKVD
- haben ein vollkugeliges Laufsystem mit zwei mal zwei Kugelreihen, wobei
  - die Kugeln im Zweipunktkontakt mit den Laufbahnen stehen
  - die Druckwinkel 45° betragen und eine O-Anordnung bilden
- Kugelumlaufschuhe oder Führungswagen und Führungsschiene werden immer getrennt bestellt

Vierreihige Kugelumlaufeinheiten KUVE



- vierreihig

Kugelumlaufschuhe KUVS



- vierreihig (zwei mal zweireihig)

Hohlkammer-Laufwagen LFCL

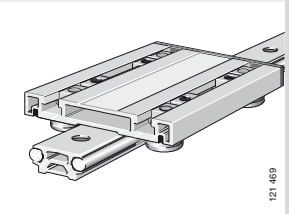
- bestehen aus
  - einer Wagenplatte aus eloxiertem Aluminiumprofil mit Hohlkammern
  - vier Zapfen
  - vier Laufrollen
  - zwei Abdeckkappen für die Hohlkammer
  - acht Nutensteinen
- laufen spielfrei auf den Tragschienen LFS
- benötigen keine exzentrischen Zapfen zur Spieleinstellung
- und Tragschienen LFS lassen sich beliebig untereinander austauschen und kombinieren
- werden durch Schmier- und Abdeckkappen AB LFR geschmiert.

Offener Laufwagen LFL..SF

- bestehen aus
  - einer Wagenplatte aus eloxiertem Aluminium
  - vier Zapfen
  - vier Laufrollen
- laufen spielfrei auf den Tragschienen LFS
- benötigen keine exzentrischen Zapfen zur Spieleinstellung
- und Tragschienen LFS lassen sich beliebig untereinander austauschen und kombinieren
- werden durch Schmier- und Abdeckkappen AB LFR geschmiert.

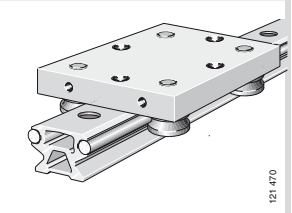
Weitere Informationen
zu Laufrollenführungen:
INA-Katalog 801
Technische Produktinformation
„Profillaufrollenführungen“ TPI 99

Hohlkammer-Laufwagen LFCL



mit Tragschiene LFS..C

Offener Laufwagen LFL..SF



mit Tragschiene LFS..C

Kompakt-Laufwagen LFKL

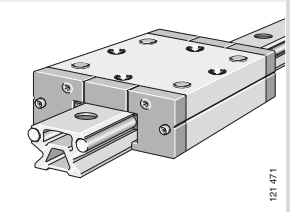
- bestehen aus
  - einer Wagenplatte aus eloxiertem Aluminiumprofil
  - vier Zapfen
  - vier Laufrollen
  - zwei Längsdichtungen
  - einer Schmier- und Abstreifeinheit aus Kunststoff je Stirnseite
- laufen spielfrei auf den Tragschienen LFS
- benötigen keine exzentrischen Zapfen zur Spieleinstellung
- und Tragschienen LFS lassen sich beliebig untereinander austauschen und kombinieren
- werden durch Schmier- und Abstreifeinheiten geschmiert.

Drehschemel-Laufwagen LFDL

- bestehen aus
  - einer Wagenplatte aus Stahl
  - zwei schwenkbaren Trägern aus eloxiertem Aluminium, die radial und axial mit wartungsfreiem Permaglide®-Gleitlagermaterial gelagert sind
  - zwei zentrischen Zapfen
  - zwei exzentrischen Zapfen
  - vier Laufrollen
- werden mit Hilfe der exzentrischen Zapfen spielfrei eingestellt.

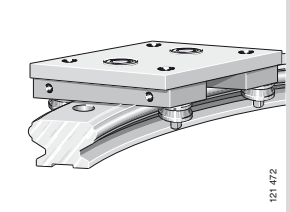
Weitere Informationen
zu Laufrollenführungen:
INA-Katalog 801
Technische Produktinformation
„Profillaufrollenführungen“ TPI 99

Kompakt-Laufwagen LFKL…SF



mit Tragschiene LFS..C

Drehschemel-Laufwagen LFDL



mit Bogenelementen LFS..R

Linear-Kugellager und -Kugellagereinheiten

- gibt es als
  - Kompakt-Reihe
  - Einstell-Reihe
  - Leichtbau-Reihe
  - Gleitlager-Reihe
  - Massiv-Reihe.

Kompakt-Reihe

Basis: Linear-Kugellager KH

- bestehen aus
  - einer spanlos geformten, gehärteten Außenhülse und
  - einem Kunststoffkäfig
- gibt es auch mit schleifenden Dichtungen: KH..PP
- sind nachschmierbar.

Linear-Kugellagereinheiten der Kompakt-Reihe

- bestehen aus
  - einem Gehäuse aus hochfestem Aluminium
  - ein oder zwei Linear-Kugellagern KH.

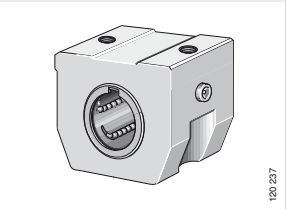
Einstell-Reihe

Linear-Kugellagereinheiten der Einstell-Reihe

- bestehen aus
  - beidseitig abgedichteten Linear-Kugellagern KH..PP
  - einer Hülse mit balligem Außenring
  - einem zweiteiligen Gehäuse aus Corrotect®-beschichtetem Stahlblech
- sind erstbefettet.

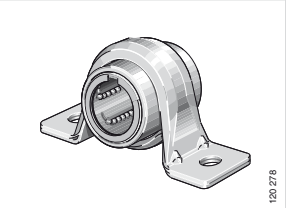
Weitere Informationen zu Wellenführungen: *INA-Katalog 801*

Linear-Kugellagereinheiten, Kompakt-Reihe



- haben kleine Abmessungen und niedrige Bauhöhen

Linear-Kugellagereinheiten, Einstell-Reihe



- haben kleine Abmessungen und niedrige Bauhöhen
- sind winkeleinstellbar zwischen ±3°

Leichtbau-Reihe

Basis: Linear-Kugellager KN, KNO

- bestehen aus
  - einem Käfig mit eingesetzten Tragplatten
  - Tragplatten aus gehärtetem Stahl mit profilgeschliffenen Laufbahnen
  - einem Stahlhaltering, der die Tragplatten von außen abstützt
- sind lieferbar mit
  - Spaltdichtungen: KN, KNO
  - schleifenden Dichtungen: KN..PP, KNO..PP
- Linear-Kugellager KNO haben einen Segmentausschnitt.

Linear-Kugellagereinheiten der Leichtbau-Reihe

- bestehen aus
  - einem Gehäuse aus hochfestem Aluminium
  - einem oder zwei Linear-Kugellager KN oder KNO
- haben eine Anschlagkante
- haben Zentrierungen für Stiftbohrungen.

Gleitlager-Reihe

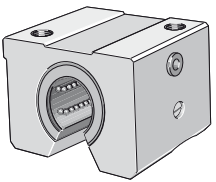
Basis: Permaglide®-Linear-Gleitlager PAB

- bestehen aus
  - einem Außenring aus einer Aluminiumlegierung mit
  - einer Permaglide®-Gleitlagerbuchse PAP..P20
- gibt es auch mit schleifenden Dichtungen (erstbefettet und nachschmierbar)
- Permaglide®-Linear-Gleitlager PABO haben einen Segmentausschnitt.

Permaglide®-Linear-Gleitlagereinheiten

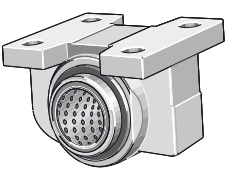
- bestehen aus
  - einem Gehäuse aus Druckguss
  - einem abgedichteten Permaglide®-Linear-Gleitlager
- haben schleifende Dichtungen
- mit Segmentauschnitt eignen sich für unterstützte Wellen: PAGBAO.

Linear-Kugellagereinheiten, Leichtbau-Reihe



- KGNO..PP AS
- gleichen Fluchtungsfehler bis zu ±30′ aus
- nehmen hohe Belastungen bei relativ niedrigem Gewicht auf.

Permaglide®-Linear-Gleitlagereinheiten



- PAGBA..PP AS
- gute Notlaufeigenschaften
- statisch hoch belastbar und stoßunempfindlich
- unempfindlich gegen Verschmutzung
- geräuscharm
- weitere Informationen zu Permaglide®-Gleitlagern siehe *INA-Katalog 706*

Massiv-Reihe

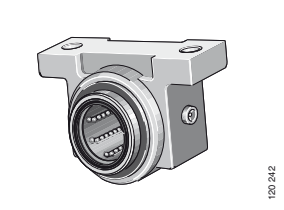
Basis: Linear-Kugellager KB

- bestehen aus
  - einem gehärteten und geschliffenen Außenring aus Wälzlagerstahl. Die Laufbahnen für die Kugeln sind endprofiliert.
  - einem Käfig aus hochfestem Kunststoff
- sind lieferbar mit
  - stirnseitig Spaltdichtungen: KB, KBS, KBO
  - schleifenden Dichtungen: KB..PP, KBS..PP, KBO..PP
- haben einen gleichmäßigen und niedrigen Verschiebewiderstand
- Linear-Kugellager KBS haben einen geschlitzten Außenring und sind spieleinstellbar
- Linear-Kugellager KBO haben einen Segmentausschnitt.

Linear-Kugellagereinheiten der Massiv-Reihe

- bestehen aus
  - einem Gehäuse aus Druckguss oder hochfestem Aluminium
  - einem oder zwei Linear-Kugellagern KB
- haben eine Anschlagkante
- haben schleifende Dichtungen
- sind nachschmierbar
- mit geschlitztem Gehäuse sind spieleinstellbar: KGBS, KGBAS; basierend auf KBS
- mit Segmentausschnitt eignen sich für unterstützte Wellen: KGBO, KGBAO, KTBO; basierend auf KBO.

Linear-Kugellagereinheit, Massiv-Reihe



KGB..PP AS

- niedrige Reibung
- hohe Steifigkeit
- hohe Genauigkeit
- große Laufruhe

2.7 Flachkäfigführungen

HYDREL/EGIS J- und S-Führungsschienen mit Nadelrollen-Flachkäfig

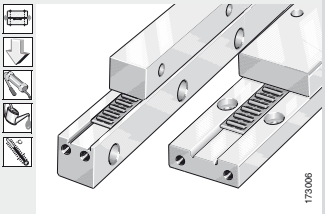
- bestehen aus
  - Führungsschienen der Bauform J und S
  - Flachkäfigen mit einer großen Anzahl Wälzkörper
- werden als lineare Loslager eingesetzt
- sind sehr gut geeignet für begrenzte Hübe
- sind bei geringstem Bauraum sehr steif und hoch tragfähig
- haben eine geringe, gleichförmige Reibung
- haben eine hohe, gleichbleibende Genauigkeit während der Gebrauchsdauer
- können mit Zubehörteilen komplettiert werden.

HYDREL KS-/KSR-Führungsschienen mit Kugel-Flachkäfig

- bestehen aus:
  - Führungsschienen der Bauform KS oder KSR
  - Kugel-Flachkäfigen
- werden als lineare Festlager eingesetzt
- sind sehr gut geeignet für begrenzte Hübe
- sind unempfindlich gegenüber Winkelfehlern bis max. 2,5°
- stellen nur geringe Anforderungen an die Genauigkeit der Anschlusskonstruktion
- sind hoch tragfähig und haben eine lange Gebrauchsdauer durch große Kugeln
- haben eine gleichbleibende Genauigkeit während der Gebrauchsdauer
- können mit Zubehörteilen komplettiert werden.

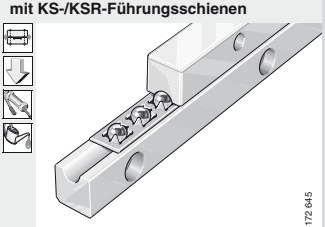
Weitere Informationen
zu Flachkäfigführungen:
INA-Druckschrift
„HYDREL-Flachkäfigführungen“ FRF

mit J- und S-Führungsschienen



- Grundausführung, bestehend aus:
  - Führungsschienen J, S
  - Nadelrollen-Flachkäfigen FF oder H
  - hohe oder flache Ausführung

mit KS-/KSR-Führungsschienen



- Grundausführung, bestehend aus:
  - Führungsschienen KS oder KSR
  - Kugel-Flachkäfig HBE

HYDREL/EGIS M- und V-Führungsschienen mit Winkel-Nadelrollen- und Winkel-Zylinderrollen-Flachkäfig

- bestehen aus:
  - Führungsschienen der Bauform M und V
  - Winkel-Flachkäfigen mit einer großen Anzahl Wälzkörper
- werden als lineare Festlager eingesetzt
- sind sehr gut geeignet für begrenzte Hübe
- sind bei geringem Bauraum sehr steif und hoch tragfähig
- haben eine geringe, gleichförmige Reibung
- haben eine hohe gleichbleibende Genauigkeit während der Gebrauchsdauer
- können mit Zubehörteilen komplettiert werden
- sind auch mit Längsdichtleisten lieferbar.

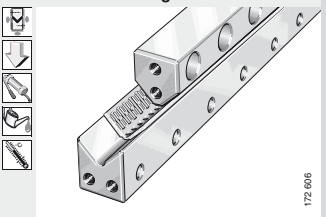
Weitere Ausführungen mit M- und V-Führungsschienen:

- HYDREL/EGIS
  ML- und V-Führungsschienen mit Zustellkeil und Winkel-Nadelrollen Flachkäfig
- HYDREL/EGIS
  M- und V-Führungsschienen mit integrierter Zahnstange zur Zwangsführung des Winkel-Nadelrollen-Flachkäfigs
- HYDREL/EGIS M-Führungsschienen mit Gleitbelag und V-Führungsschienen.

HYDREL/EGIS L-Umgriffsystem mit Nadelrollen- und Zylinderrollen-Flachkäfigen, Fest-Loslager-Einheiten

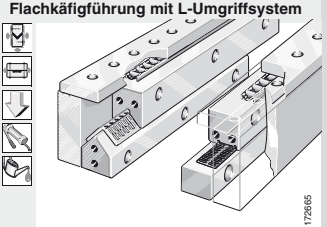
- sind lineare Fest-Loslager-Einheiten
  - durch die Aufteilung in eine Fest-Loslagerführung verspannt sich das System nicht durch Wärmedehnung
- werden eingesetzt, wenn Führungen hochgenau, äußerst starr und tragfähig sein müssen und die Anschlusskonstruktion durch Vorspannkräfte und Wärmedehnung nicht verspannt werden darf
- haben die höchste Genauigkeit aller wälzgelagerten Linearführungen
- sind montagefreundlich
- sind besonders reibungsarm
- können mit Zubehörteilen komplettiert werden.

mit M- und V-Führungsschienen



- Grundausführung, bestehend aus:
  - Führungsschienen M, V
  - Winkel-Nadelrollen-Flachkäfigen FW, HW oder HGW

Flachkäfigführung mit L-Umgriffsystem



- Grundausführung

Flachkäfige

Flachkäfige

- bestehen aus:
  - einem Grundkörper aus Kunststoff oder Metall – abhängig von der Baureihe
  - einer großen Anzahl von Wälzkörpern, die in präzisen Taschen geführt werden
- haben eine geringe Bauhöhe
- sind hoch tragfähig
- haben eine hohe Steifigkeit
- setzen voraus, dass gehärtete und geschliffene Flächen als Laufbahn genutzt werden können
- werden als Einzelteil und in Verbindung mit Führungsschienen geliefert.

Nadelrollen-Flachkäfige

- haben Nadelrollen als Wälzkörper
- haben die höchste Steifigkeit der Flachkäfige
- sind als Flach- oder Winkel-Flachkäfig ausgeführt.

Weitere Ausführungen von Flachkäfigen:

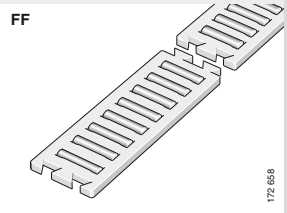
- Zylinderrollen-Flachkäfige
- Kugel-Flachkäfige HB, HBE

Nadelrollen-Flachkäfige mit Reibungsdämpfung

- bestehen aus:
  - einer großen Anzahl Wälzkörper
  - speziellen Zwischenelementen aus Metall, die mit Zugankern in einer bestimmten Zahl aufgereiht sind
- werden eingesetzt, wenn Schlittensysteme für sehr hohe Positioniergenauigkeit ausgelegt sind
- verhindern selbst- und fremderregte Schwingungen in Bewegungsrichtung oder bauen diese schnell ab
- ersparen zusätzliche Dämpfungselemente
- sind Stick-slip-frei auch bei niedrigsten Geschwindigkeiten
- haben standardmäßig eine Dämpfungskraft RS von 0,2‰ der statischen Tragzahl C_0 – bezogen auf eine Wälzkörperreihe.

Nadelrollen-Flachkäfige

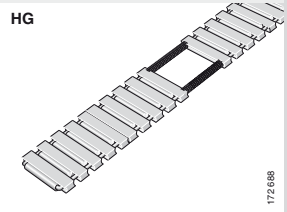
FF



- Nadelrollen-Flachkäfig, einreihig Grundkörper aus Kunststoff
- Schwalbenschwanznuten an den Enden zur einfachen Verbindung beliebig vieler Elemente
- für Temperaturen bis 120 °C

Flachkäfig mit Reibungsdämpfung

HG



- Nadelrollen-Flachkäfig mit Reibungsdämpfung, einreihig und zweireihig
- Einbauabmessungen gleich wie H und H..ZW
- für J-/S-Führungsschienen

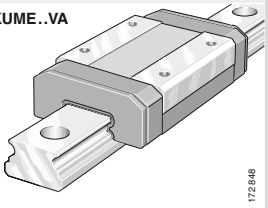
Zwei- und vierreihige Miniatur-Kugelumlaufeinheiten

- sind Baueinheiten, bestehend aus jeweils:
  - mindestens einem Führungswagen mit vollkugeligem Laufsystem
  - einer Führungsschiene mit zwei gleichwertigen Anschlagkanten
  - integrierten elastischen Abstreifern zur Abdichtung an den Stirnseiten der Führungswagen
- werden als lineare Festlager eingesetzt
  - nehmen Kräfte aus allen Richtungen – ausgenommen die Bewegungsrichtung – und Momente um alle Achsen auf
- werden durch Schmierbohrungen im Kopfstück oder über die Schiene mit Öl oder mit Fett geschmiert
- werden standardmäßig vormontiert geliefert
  - auf einer Führungsschiene sind ein oder mehrere Führungswagen montiert
- sind sehr gut geeignet für Anwendungen mit
  - großen Hüben
  - hoher Belastung bei kleinstem vorhandenem Bauraum
  - hohen Geschwindigkeiten und niedriger Reibung
  - hoher Steifigkeit
  - Momentenbelastungen.

Weitere Informationen
zu Miniatur-Kugelumlaufeinheiten:
INA-Marktinformation MAI 81

Zweireihige Miniatur-Kugelumlaufeinheit

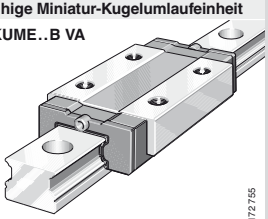
KUME..VA



- Grundausführung, bestehend aus:
  - Führungswagen mit vollkugeligem Laufsystem
  - Führungsschiene
- geeignet für Temperaturen von –40°C bis +100°C
- rostfrei

Vierreihige Miniatur-Kugelumlaufeinheit

KUME..B VA



- Grundausführung, bestehend aus:
  - Führungswagen mit vollkugeligem Laufsystem
  - Führungsschiene
  - Verschlusskappen aus Kunststoff
- geeignet für Temperaturen von –40°C bis +100°C
- rostfrei

Miniatur-Wageneinheiten und -Linearführungs-Sets mit Zylinderrollen-Flachkäfigen

Miniatur-Wageneinheiten und -Linearführungs-Sets mit Zylinderrollen-Flachkäfigen

- werden als lineare Festlager eingesetzt
  - nehmen Kräfte aus allen Richtungen – ausgenommen Bewegungsrichtung – und Momente um alle Achsen auf
- haben eine hohe Ablaufgenauigkeit
- sind besonders geeignet für
  - kurze Hübe
  - reibungsarme Bewegungen
  - oszillierende Bewegungen
  - hohe Belastungen bei gleichzeitig hoher/höchster Steifigkeit.

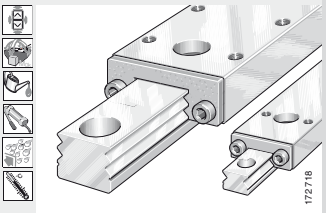
Miniatur-Wageneinheiten

- sind Baueinheiten, bestehend aus jeweils:
  - einem Führungswagen und einer Führungsschiene
  - dazugehörigen Zylinderrollen-Flachkäfigen und Endstücken
  - Verschlusskappen aus Kunststoff
- sind rostfrei – Wälzkörper ausgenommen. Dadurch sehr gut geeignet für Anwendungen
  - im Medizinbereich und in der Elektroindustrie
  - in der Robotik und Labortechnik
  - unter Reinraum-Bedingungen.

Miniatur–Linearführungs–Sets

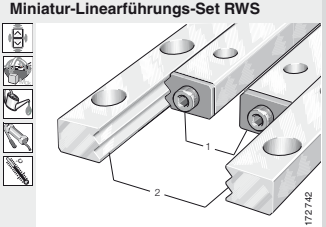
- sind Baueinheiten, bestehend aus:
  - paarweisen, gleich langen oder ungleich langen inneren (1) und äußeren (2) Führungsschienen
  - dazugehörigen Zylinderrollen-Flachkäfigen und Endstücken
- sind einfach an vorgegebene Anschlusskonstruktionen anpassbar
- sind sehr gut geeignet für Anwendungen
  - in der Elektronikindustrie und artverwandten Branchen
  - in optischen Geräten
  - unter Reinraum-Bedingungen
  - mit höheren Temperaturen.

Miniatur-Wageneinheiten RMWE..VA - rostfrei



- Grundausführung, bestehend aus:
  - Führungswagen und Führungsschiene
  - Zylinderrollen-Flachkäfigen
- Endstücken
- Verschlusskappen
- geeignet für Temperaturen bis +120°C

Miniatur-Linearführungs-Set RWS



- Grundausführung, bestehend aus:
  - innerem (1) und äußerem (2) gleich langen oder ungleich langen Schienenpaar
  - Zylinderrollen-Flachkäfigen
  - Endstücken
- geeignet für Temperaturen bis +120°C

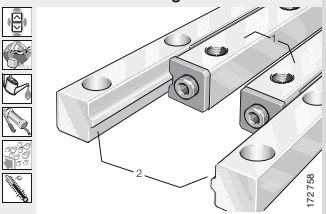
Miniatur-Linearführungs-Sets mit Kugel-Flachkäfigen

- werden als lineare Festlager eingesetzt
  - nehmen Kräfte aus allen Richtungen – ausgenommen Bewegungsrichtung – und Momente um alle Achsen auf
- sind besonders geeignet für
  - kurze Hübe
  - reibungsarme und oszillierende Bewegungen
  - mittlere Belastungen bei gleichzeitig hoher Steifigkeit
- haben hohe Ablaufgenauigkeit
- sind einfach an vorgegebene Anschlusskonstruktionen anpassbar
- sind sehr gut geeignet für Anwendungen
  - im Medizinbereich und in der Elektronikindustrie
  - in der Robotik und Labortechnik
  - unter Reinraum-Bedingungen.

Miniatur-Gleitführungen

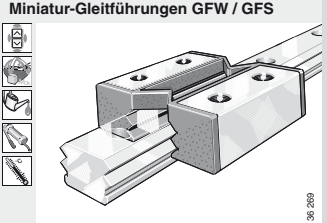
- werden als lineare Festlager eingesetzt
  - nehmen Kräfte aus allen Richtungen – ausgenommen Bewegungsrichtung – und Momente um alle Achsen auf
- sind wartungsfrei und dadurch für Trockenlauf geeignet
  - können aber auch mit Öl oder Fett geschmiert werden
- sind spieleinstellbar und arbeiten weitestgehend ruckfrei
- haben gute Gleiteigenschaften
- haben einen Gleitwerkstoff mit sehr geringer Wasseraufnahme-Fähigkeit und sind chemisch hoch beständig
- sind verschleißarm und unempfindlich gegen Schmutz
- haben die gleichen Anschlussmaße wie Miniatur-Kugelumlaufeinheiten
- stellen keine hohen Anforderungen an die Form- und Lagegenauigkeit der Anschlussflächen
- sind sehr gut geeignet für Anwendungen mit
  - niedriger Belastung bei kleinstem Bauraum
  - Momentenbelastungen
  - Trockenlauf
  - niedriger Reibung
  - einstellbarem Lagerspiel
  - stärkerem Schmutzanfall.

Miniatur-Linearführungs-Set KFS..VA



- Grundausführung, bestehend aus:
  - innerem (1) und äußerem (2) gleich langem oder ungleich langem Führungspaar
- Kugel-Flachkäfigen
- Endstücken
- geeignet für Temperaturen bis +120°C
- rostfrei

Miniatur-Gleitführungen GFW / GFS



- Grundausführung, bestehend aus:
  - Führungswagen mit Gleitschicht, Stirnseiten und Federstegen
  - Führungsschiene
- geeignet für Temperaturen von –40°C bis +80°C
- rostfrei

2.9 Angetriebene Lineareinheiten

Linearmodule mit Laufrollenführungen und Zahnriemenantrieb MLF..ZR

- bestehen aus
  - einer Tragschiene
  - einem Kompaktlaufwagen in verschiedenen Längen, der aus einem Tragkörper aus eloxiertem Aluminiumprofil, vier Zapfen, vier Laufrollen, zwei Schmier- und Abstreifeinheiten aufgebaut ist
  - zwei Umlenkeinheiten
- können kleine bis mittlere Lasten mit v_{max} = 8 m/s und a_{max} = 40 m/s^2 positionsgenau bewegen
- werden einzeln geliefert. Eine Umlenkung und der Laufwagen sind vormontiert.

Linearmodule mit Laufrollenführungen und Zahnriemenantrieb MLFI..ZR

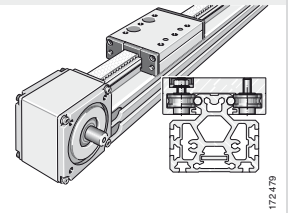
- sind ähnlich den Linearmodulen MLF..ZR aufgebaut. Die Laufrollen sind jedoch innenliegend und werden durch den im Trägerprofil geführten Zahnriemen vollständig abgedeckt
- bestehen aus
  - einer Tragschiene LFS 25 MI
  - einem innengeführten Kompaktlaufwagen in verschiedenen Längen
  - im Trägerprofil integrierte Umlenkeinheiten
- können kleine Lasten mit v_{max} = 8m/s und a_{max} = 40 m/s^2 positionsgenau bewegen.

Linearmodule mit Gleitführungen und Zahnriemenantrieb MGFI..ZR (ohne Bild)

- sind ähnlich den Linearmodulen MLFI..ZR aufgebaut
- bestehen aus
  - einer Tragschiene GFS 25 MI
  - einem innengeführten Laufwagen
  - zwei integrierten Umlenkeinheiten
- können kleine Lasten mit v_{max} = 1 m/s und a_{max} = 5 m/s^2 positionsgenau bewegen
- laufen sehr geräusch- und wartungsarm.

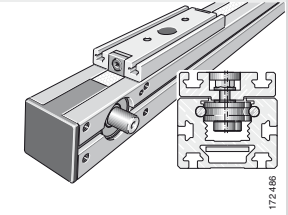
Weitere Informationen zu Linearmodulen:
INA-Druckschrift
„Angetriebene Lineareinheiten“ ALE

Linearmodul MLF..ZR



- mit außenliegenden Laufrollen LFR und Zahnriemenantrieb ZR

Linearmodul MLFI..ZR



- mit innenliegenden Laufrollen LFR und Zahnriemenantrieb ZR
- weitere Baureihe:
  MGFI..ZR mit vier innenliegenden Gleitführungskassetten der Baureihe GFK und Zahnriemenantrieb ZR

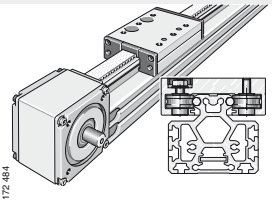
Lineareinheiten mit Kugelumlaufeinheiten und Zahnriemenantrieb

- bestehen aus
  - einer Tragschiene
  - einem Kompaktlaufwagen, der aus einem Tragkörper aus eloxiertem Aluminiumprofil und zwei hintereinander angeordneten zweireihigen oder sechsreihigen Kugelumlaufeinheiten aufgebaut ist
  - einem Zahnriemenantrieb
  - zwei Umlenkeinheiten
- können mittlere bis hohe Lasten mit v_{max} = 3 m/s und a_{max} = 15 m/s^2 positionsgenau bewegen
- können höhere Momentenbelastungen aufnehmen, wenn
  - ein längerer Laufwagen eingesetzt wird oder
  - weitere Laufwagen hintereinander angeordnet werden
- werden einzeln geliefert. Eine Umlenkung und der Laufwagen sind vormontiert.

Lineareinheiten mit Kugelumlaufeinheiten und Kugelgewindetrieb

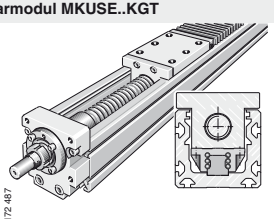
- bestehen aus
  - einer Tragschiene
  - einem Kompaktlaufwagen, der aus einem Tragkörper aus eloxiertem Aluminiumprofil und zwei hintereinander angeordneten zweireihigen oder sechsreihigen Kugelumlaufeinheiten aufgebaut ist
  - einem Kugelgewindetrieb
- können mittlere bis hohe Lasten mit v_{max} = 1,73 m/s und a_{max} = 8,5 m/s^2 positionsgenau bewegen
- haben eine maximale Spindeldrehzahl von 2 600 min^{-1}, begrenzt durch das eingebaute Festlager
- können höhere Momentenbelastungen aufnehmen, wenn ein zweiter, nicht angetriebener Laufwagen montiert wird
- haben einen Faltenbalg, der die Gewindespindel und das Führungssystem vor Schmutz schützt.

Linearmodul MKUSE..ZR



- mit sechsreihigen Kugelumlaufeinheiten KUSE und Zahnriemenantrieb ZR
- weitere Baureihe: MKUE..ZR mit zweireihigen Kugelumlaufeinheiten KUE und Zahnriemenantrieb ZR

Linearmodul MKUSE..KGT



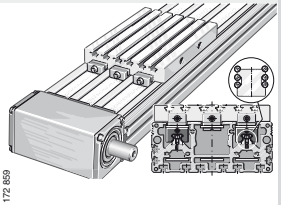
- mit sechsreihigen Kugelumlaufeinheiten KUSE und Kugelgewindetrieb KGT
- weitere Baureihe: MKUE..KGT mit zweireihigen Kugelumlaufeinheiten KUE und Kugelgewindetrieb KGT
- die Baureihe MKUSE..KGT hat eine höhere Gebrauchsdauer als die Baureihe MKUE..KGT

Lineareinheiten mit zwei Kugelumlaufeinheiten und 3fach Zahnriemenantrieb (Tandemmodule)

- gibt es in den Baureihen
  - MDKUE..3ZR mit zweireihigen Kugelumlaufeinheiten KUE und 3fach Zahnriemenantrieb (ohne Bild)
  - MDKUVE..3ZR mit vierreihigen Kugelumlaufeinheiten KUVE und 3fach Zahnriemenantrieb
  - MDKUSE..3ZR mit sechsreihigen Kugelumlaufeinheiten KUSE und 3fach Zahnriemenantrieb
- bestehen aus
  - zwei Umlenkeinheiten (Antrieb mit 3 Zahnriemen)
  - einem Laufwagen, der aus einem Tragkörper aus eloxiertem Aluminiumprofil und vier Führungswagen der beiden Kugelumlaufeinheiten aufgebaut ist
  - einer Tragschiene, in der zwei parallel angeordnete Kugelumlaufeinheiten integriert sind
- können hohe Lasten mit hohen Momentenbelastungen um alle drei Achsen mit v_{max} = 3 m/s und a_{max} = 15 m/s^2 positionsgenau bewegen
- eignen sich sehr gut für den senkrechten Einbaufall, da der 3fach Zahnriemen sehr hohe maximale Betriebskräfte zuläßt
- können höhere Momentenbelastungen aufnehmen, wenn
  - ein längerer Laufwagen eingesetzt wird oder
  - weitere Laufwagen hintereinander angeordnet werden
- werden einzeln geliefert. Eine Umlenkung und der Laufwagen sind vormontiert.

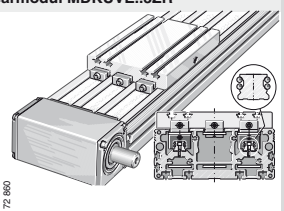
Weitere Informationen zu Linearmodulen:
INA-Druckschrift
„Angetriebene Lineareinheiten“ ALE

Linearmodul MDKUSE..3ZR



mit sechsreihigen Kugelumlaufeinheiten KUSE und 3fach Zahnriemenantrieb 3ZR

Linearmodul MDKUVE..3ZR



mit vierreihigen Kugelumlaufeinheiten KUVE und 3fach Zahnriemenantrieb 3ZR

Lineartische mit geschlossener Linear-Kugellager-Führung LTE

- gibt es in verschiedenen Ausführungen
  - LTE ohne Antrieb
  - LTE mit Trapezgewindetrieb (ohne Bild)
  - LTE mit Kugelgewindetrieb
- sind geeignet für mittlere Belastungen und kurze Hübe
- können mit Zubehörteilen komplettiert werden.

Lineartische LTE ohne Antrieb

- bestehen aus
  - einem Laufwagen aus Aluminiumlegierung mit vier Linearkugellagern KB (erstbefettet, abgedichtet und nachschmierbar)
  - zwei Wellen aus hochlegiertem Edelstahl (gehärtet und geschliffen)
  - zwei Wellenböcken
    Ausführung A:
    beweglicher Laufwagen
    Ausführung B:
    feststehender Laufwagen
  - wahlweise zwei Faltenbälge.

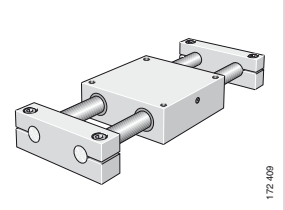
Lineartische LTE mit Kugelgewindetrieb

- bestehen zusätzlich aus
  - einer Spindel mit gerolltem Kugelgewinde und einer nicht vorgespannten zylindrischen Gewindemutter oder einer doppelten, vorgespannten zylindrischen Gewindemutter
  - einem Schmiernippel für Spindel und Gewindemutter
  - einem Festlager mit einem vorgespannten zweireihigen Schrägkugellager ZKLN sowie einem Schmiernippel
  - einem Nadellager NA als Loslager und einem Schmiernippel.

Bei gleichem Hub ist der Bauraum eines Lineartisches mit Faltenbalg größer als der eines Lineartisches ohne Faltenbalg.

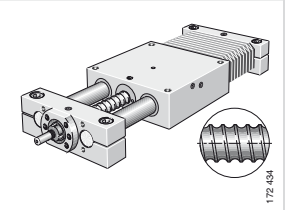
Weitere Informationen zu Lineartischen:
INA-Druckschrift
„Angetriebene Lineareinheiten“ ALE

Lineartisch LTE ohne Antrieb



Grundausführung

Lineartisch LTE mit Kugelgewindetrieb



Steigungsgenauigkeit 50 µm auf 300 mm

Lineartische mit offener Linear-Kugellager-Führung LTS

- gibt es in verschiedenen Ausführungen
  - LTS ohne Antrieb
  - LTS mit Trapezgewindetrieb (ohne Bild)
  - LTS mit Kugelgewindetrieb
- sind geeignet für mittlere Belastungen und lange Hübe
- können mit Zubehörteilen komplettiert werden.

Lineartische LTS

- bestehen aus
  - einem Laufwagen aus Aluminiumlegierung mit vier Linearkugellagern KBO (erstbefettet, abgedichtet und nachschmierbar)
  - zwei Wellen aus hochlegiertem Edelstahl (gehärtet und geschliffen), die auf Tragschienen befestigt sind
  - wahlweise zwei Faltenbälge (Ausnahme: LTS 12).

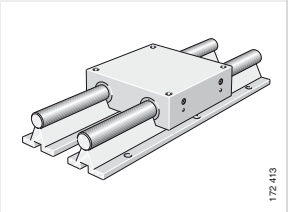
Lineartische LTS mit Kugelgewindetrieb

- bestehen zusätzlich aus
  - einer Spindel mit gerolltem Kugelgewinde und einer nicht vorgespannten zylindrischen Gewindemutter oder einer doppelten, vorgespannten zylindrischen Gewindemutter
  - einem Schmiernippel für Spindel und Gewindemutter
  - einem Festlager mit einem vorgespannten zweireihigen Schrägkugellager ZKLN sowie einem Schmiernippel
  - einem Nadellager NA als Loslager und einem Schmiernippel.

Bei gleichem Hub ist der Bauraum eines Lineartisches mit Faltenbalg größer als der eines Lineartisches ohne Faltenbalg.

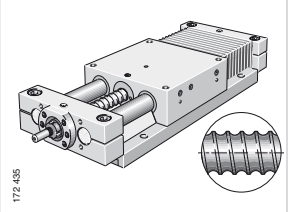
Weitere Informationen zu Lineartischen:
INA-Druckschrift
„Angetriebene Lineareinheiten“ ALE

Lineartisch LTS ohne Antrieb



Grundausführung

Lineartisch LTS mit Kugelgewindetrieb



Steigungsgenauigkeit 50 µm auf 300 mm

Präzisions-Lineartische mit Kugelumlaufeinheiten

- eignen sich besonders zum Positionieren mittlerer und hoher Lasten
- haben Lager, die erstbefettet, abgedichtet und nachschmierbar sind
- können mit Zubehörteilen komplettiert werden.

Präzisions-Lineartische LTP

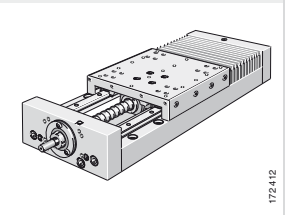
- bestehen aus
  - einer Grundplatte aus Aluminium
  - zwei Kugelumlaufeinheiten KUE (vorgespannt) mit zwei Führungswagen KWE pro Seite
  - einem Laufwagen aus Aluminium mit einem zentralen Schmiersystem, das sowohl die Kugelumlaufeinheiten als auch den Kugelgewindetrieb versorgt
  - einer Spindel mit gerolltem Kugelgewinde und einer nicht vorgespannten Flanschgewindemutter oder einer Flanschgewindemutter mit zylindrischer Gewindemutter in vorgespannter Ausführung
  - einer Endplatte aus Aluminiumlegierung zur Aufnahme des Festlagers und einem Schmiernippel
  - einem zweireihigen Schrägkugellager ZKLF als Festlager
  - einer Endplatte aus Aluminiumlegierung zur Aufnahme des Loslagers und einem Schmiernippel
  - einem Nadellager NA als Loslager
  - wahlweise zwei Faltenbälgen.

Präzisions-Lineartische LTPG

- unterscheiden sich von den Lineartischen LTP durch
  - eine Grundplatte aus Gusseisen
  - einen Laufwagen aus Gusseisen mit geschliffener Oberfläche
  - eine Endplatte aus Gusseisen zur Aufnahme des Festlagers
  - eine Endplatte aus Gußeisen zur Aufnahme des Loslagers.

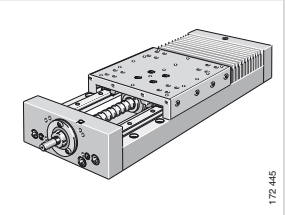
Bei gleichem Hub ist der Bauraum eines Lineartisches mit Faltenbalg größer als der eines Lineartisches ohne Faltenbalg.

Präzisions-Lineartisch LTP



- mit Kugelumlaufeinheiten
- Aluminiumausführung
- Steigung 50 µm auf 300 mm

Präzisions-Lineartisch LTPG



- mit Kugelumlaufeinheiten
- Gusseisenausführung

3. Grundlagen

3.1 Tragfähigkeit und Lebensdauer

Auszug aus INA-Katalogen

Die erforderliche Größe eines Wälzlagers hängt ab von den Anforderungen an seine:

- Tragfähigkeit – Belastbarkeit
- Lebensdauer
- Betriebssicherheit.

Das Maß für die Tragfähigkeit sind die statischen und dynamischen Tragzahlen.

Dynamische Tragfähigkeit und Lebensdauer

Das Ermüdungsverhalten des Werkstoffs bestimmt die dynamische Tragfähigkeit des Wälzlagers.

Die dynamische Tragfähigkeit wird beschrieben durch:

- die dynamische Tragzahl
- die nominelle Lebensdauer.

Die Lebensdauer als Ermüdungszeitraum hängt ab von:

- der Belastung
- der Betriebsdrehzahl
- der statistischen Zufälligkeit des ersten Schadenseintritts.

Dynamische Tragzahl

Für umlaufende Wälzlager gilt die dynamische Tragzahl C. Sie ist:

- bei Radiallagern eine konstante Radiallast
- bei Axiallagern eine zentrisch wirkende, konstante Axiallast.

Die dynamische Tragzahl C ist die Belastung unveränderlicher Größe und Richtung, bei der eine genügend große Menge gleicher Lager eine nominelle Lebensdauer von einer Million Umdrehungen erreicht.

Nominelle Lebensdauer

$$L = \left(\frac{C}{P}\right)^p$$

$$L_h = \frac{16\,666}{n}\left(\frac{C}{P}\right)^p$$

L 10^6 Umdr.
nominelle Lebensdauer in Millionen Umdrehungen, die von 90% einer genügend großen Menge gleicher Lager erreicht oder überschritten wird, bevor die ersten Anzeichen einer Werkstoffermüdung auftreten

L_h h
nominelle Lebensdauer in Betriebsstunden entsprechend der Definition für L

C N
dynamische Tragzahl

P N
äquivalente Lagerbelastung für Radial- bzw. Axiallager

p –
Lebensdauerexponent.

Nadel-, Zylinderrollenlager: p = 10/3
Kugellager: p = 3

n min^{-1}
Betriebsdrehzahl.

Modifizierte nominelle Lebensdauer

$$L_{na} = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot L$$

L_{na} 10^6 Umdr.
modifizierte nominelle Lebensdauer für besondere Werkstoffeigenschaften und Betriebsbedingungen bei einer Erlebenswahrscheinlichkeit von (100−n) %

L 10^6 Umdr.
nominelle Lebensdauer

a_1 –
Lebensdauerbeiwert für eine Erlebenswahrscheinlichkeit, die von 90% abweicht

a_2 –
Lebensdauerbeiwert für besondere Werkstoffeigenschaften

für Standard-Wälzlagerstähle: $a_2 = 1$

a_3 –
Lebensdauerbeiwert für besondere Betriebsbedingungen

insbesondere für den Schmierungszustand.

Bei nicht konstanten Betriebsbedingungen siehe Hinweis auf Seite 339.

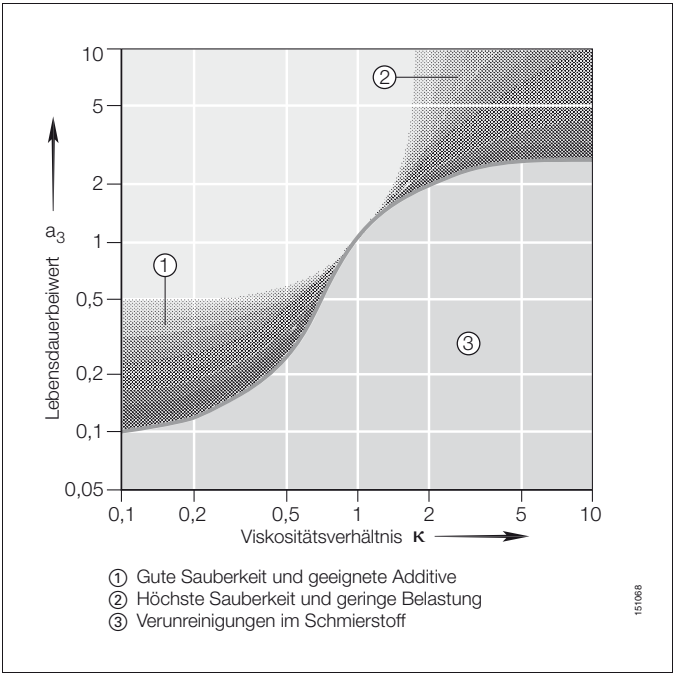
Lebensdauerbeiwert a_3 aus dem Diagramm Seite 330 ermitteln. Er hängt ab vom Viskositätsverhältnis $\varkappa = \nu/\nu_1$:

- ν ist die kinematische Viskosität des Schmierstoffes bei Betriebstemperatur
- ν_1 ist die Sollviskosität des Schmierstoffes bei Betriebstemperatur (Bild, Seite 331) für die ausreichende Ausbildung des Schmierfilms in den Kontaktzonen.

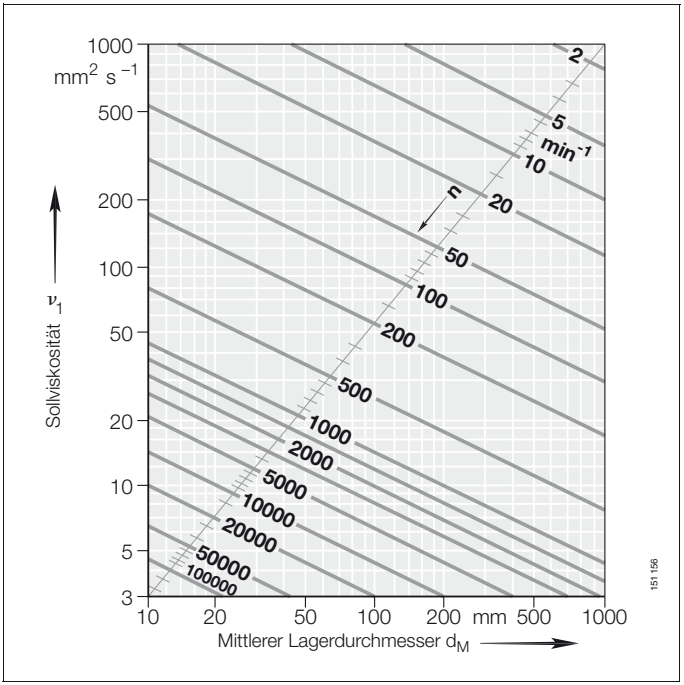
Bei Fettschmierung gilt die Viskosität des Grundöls.

Lebensdauerbeiwert a_1

Erlebenswahrscheinlichkeit %	90	95	96	97	98	99
Lebensdauerbeiwert a_1	1	0,62	0,53	0,44	0,33	0,21



Lebensdauerbeiwert a_3



Sollviskosität ν_1

Erweiterte Berechnung der modifizierten nominellen Lebensdauer

Mit diesem Berechnungsverfahren wird ein neuer Kennwert eingeführt:

- die Ermüdungsgrenzbelastung P_u.

Die Ermüdungsgrenzbelastung ist definiert als die Belastung, unterhalb der – bei Laborbedingungen – keine Ermüdung im Werkstoff auftritt.

Dieser Beiwert berücksichtigt:

- die Ermüdungsgrenze des Werkstoffs
- die Zusammenhänge zwischen Schmierung, Belastung und Verunreinigungen im Schmierspalt
- die Reibungsverhältnisse
- die Lastverteilung im Lager.

Berechnung

$$L_{naa} = a_1 \cdot a_{vc} \cdot L$$

L_{naa} 10^6 Umdr.
erweiterte modifizierte nominelle Lebensdauer

L 10^6 Umdr.
nominelle Lebensdauer

a_1 –
Lebensdauerbeiwert für eine Erlebenswahrscheinlichkeit, die von 90% abweicht

a_{vc} –
Lebensdauerbeiwert zur Berücksichtigung der Betriebsbedingungen.

Bei nicht konstanten Betriebsbedingungen siehe Hinweis auf Seite 339.

Einfluss der Verschmutzung

Der Beiwert η_c berücksichtigt den Einfluss von Verunreinigungen im Schmierspalt auf die Lebensdauer.

Die verminderte Lebensdauer durch feste Partikel im Schmierspalt hängt ab von:

- der Art, Größe, Härte und Menge der Partikel
- der Lagergröße.

Komplexe Wechselwirkungen zwischen diesen Einflussgrößen lassen nur grobe Anhaltswerte zu. Die Werte gelten für:

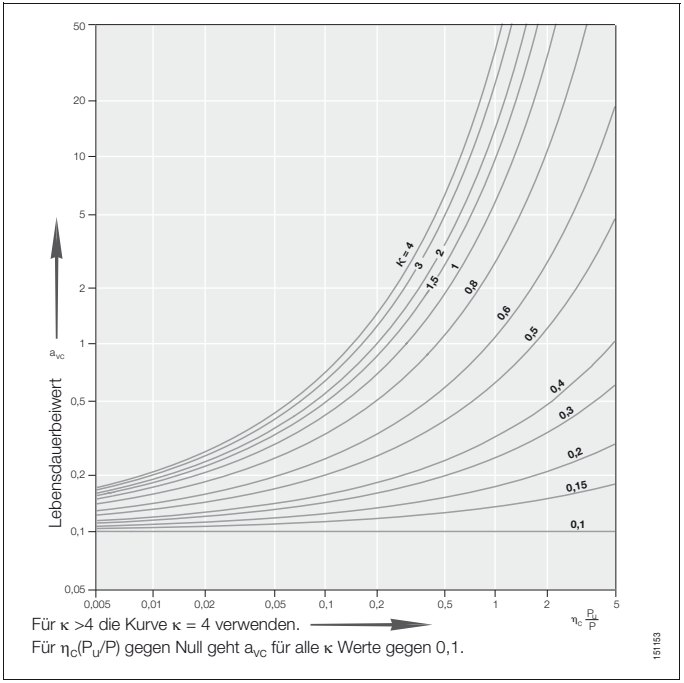
- Verunreinigungen durch feste Partikel.

Nicht berücksichtigt sind andere Verschmutzungen – wie Verunreinigungen durch Wasser oder andere Flüssigkeiten.

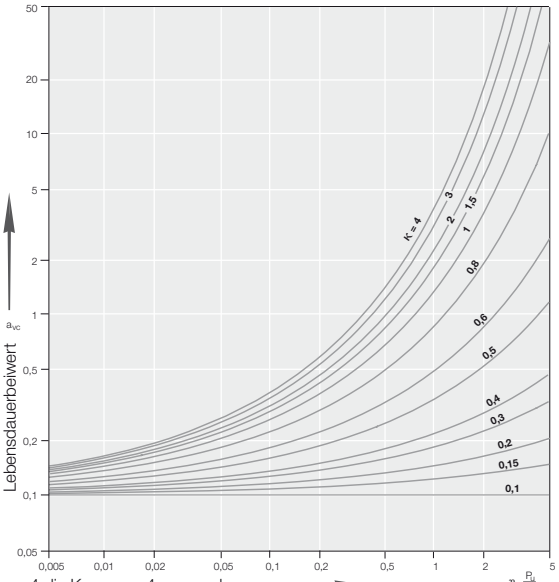
Bei starker Verschmutzung – $\eta_c \rightarrow 0$ – fallen die Lager durch Verschleiß aus!
Die Gebrauchsdauer liegt dann weit unter der berechneten Lebensdauer!

Verschmutzung und Beiwert η_c

Verschmutzung	Beiwert η_c
Größte Sauberkeit Partikelgröße in Höhe des Schmierfilms Laborbedingungen	1
Große Sauberkeit Schmieröl feinstgefiltert abgedichtete, befettete Lager	0,8
Normale Sauberkeit Schmieröl feingefiltert	0,5
Leichte Verunreinigungen leichte Verunreinigungen im Schmieröl	0,5 bis 0,3
Typische Verunreinigungen Lager mit Abrieb von anderen Maschinenelementen kontaminiert	0,3 bis 0,1
Starke Verunreinigungen Umgebung der Lager stark verschmutzt Lagerung unzureichend abgedichtet	0,1 bis 0
Sehr starke Verunreinigungen	0



Radial-Zylinderrollenlager und -Nadellager – Lebensdauerbeiwert a_{vc}

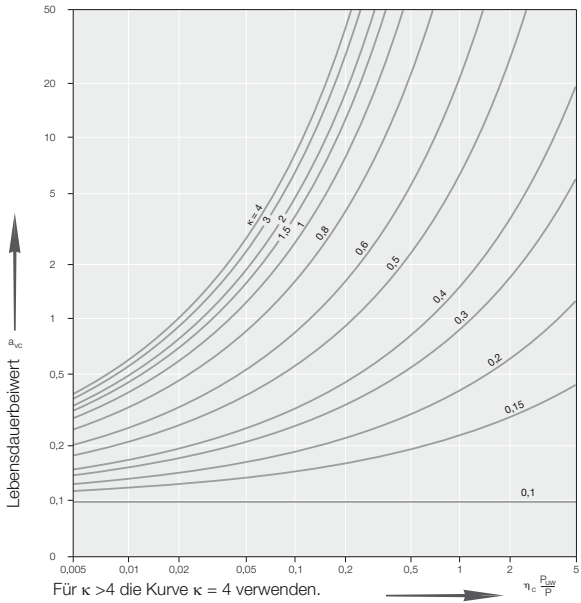


Für κ >4 die Kurve κ = 4 verwenden.

Für $\eta_C(P_u/P)$ gegen Null geht a_{VC} für alle κ Werte gegen 0,1.

151154

Axial-Zylinderrollenlager und -Nadellager – Lebensdauerbeiwert a_{VC}

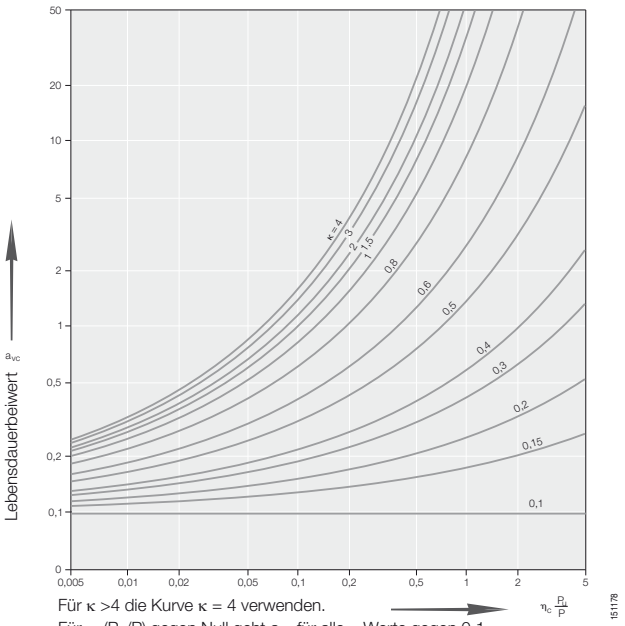


Für κ >4 die Kurve κ = 4 verwenden.

Für $\eta_c(P_u/P)$ gegen Null geht a_{vc} für alle κ Werte gegen 0,1.

151177

Radial-Kugellager – Lebensdauerbeiwert a_{vc}



Für κ >4 die Kurve κ = 4 verwenden.

Für $\eta_C(P_u/P)$ gegen Null geht a_{VC} für alle κ Werte gegen 0,1.

Axial-Kugellager – Lebensdauerbeiwert a_{VC}

Äquivalente Betriebswerte

Die Lebensdauer-Gleichungen setzen voraus, dass die Lagerbelastung P und die Lagerdrehzahl n konstant sind.

Sind Belastung und Drehzahl nicht konstant, können äquivalente Betriebswerte bestimmt werden, die die gleiche Ermüdung verursachen, wie die tatsächlich wirkenden Beanspruchungen.

Hinweis

⚠ Die hier berechneten äquivalenten Betriebswerte berücksichtigen bereits die Lebensdauerbeiwerte a_3 bzw. a_{vc}. Diese dürfen bei der Berechnung der modifizierten Lebensdauer nach Seite 329 und 332 nicht noch einmal berücksichtigt werden. Für die Berechnung der modifizierten Lebensdauer gilt:
$L_{na} = a_1 \cdot a_2 \cdot L$ und
$L_{naa} = a_1 \cdot L$.

Veränderliche Lagerbelastung und veränderliche Lagerdrehzahl

- Zeitlich veränderlicher Verlauf der Belastung und Drehzahl.

$$n = \frac{1}{T}\int_0^T n(t) \cdot dt$$

$$P = \sqrt[p]{\frac{\int_0^T \frac{1}{a(t)} \cdot n(t) \cdot F^p t \cdot dt}{\int_0^T n(t) \cdot dt}}$$

Stufenweise veränderliche Lagerbelastung und Lagerdrehzahl im Zeitraum T

$$n = \frac{q_1 \cdot n_1 + q_2 \cdot n_2 + \ldots + q_z \cdot n_z}{100}$$

$$P = \sqrt[p]{\frac{\frac{1}{a_i} \cdot q_i \cdot n_i \cdot F_i^p + \ldots + \frac{1}{a_z} \cdot q_z \cdot n_z \cdot F_z^p}{q_i \cdot n_i + \ldots + q_z \cdot n_z}}$$

n min^{-1}
mittlere Drehzahl

T min
betrachteter Zeitraum

P N
äquivalente Lagerbelastung

p –
Lebensdauerexponent.
Nadel-, Zylinderrollenlager: p = 10/3
Kugellager: p = 3

a_i a(t) –
Lebensdauerbeiwert (a_3 oder a_{vc}) für den momentanen Betriebszustand

n_i n(t) min^{-1}
Lagerdrehzahl im momentanen Betriebszustand

q_i %
Zeitanteil eines Betriebszustandes an der Gesamtbetriebsdauer;
$q_i = (\Delta t_i/T) \cdot 100$

F_i, F(t) N
Lagerbelastung im momentanen Betriebszustand.

Oszillierende Lagerbewegung

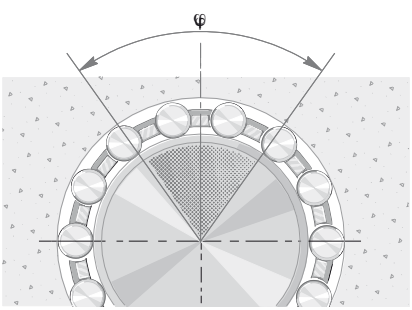
Gleichung nicht einsetzen, wenn der Schwenkwinkel kleiner als der doppelte Teilungswinkel der Wälzkörper ist – Gefahr der Riffelbildung!

$$n = n_{osz} \cdot \frac{\varphi}{180°}$$

n $\quad$ min^{-1}
äquivalente Drehzahl

n_{osz} $\quad$ min^{-1}
Frequenz der Hin- und Herbewegung

φ $\quad$ °
Schwenkwinkel.

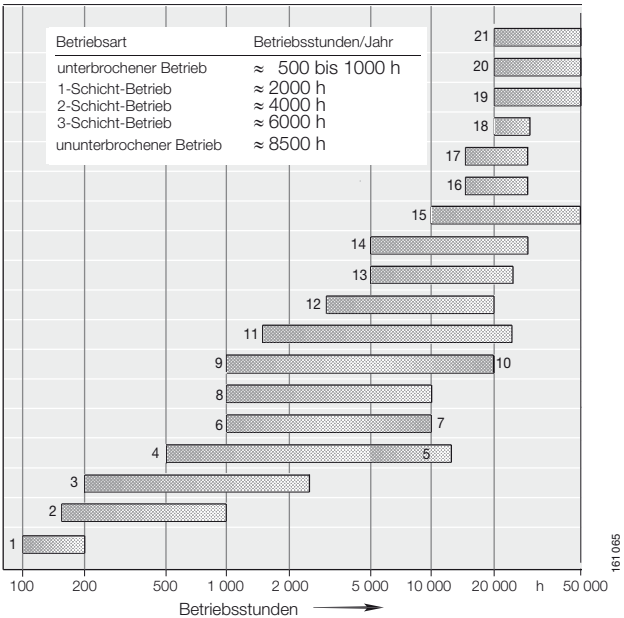


Erforderliche Lebensdauer

Liegen keine Angaben über die erforderliche Lebensdauer vor, können Anhaltswerte aus dem Diagramm, Seite 341, entnommen werden.

Lager nicht überdimensionieren – Lebensdaueranforderungen über 60 000 h führen in der Regel zu überdimensionierten Lagerungen!

	Anwendungsfall
21	Druckmaschinen
20	Textilmaschinen
19	Walzwerke
18	Extruder
17	Werkzeugmaschinen
16	Brecher
15	Baustoffmaschinen
14	Industriegetriebe
13	Handhabungsgeräte
12	Verdichter
11	Büro- und Datenverarbeitungsmaschinen
10 9	Hydraulikaggregate, mobil Hydraulikaggregate, stationär
8	Baumaschinen
7 6	Lastkraftwagen (Lkw) Personenkraftwagen (Pkw)
5	Ackerschlepper
4	Landmaschinen
3	Haushaltsgeräte
2	Handwerkergeräte
1	Heimwerkergeräte



Praxiswerte für die nominelle Lebensdauer

Einflüsse auf die dynamische Tragfähigkeit

Die dynamischen Tragzahlen gelten für

- eine Härte der Laufbahnen und Wälzkörper von 670 +170 HV und
- dem für Wälzlagerteile charakteristischen Feingefüge.

Einfluss der Laufbahnhärte

Bei einer geringeren Laufbahnhärte sinkt die Dynamische Tragzahl auf die geringere Wirksame dynamische Tragzahl C_H:

$$C_H = f_H \cdot C$$

C_H N
Wirksame dynamische Tragzahl

f_H –
Dynamischer Härtefaktor

C N
Dynamische Tragzahl.

Härte HV	Dynamischer Härtefaktor f_H
700	1
650	0,93
600	0,78
550	0,65
500	0,52
450	0,42
400	0,33
350	0,25
300	0,18
250	0,12
200	0,07

Einfluss der Lagertemperatur

Bei hohen Betriebstemperaturen nimmt die Härte des Werkstoffes ab:

$$C_T = f_T \cdot C$$

C_T N
Wirksame dynamische Tragzahl

f_T –
Temperaturfaktor

C N
Dynamische Tragzahl.

Betriebstemperatur °C	Temperaturfaktor f_T
125	1
150	1
175	0,92
200	0,88
250	0,73
300	0,6

Bei hoher ruhender oder stoßartiger Last können an den Laufbahnen und Wälzkörpern plastische Verformungen entstehen. Diese Verformungen, bezogen auf die noch zulässigen Geräusche beim Lauf, begrenzen die statische Tragfähigkeit des Lagers.

Statische Tragzahl

Wälzlager ohne oder mit selten auftretender Drehbewegung werden nach der statischen Tragzahl C_0 dimensioniert. Diese ist:

- bei Radiallagern konstante Radiallast
- bei Axiallagern zentrisch wirkende, konstante Axiallast.

Die statische Tragzahl C_0 ist die Belastung, bei der die Hertz'sche Pressung zwischen Wälzkörpern und Laufbahnen an der höchstbelasteten Stelle folgende Werte erreicht:

- bei Rollenlagern 4000 N/mm^2
- bei Kugellagern 4200 N/mm^2.

Diese Belastung erzeugt bei normalen Berührungsverhältnissen eine bleibende Verformung in den Kontaktstellen von 1/10 000 des Wälzkörperdurchmessers.

Statische Tragsicherheit

Die statische Tragsicherheit S_0 ist das Verhältnis aus der statischen Tragzahl C_0 und der höchsten auftretenden Belastung F_0.

Anhaltswerte und im Betrieb auftretende Stoßbelastungen berücksichtigen!

$$S_0 = \frac{C_0}{F_0}$$

S_0 –
statische Tragsicherheit

C_0 N
statische Tragzahl

F_0 N
maximale Belastung des Radial- bzw. Axiallagers.

Für Nadelhülsen muss $S_0 \geqq 3$ sein!

Anhaltswerte für statische Tragsicherheit

Betriebsbedingungen	S_0
ruhiger, erschütterungsarmer und normaler Betrieb mit geringen Ansprüchen an die Laufruhe; Lager mit geringen Drehbewegungen	$\geqq 1$
normaler Betrieb mit höheren Anforderungen an die Laufruhe	$\geqq 2$
Betrieb mit ausgeprägten Stoßbelastungen	$\geqq 3$
Lagerung mit hohen Ansprüchen an die Laufgenauigkeit und die Laufruhe	$\geqq 4$

Einfluss der Laufbahnhärte auf die Statische Tragfähigkeit

Bei einer geringeren Laufbahnhärte sinkt die Statische Tragzahl auf die geringere Wirksame statische Tragzahl C_{0H}:

$$C_{0H} = f_{0H} \cdot C_0$$

C_{0H} N
Wirksame statische Tragzahl

f_{0H} –
Statischer Härtefaktor

C_0 N
Statische Tragzahl.

Härte	Statischer Härtefaktor f_{0H}	
HV	Kugellager	Nadel- und Zylinderrollenlager
700	1	1
650	0,99	1
600	0,84	0,98
550	0,71	0,95
500	0,59	0,88
450	0,47	0,71
400	0,38	0,57
350	0,29	0,43
300	0,21	0,32
250	0,15	0,23
200	0,09	0,15

3.2 Radiale Lagerluft und Betriebsspiel
Auszug aus INA-Katalogen

Radiale Lagerluft

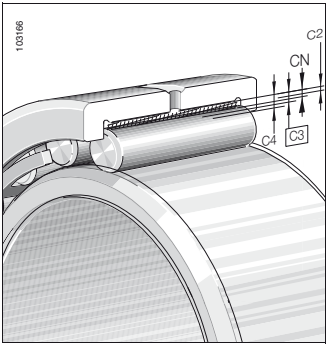
Die radiale Lagerluft gilt für Lager mit Innenring und wird am ausgebauten Lager ermittelt.

Sie ist das Maß, um das sich der Innenring gegenüber dem Außenring in radialer Richtung von einer Grenzstellung zur gegenüberliegenden verschieben läßt.

Nach DIN 620 ist die radiale Lagerluft in vier Gruppen unterteilt

- CN, Lagerluft normal (Standard)
  – verwendbar für normale Betriebsverhältnisse
- C3, Lagerluft > CN (Sonderausführung)
  – einsetzbar bei Presspassungen der Lagerringe oder bei
  – größerem Temperaturgefälle zwischen Innen- und Außenring
- C4, Lagerluft > C3
  – einsetzbar bei Presspassungen der Lagerringe oder bei
  – größerem Temperaturgefälle zwischen Innen- und Außenring
- C2, Lagerluft < CN.
  – einsetzbar z.B. bei starken Wechselbelastungen in Verbindung mit Schwenkbewegungen

Lager sorgfältig überwachen, da stärkere Erwärmung auftreten kann!



Radiale Lagerluft
Beispiel Nadellager NKI

Nadellager ohne Innenring – Hüllkreis

Für Lager ohne Innenring ist anstelle der radialen Lagerluft das Maß des Hüllkreises F_w maßgebend – Hüllkreis ist der innere Begrenzungskreis der Nadelrollen bei spielfreier Anlage an der Außenlaufbahn.

Im nicht eingebauten Zustand der Lager liegt der Hüllkreis im Toleranzfeld F6 (ausgenommen Nadelhülsen HK und Nadelbüchsen BK).

Radiale Lagerluft für Nadel- und Zylinderrollenlager nach DIN 620-4

Bohrung		radiale Lagerluft							
d mm		CN µm		C3 µm		C4 µm		C2 µm	
über	bis	min.	max.	min.	max.	min.	max.	min.	max.
–	24	20	45	35	60	50	75	0	25
24	30	20	45	35	60	50	75	0	25
30	40	25	50	45	70	60	85	5	30
40	50	30	60	50	80	70	100	5	35
50	65	40	70	60	90	80	110	10	40
65	80	40	75	65	100	90	125	10	45
80	100	50	85	75	110	105	140	15	50
100	120	50	90	85	125	125	165	15	55
120	140	60	105	100	145	145	190	15	60
140	160	70	120	115	165	165	215	20	70
160	180	75	125	120	170	170	220	25	75
180	200	90	145	140	195	195	250	35	90
200	225	105	165	160	220	220	280	45	105
225	250	110	175	170	235	235	300	45	110
250	280	125	195	190	260	260	330	55	125
280	315	130	205	200	275	275	350	55	130
315	355	145	225	225	305	305	385	65	145
355	400	190	280	280	370	370	460	100	190
400	450	210	310	310	410	410	510	110	210
450	500	220	330	330	440	440	550	110	220

Betriebsspiel

Das Betriebsspiel wird am eingebauten und betriebswarmen Lager ermittelt.

Es ist das Maß, um das sich die Welle in radialer Richtung von einer Grenzstellung zur gegenüberliegenden verschieben läßt.

Das Betriebsspiel ergibt sich aus:

- der radialen Lagerluft und
- der Veränderung der radialen Lagerluft durch Passungsübermaß und Temperatureinflüsse im eingebauten Zustand.

Die Größe des Betriebsspiels hängt von den Betriebs- und Einbaubedingungen des Lagers ab.

Betriebsspiel normal

Das normale Betriebsspiel wird mit der Lagerluft CN, bei größeren Lagern überwiegend mit C3 erreicht, wenn die empfohlenen Wellen- und Gehäusetoleranzen eingehalten werden.

Betriebsspiel größer als normal

Erforderlich z. B. bei Wärmezufuhr über die Welle.

Berechnung des Betriebsspiels

$$s = s_r - \Delta s_p - \Delta s_T$$

s µm
radiales Betriebsspiel des eingebauten, unbelasteten Lagers

s_r µm
radiale Lagerluft

Δs_p µm
passungsbedingte Minderung der radialen Lagerluft

Δs_T µm
temperaturbedingte Minderung der radialen Lagerluft.

Passungsbedingte Minderung der radialen Lagerluft

Die radiale Lagerluft verringert sich passungsbedingt durch:

- die Aufweitung des Innenrings
- die Einschnürung des Außenrings.

$$\Delta s_p = \Delta d + \Delta D$$

Δd µm
Aufweitung des Innenrings

ΔD µm
Einschnürung des Außenrings.

Aufweitung des Innenrings bei Vollwellen:

$$\Delta d \approx 0{,}9 \cdot U \cdot d / F \approx 0{,}8 \cdot U$$

d mm
Bohrungsdurchmesser des Innenrings

U µm
theoretisches Übermaß der Paßteile bei Festsitz.
Das theoretische Übermaß kann bestimmt werden aus:

– den mittleren Abmaßen
– den oberen bzw. unteren Abmaßen der von der Gutseite her um 1/3 eingeengten Toleranzfelder der Passteile. Hiervon den Betrag abziehen, um den sich die Teile beim Zusammenfügen glätten

F mm
Laufbahndurchmesser des Innenrings.

Einschnürung des Außenrings:

$$\Delta D \approx 0{,}8 \cdot U \cdot E / D \approx 0{,}7 \cdot U$$

E mm
Laufbahndurchmesser des Außenrings

D mm
Außendurchmesser des Außenrings.

Bei sehr dünnwandigen Gehäusen und Gehäusen aus Leichtmetall, Verminderung der radialen Lagerluft durch Einpressversuche bestimmen!

Temperaturbedingte Minderung der radialen Lagerluft

Die radiale Lagerluft ändert sich merklich durch ein größeres Temperaturgefälle zwischen dem Innen- und Außenring.

$$\Delta s_T = 0{,}011 \cdot d_M \cdot (\vartheta_{IR} - \vartheta_{AR})$$

Δs_T µm
temperaturbedingte Minderung der radialen Lagerluft

d_M mm
mittlerer Lagerdurchmesser; $d_M = (d + D)/2$

ϑ_{IR} °C
Temperatur des Innenrings

ϑ_{AR} °C
Temperatur des Außenrings.

Größere radiale Lagerluft für schnellanlaufende Wellen vorsehen, da hier kein ausreichender Temperaturausgleich zwischen Lager und Welle/Gehäuse stattfindet.

– Δs_T kann dann deutlich größer sein als bei Dauerbetrieb!

3.3 Schmierung
Auszug aus INA-Katalogen

Schmierung und Wartung sind wichtig für die zuverlässige Funktion und eine lange Gebrauchsdauer der Wälzlager.

Aufgabe des Schmierstoffs

Der Schmierstoff soll:

- an den Kontaktflächen einen ausreichend tragfähigen Schmierfilm ausbilden
- bei Ölschmierung die Wärme ableiten
- bei Fettschmierung das Lager zusätzlich nach außen gegen feste und flüssige Verunreinigungen abdichten
- das Laufgeräusch dämpfen
- vor Korrosion schützen.

Schmierungsart

Wälzlager können mit Fett oder Öl geschmiert werden. Entscheidend für die Art der Schmierung und die Schmierstoffmenge sind:

- die Betriebsbedingungen
- die Bauform und Größe des Lagers
- die Anschlußkonstruktion
- die Schmierstofführung.

Legierte Schmierstoffe

INA verwendet legierte Schmierstoffe.
Diese enthalten:

- Wirkstoffe für den Korrosionsschutz zur Verbesserung der Altersbeständigkeit
- Additive, die bei ungünstigen Schmierverhältnissen verschleißmindernd wirken. Auf den beteiligten Oberflächen soll zu deren Schutz eine Reaktionsschicht entstehen.

Diese Additiv-Packages können unter Umständen nicht in jedem Temperatur- und Lastbereich wirksam sein.

Verträglichkeit der Schmierstoffe prüfen:

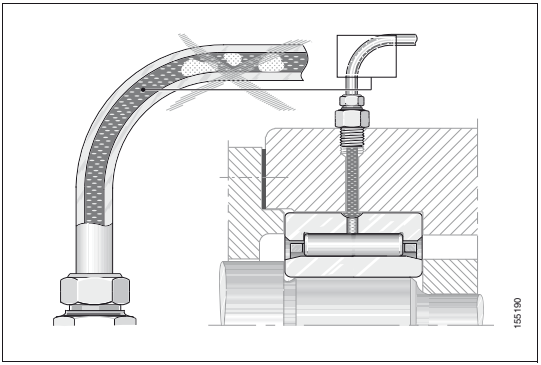
– untereinander
– zu Korrosionsschutzmitteln
– zu Kunsstoffen
  (Elastomeren und Duroplasten)
– zu Leicht- und Buntmetallen
– zu Beschichtungen, Farben, Lacken
– zur Umwelt
– Toxizität und biologische Abbaubarkeit beachten.

Gestaltung der Schmierstoffleitungen

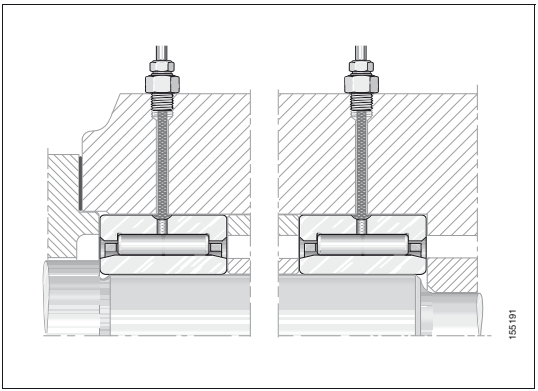
Zuführleitungen und Schmierbohrungen in den Gehäusen und Wellen (Bilder, Seite 350):

- direkt zur Schmierbohrung des Wälzlagers führen
- möglichst kurz halten
- für jedes Lager eine eigene Leitung vorsehen.

Auf befüllte Leitungen achten – eventuell entlüften.



Schmierstoffleitungen



Anordnung der Leitungen bei mehreren Lagern auf einer Welle

Fettschmierung

Fett führt keine Wärme aus dem Lager ab.

Die Betriebstemperatur soll +70 °C nicht überschreiten! Hier ist:

- die Temperaturbelastung des Schmierfetts am geringsten
- die Gebrauchsdauer des Fetts am höchsten.

Schmierfette

Geeignet sind Schmierfette K nach DIN 51825-1 bis 4.

Schmierfette mit Fettschmierstoffen nur für Anwendungen im Misch/Grenzreibungsgebiet einsetzen!

Festschmierstoff-Partikelgröße von 5 µm nicht überschreiten.

Fettschmierung

INA verwendet für die Erstbefettung von Wälzlagern folgende Fette:

INA	Bezeichn. nach DIN 51 825	Art des Fetts	Temperatur °C	NLGI[5]	Drehzahlkennwert $n \cdot d_M$ min^{-1} mm	kinem. Viskosität[6] $mm^2\ s^{-1}$	Verhalten gegenüber Wasser nach DIN 51 807
SM03[1]	KP2N-25	Lithium-komplex-seifenfett	–30[4] [7] bis +140	2	500 000	160	1–90
SM11[2]	K2E-25	Lithium-seifenfett	–40[4] [7] bis +80	2	500 000	14,5	1–90
SM16[3]	K3K-30	Lithium-seifenfett	–30[4] bis +120	3	500 000	100	0–90
FA108	KSI3R-40	Natrium-komplexfett (Silikonöl-basis)	–40 bis +180	3	200 000	115	1–40
FA101T	–	Gelfett (Esteröl + Mineralöl)	–45 bis +150	2	–	30	–
SM23	KP2N-20	Barium komplex fett[4]	–20 bis +140	2/1	350 000	220	0/1–90

1) Standardfett für Nadel- und Zylinderrollenlager
2) Standardfett für Hülsenfreiläufe
3) Standardfett für Kugellager
4) Schmierfette auf Minealölbasis
5) NLGI-Klasse (Konsistenzkennzahl 1–4)
6) Kinematische Viskosität bei 40 °C (Grundöl)
7) Ermittelt nach IP 186/85

Weitere Informationen: INA-Katalog 307/520.

Kriterien für die Wahl des Schmierfetts

Gebrauchstemperaturbereich

Er muß dem Bereich der möglichen Temperaturen im Wälzlager entsprechen.

Die möglichen Betriebstemperaturen sollten den oberen und den unteren Grenzwert nicht erreichen:

- die höchste Betriebstemperatur soll 20 °C unter dem oberen Grenzwert liegen
- die niedrigste 20 °C über dem unteren Grenzwert liegen. Fette geben bei sehr tiefen Temperaturen wenig Grundöl ab. Als Folge kann hier Mangelschmierung auftreten.

Art des Schmierfetts

Die Eigenschaften eines Fetts hängen ab:

- vom Grundöl
- der Viskosität des Grundöls
  – wichtig für den Drehzahlbereich
- dem Verdicker
  – Scherfestigkeit wichtig für den Drehzahlbereich
- der Additivierung.

Konsistenz der Schmierfette

Schmierfette sind in Konsistenzklassen – NLGI-Klassen – eingeteilt (DIN 51 818). Für Wälzlager werden bevorzugt die Klassen 1, 2, 3 eingesetzt.

Die verwendeten Fette sollen:

- bei hohen Temperaturen nicht zu weich (NLGI 1)
- bei tiefen Temperaturen nicht zu steif (NLGI 3) werden.

Schmierfett nach dem Drehzahlkennwert $n \cdot d_M$ für Fett wählen:

- für schnelllaufende Wälzlager oder bei kleinem Anlaufmoment Fette mit hohem Drehzahlkennwert nehmen.
- für langsamlaufende Lager Fette mit niedrigem Drehzahlkennwert verwenden.

Polyharnstoff-Fette können bei Scherbeanspruchung ihre Konsistenz ändern.

Fettschmierung

Verhalten gegenüber Wasser

Wasser im Schmierfett setzt die Gebrauchsdauer der Lager stark herab:

- das Verhalten von Schmierfetten gegenüber Wasser wird nach DIN 51 807 bewertet
- die Korrosionsschutzeigenschaften können nach DIN 51802 geprüft werden – Angaben in den Datenblättern der Fetthersteller.

Druckbelastbarkeit

- Für einen tragfähigen Schmierfilm muss die Viskosität bei Betriebstemperatur ausreichend hoch sein
- bei hohen Belastungen Schmierfette mit EP-Eigenschaften – „extreme pressure" – und hoher Grundölviskosität verwenden (KP-Fett nach DIN 51 502)
- Silikonschmierfette nur bei geringen Belastungen (P ≈ 3% C) einsetzen.

Das Lasttragevermögen bekannter Fette kann sich ändern, wenn bleihaltige EP-Zusätze entfallen. Deshalb:

– Fettwahl überprüfen

– beim Fetthersteller anfragen!

Mischbarkeit

Vorausetzungen:

- gleiche Grundölbasis
- übereinstimmender Verdickertyp
- ähnliche Grundölviskositäten
  – nicht weiter auseinander als eine ISO-VG-Klasse
- gleiche Konsistenz – NLGI Klasse.

Unbedingt beim Fetthersteller anfragen!

Lagerfähigkeit

Schmierstoffe altern durch Umwelteinflüsse. Angaben der Schmierstoffhersteller einhalten!

INA setzt Schmierstoffe auf Mineralölbasis ein. Die Fette sind erfahrungsgemäß bis zu 3 Jahren lagerfähig. Bedindungen:

- umschlossener Raum – Lagerraum
- Temperaturen zwischen 0 °C und +40 °C
- relative Luftfeuchtigkeit nicht über 65 %
- keine Einwirkung chemischer Agenzien – Dämpfe, Gase, Flüssigkeiten
- Wälzlager abgedichtet.

Nach längerer Lagerung kann das Anlauf-Reibungsmoment befetteter Lager vorübergehend höher sein. Außerdem kann die Schmierfähigkeit des Fetts nachgelassen haben.

Schmierfette – auch vom gleichen Hersteller – können in ihren Eigenschaften streuen!
INA haftet deshalb nicht für die Schmierstoffe und ihre Eigenschaften im Betrieb!

Schmierfristen

Genaue Schmierfrist durch Versuche unter Anwendungsbedingungen ermitteln:

– ausreichend langen Beobachtungszeitraum wählen
– Fettzustand in regelmäßigen Zeitabständen prüfen!

Richtwert

Ein Richtwert für die Nachschmierfrist t_{fR} kann näherungsweise bestimmt werden.

$$t_{fR} = t_f \cdot K_T \cdot K_P \cdot K_R \cdot K_U$$

t_{fR} h
Richtwert für die Nachschmierfrist

t_f h
Grundschmierfrist

K_T, K_P, K_R, K_U –
Korrekturfaktoren für Temperatur, Belastung, Oszillation, Umgebung

Grundschmierfrist

Die Grundschmierfrist t_f hängt vom Geschwindigkeitskennwert GKW ab (Bild, Seite 358):

- Frist ermitteln
- Voraussetzungen zur Berechnung nach Tabelle bestimmen
- Geschwindigkeitskennwert GKW ermitteln (Gleichung)

$$GKW = K_L \cdot \frac{270\,000}{n \cdot d_M}$$

K_L –
Faktor der Lagerbauart (Tabelle)

n min^{-1}
Betriebsdrehzahl bzw. äquivalente Drehzahl

d_M mm
mittlerer Lagerdurchmesser (d + D)/2.

Voraussetzungen für die Grundschmierfrist

	Bedingung
Lagertemperatur	bis +70 °C
Belastungsverhältnis	$C_0/P = 20$
Drehzahl und Belastung	konstant
Belastung in Hauptrichtung	Radiallager radial / Axiallager axial
Schmierfett	Lithiumseifenfett
Drehachse	horizontal bei Radiallager
Innenring	drehend
Umgebungseinflüsse	keine störenden

Faktor K_L – abhängig von der Lagerbauart

Lagerbauart	Lagerfaktor K_L
Nadelkränze, Nadellager	1,2
Nadelhülsen, Nadelbüchsen	0,85
Axial-Rillenkugellager	0,2
Stütz- und Kurvenrollen, mit Käfig/vollrollig	0,3
Stütz- und Kurvenrollen, vollnadelig	0,15
StützrollenPWTR, Kurvenrollen PWKR	1
Zylinderrollenlager, vollrollig	0,8
Axial-Nadel- und Axial-Zylinderrollenlager	0,08
Schrägkugellager	3,5
Zylinderrollenlager LSL, ZSL	1,5
Rillenkugellager	4,5
Axial-Rillenkugellager	0,2
Laufrollen/Zapfenlaufrollen, einreihig	3,3
Laufrollen/Zapfenlaufrollen, zweireihig	1,8

Bedingungen und Einschränkungen zur Berechnung der Schmierfristen

Kombinierte Wälzlager

Radial- und Axiallager getrennt berechnen – gültig für die jeweils kürzere Schmierfrist.

Drehender Außenring

Bei drehendem Außenring kann sich die Schmierfrist verkürzen – abhängig von der Drehzahl.

Bei Stütz- und Kurvenrollen:

- dürfen keine Winkelfehler auftreten
- sind die kürzeren Schmierfristen im Lagerfaktor K_L berücksichtigt.

Changierbetrieb

Bei regelmäßig wechselnden Bewegungen in Wellenrichtung verteilt sich ein Teil des Schmierfetts aus dem Wälzlager über den Gesamthub. Das verkürzt die Schmierfrist abhängig vom Hub.

Einschränkungen

Die Schmierfrist kann nicht nach dem beschriebenen Verfahren ermittelt werden:

– wenn das Schmierfett aus dem Wälzlager auslaufen kann
– das Grundöl übermäßig ausdampft
– Lager ohne Abdichtung
– Radiallager bei senkrechter oder stark geneigter Drehachse
– Axiallager bei waagrechter Drehachse
– wenn im Betrieb Luft durch das Wälzlager gesaugt wird – das Fett kann oxydieren
– für Hülsenfreiläufe.

Korrekturfaktoren zur Bestimmung der Nachschmierfrist

Temperaturfaktor K_T

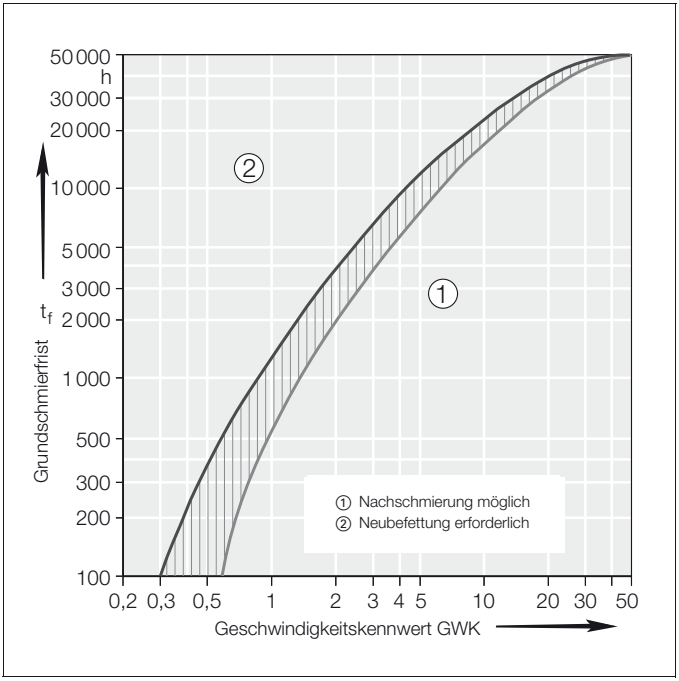
Minderung für Lagertemperaturen über +70 °C (Bild, Seite 359).

① Lthiumseifenfette auf Mineralölbasis

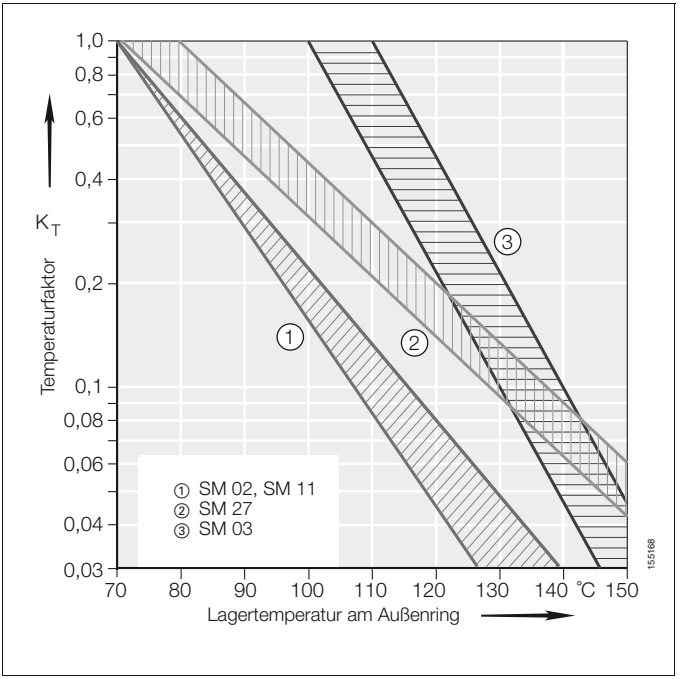
② Polyharnstoff-Schmierfett auf Mineralölbasis

③ Lithiumkomplexseifenfette auf Mineralölbasis

Diagramm für andere Schmierstoffe nicht anwenden, besonders bei abweichender Grundöl- und Verdickerbasis!



Bestimmung der Grundschmierfrist t_f



Temperaturfaktor K_T

Belastungsfaktor K_P

Minderung für:

- Belastungsverhältnisse $C_0/P < 20$ – Beanspruchung des Schmierfetts

Grundlage sind Lithiumseifenfette guter Qualität.

Oszillationsfaktor K_R

Oszillierende Bewegungen beanspruchen das Schmierfett höher als rotative.

Um Tribokorrosion zu vermindern, Schmierfrist verkürzen!

Der Faktor K_R wirkt sich aus:

- ab einem Schwenkwinkel <180°.

Umgebungsfaktor K_U

Der Faktor berücksichtigt Einflüsse durch:

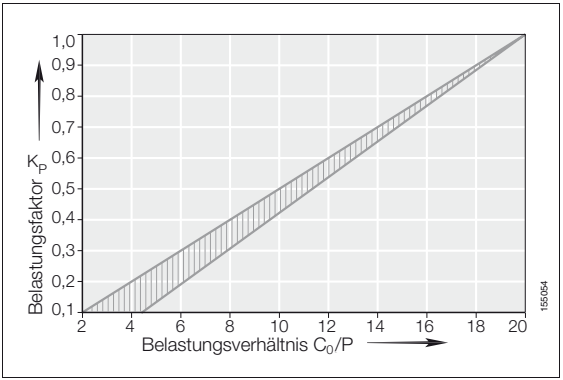
- Feuchtigkeit
- Rüttelkräfte
- geringe Vibration (Ursache für Tribokorrosion)
- Stöße.

Der Faktor berücksichtigt keine extremen Umgebungseinflüsse wie:

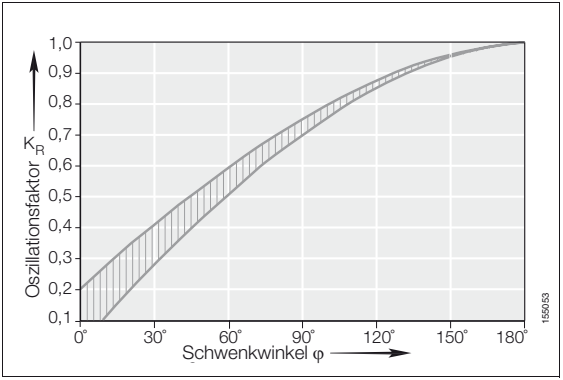
– Wasser
– aggressive Medien
– Schmutz
– radioactive Strahlung
– extreme Vibrationen, wie z.B. bei Rüttlern.

Umgebungsfaktor K_U

Umgebungseinfluss	K_U
gering	1
mittel	0.8
stark	0.5



Belastungsfaktor K_P



Oszillationsfaktor K_R

Fettschmierung

Fettgebrauchsdauer

Die Fettgebrauchsdauer gilt, wenn Wälzlager nicht nachgeschmiert werden können.

Bei den meisten Anwendungen ist der Richtwert erfahrungsgemäß:

- $t_{fG} = 2 \cdot t_{fR}$.

t_{fG} h

Fettgebrauchsdauer

t_{fR} h

Schmierfrist.

Zur Betriebssicherheit das Fett nach spätestens 3 Jahren durch frisches Fett ersetzen!

Ist das Lager am Ende der Gebrauchsdauer noch betriebsfähig, kann es gereinigt und neu befettet werden.

Fettvorat

Ein Fettvorrat kann die Fettgebrauchsdauer verlängern.

Bedingungen:

- Das Volumen des Fettvorrats soll dem Volumen des Lagers zwischen Innen- und Außenring entsprechen
  - Käfig und Wälzkörper nicht berücksichtigt
- das Fett im Vorratsraum muss mit dem Fett der Laufbahn ständig in Kontakt sein
- Abdampfen des Basisöls durch konstruktive Maßnahmen verhindern, z. B. Dichtscheiben.

Größere Fettvorräte steigern die Fettgebrauchsdauer nicht proportional.

Nachschmierung

Bedingungen

- gleiches Schmierfett wie bei der Erstbefettungverwenden
  - bei anderen Fetten Mischbarkeit und Verträglichkeit der Fette prüfen
- Nachschmieren
  - bei betriebswarmem und drehendem Lager
  - vor dem Stillstand
  - vor längeren Betriebsunterbrechungen.

Menge

- abhängig von der Drehzahl
  - 20% bis 80% der Erstfettmenge
- Nachfetten, bis sich an den Dichtspalten ein frischer Fettkragen bildet
  - altes Schmierfett muss ungehindert aus dem Lager austreten können.

Ölschmierung

Vorteile der Ölschmierung

- gute Schmierstoffverteilung
- Wärmeabfuhr aus dem Lager
  - beeinflusst die Betriebstemperatur, die zulässige Drehzahl und die Belastbarkeit des Lagers
- guter Austausch des Schmierstoffs beim Nachschmieren.

Schmieröle

Wälzlager werden mit legierten Schmierölen auf Mineral- bzw. Syntheseölbasis geschmiert.

Betriebstemperaturen

- Legierte Mineralöle
  - Dauerbetrieb bis +130 °C
- Synthetische Öle
  - Dauerbetrieb bis +200 °C.

Maßgebend sind die Angaben der Schmierstoffhersteller!

Wahl des Schmieröls

In den Kontaktzonen zwischen Wälzkörper und Laufbahn ist ein tragfähiger Schmierfilm erforderlich.
Abhängig von der Betriebsdrehzahl muss das Schmieröl bei Betriebstemperatur:

- mindestens die Sollviskosität ν_1 haben.

Sollviskosität für Mineralöle

Der Richtwert ν_1 hängt ab:

- vom mittleren Lagerdurchmesser d_M
- von der Drehzahl n.

Er berücksichtigt:

- Erkenntnisse der EHD-Theorie zur Schmierfilmbildung
- praktische Erfahrungen.

Sollviskosität ν_1 nach Beispiel bestimmen:

- ν_1 einer Nennviskosität der ISO-VG zwischen 10 und 1500 zuordnen
  - Mittelpunktviskosität nach DIN 51 519
- Zwischenwerte auf die nächstliegende ISO-VG runden
  - bedingt durch die Stufensprünge.

Verfahren nicht für synthetische Schmieröle einsetzen

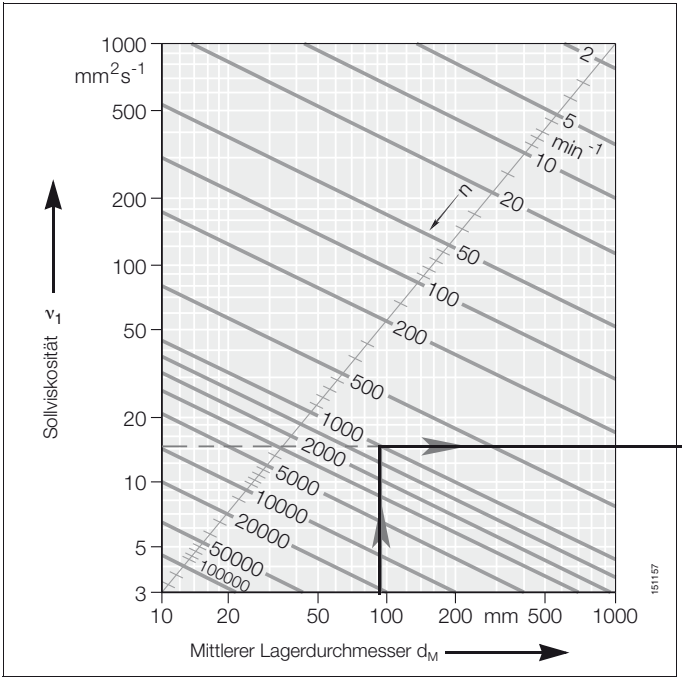
- unterschiedliches V/P- und V/T-Verhalten!

Einfluss der Temperatur auf die Viskosität

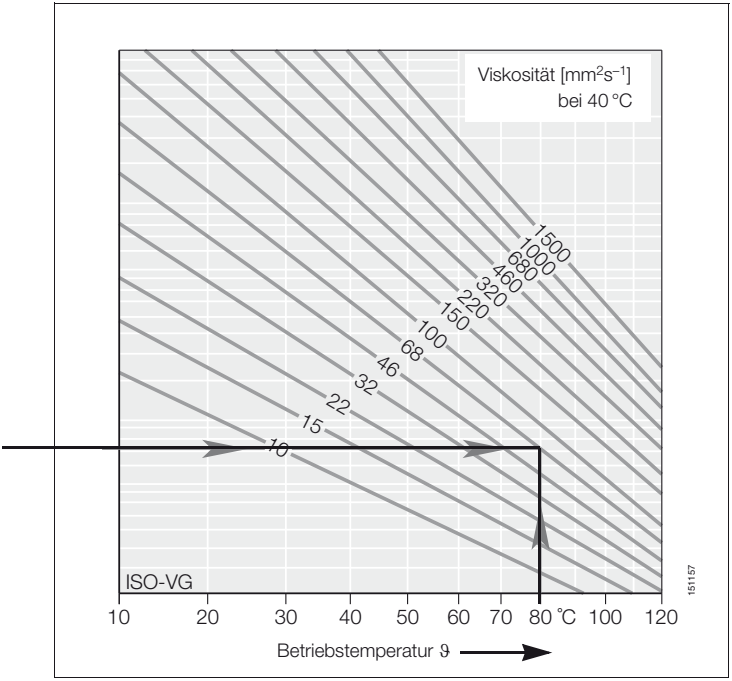
Mit steigender Temperatur fällt die Viskosität des Öls.

Bei der Wahl der Viskosität die untere Betriebstemperatur berücksichtigen:

- die steigende Viskosität verringert Fließvermögen des Schmierstoffs; die Leistungsverluste erhöhen sich!



Sollviskosität ν_1 bestimmen


Viskosität [mm²s⁻¹]
bei 40 °C
1500
1000
680
460
320
220
150
100
68
46
32
22
15
10
ISO-VG
10
20
30
40
50
60
70
80 °C
100
120
Betriebstemperatur ϑ
151157

Ölschmierung

Verträglichkeit

Vor dem Einsatz der Schmieröle ihr Verhalten prüfen gegenüber:

- Kunststoffen
- Elastomeren
- Bunt- und Leichtmetallen.

Unter dynamischer Beanspruchung und bei Betriebstemperatur prüfen!

– Syntheseöle grundsätzlich auf Verträglichkeit prüfen – beim Schmierstoffhersteller anfragen!

Mischbarkeit

Miteinander mischbar sind:

- Schmieröle auf Mineralölbasis und gleicher Klassifikation – z. B. HLP
  – die Viskositäten sollen sich um höchstens eine ISO-VG-Klasse unterscheiden.

Syntheseöle grundsätzlich auf Mischbarkeit prüfen – beim Schmierstoffhersteller anfragen!

Druckbelastbarkeit

Schmieröle mit EP-Zusätzen verwenden:

- Kennbuchstabe P nach DIN 51 502.

Diese Schmieröle einsetzen:

– wenn die Sollviskosität ν_1 unterschritten wird

– bei axialbelasteten Radial-Zylinderrollenlagern

– bei Axial-Nadel- und Axial-Zylinderrollenlagern!

– Silikonöle nur bei geringen Belastungen verwenden

– $C_0/P > 20$!

Schmierverfahren

- Tropfölschmierung
- Ölabschmierung
  – Tauch- oder Sumpfschmierung
- Ölumlaufschmierung
- Öl-Luftschmierung.

Ölnebelschmierung zur Entlastung der Umwelt durch Öl-Luftschmierung ersetzen.

Tropfölschmierung

Verwendbar für:

- schnelllaufende Lager.

Die notwendige Ölmenge hängt ab von:

- der Lagergröße
- der Lagerbauart
- der Betriebsdrehzahl
- der Belastung.

Richtwert

- zwischen 3 und 50 Tropfen/min je Wälzkörperlaufbahn
  – ein Tropfen wiegt ca. 0,025 g.

Überschüssiges Öl muss aus der Lagerung ablaufen können!

Ölbadschmierung für Radiallager

Zulässige Drehzahl ermitteln.

Ölstand:

- der Ölstand soll bis zur Mitte des untersten Wälzkörpers reichen. Liegt er darüber, ist bei hoher Umfangsgeschwindigkeit eine höhere Lagertemperatur – Planschverluste – möglich. Zusätzlich kann sich Ölschaum bilden.

Ölmenge:

- im Gehäuse ausreichend bemessen, sonst sind sehr kurze Ölwechselintervalle notwendig.

Ölbadschmierung für Axiallager

Durch konstruktive Maßnahmen sicherstellen:

- Ölzirkulation durch radiale Förderwirkung des Axialkranzes.

Erforderlicher Ölstand bis zum Innendurchmesser des Axialkranzes.

Ölumlaufschmierung

Durch Ölumlaufschmierung wird das Öl rückgekühlt. Vorteil:

- das Öl führt Wärme aus dem Lager ab
  – die Ölmenge zur Wärmeabfuhr hängt von den Kühlverhältnissen ab.

Die Sauberkeit des Öls beeinflusst die Lebensdauer der Lager. Deshalb:

- Ölfilter vorsehen
- Rückhalterate der Ölfilter berücksichtigen
  – empfohlene Feinheit der Filter $\leq 25\ \mu m$.

Gestaltung der Anschlusskonstruktion:

- die Schmierbohrungen im Gehäuse oder in der Welle müssen mit denen der Wälzlager fluchten
- ausreichende Querschnitte für Ringnuten, Taschen o. ä. vorsehen
- das Schmieröl muss drucklos ablaufen
  – verhindert Ölstau und zusätzliche Erwärmung des Öls.

Schmierölführung für Axiallager:

- Öl grundsätzlich von innen nach außen führen.

Ablaufquerschnitt – Riichtwerte bei Ölschmierung

Querschnitt der Ölablaufbohrung wesentlich größer ausführen als des Ölzulaufs.

Der Querschnitt hängt ab von:

- der Ölmenge
- der Viskosität.

$$A_{rab} = K_{ab} \cdot A_{ab}$$

A_{rab} mm^2

Ablaufquerschnitt unter Berücksichtigung der Viskosität

K_{ab} –

Korrekturfaktor Viskosität

A_{ab} mm^2

Ablaufquerschnitt.

Öl-Luftschmierung

Besonders geeignet für:

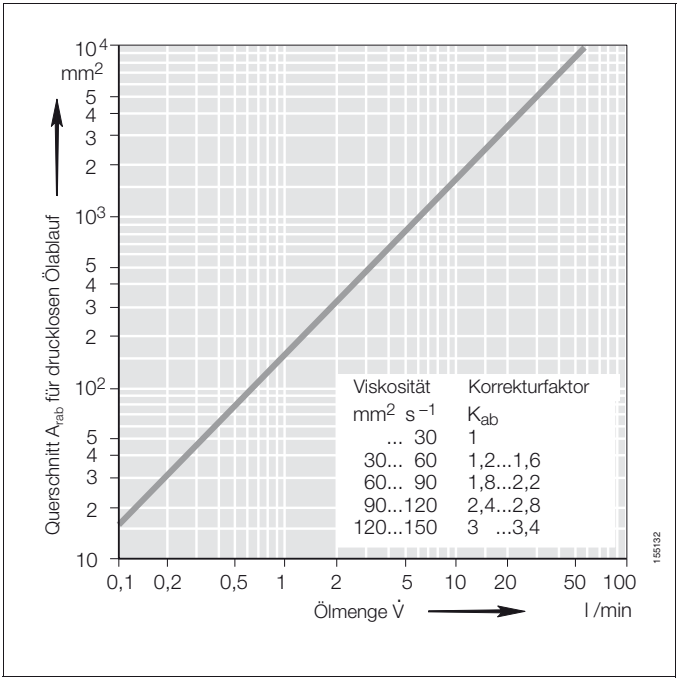
- schnelllaufende und gering belastete Radiallager
  – Kenndaten zur Auslegung der Anlage von den Herstellern der Schmiereinrichtungen anfordern

Funktion:

- wasserfreie und gereinigte Druckluft führt das Öl dem Lager zu. Dadurch entsteht ein Überdruck. Dieser verhindert, dass Verunreinigungen – z. B. Schmutz – in das Lager eindringen.

Die Kühlwirkung der Druckluft ist gering.

Öl-Luftschmierung für Axiallager möglichst vermeiden!



Ablaufquerschnitte – Richtwerte

Wärmeabfuhr durch den Schmierstoff

Schmieröl führt Reibungswärme aus dem Lager ab. Berechnet werden können dazu:

- der Wärmestrom Q_L, der mit dem Schmierstoff abgeführt wird
- der notwendige Schmierstoff-Volumenstrom V_L.

$$\dot{Q} = 10^{-6} \cdot \frac{\pi}{30} \cdot n \cdot (M_0 + M_1) + \dot{Q}_E$$

$$\dot{Q}_L = \dot{Q} - \dot{Q}_S$$

Überschlägige Berechnung:

$$V_L = \frac{\dot{Q}_L}{0.0286 \cdot \Delta\vartheta_L}$$

.

$\dot{Q}_L$ kW
mit dem Schmierstoff abgeführter Wärmestrom

$\dot{Q}$ kW
gesamter abgeführter Wärmestrom

$\dot{Q}_S$ kW
über die Lagersitzflächen abgeführter Wärmestrom

$\dot{Q}_E$ kW
Wärmestrom bei eventueller Fremderwärmung

V_L l/min
Schmierstoff-Volumenstrom

$\Delta\vartheta_L$ K
Differenz der Öltemperaturen zwischen Ab- und Zulauf.

Richtwerte für die Ölmenge zur Kühlung und Schmierung

Ist die rechnerische Bestimmung nicht möglich, gelten Richtwerte bei einer Temperaturdifferenz von

$\Delta\vartheta_L$ = 10 K für die folgenden Fälle:

① ohne Berücksichtigung der Wärmeleitung, Wärmestrahlung, oder Konvektion

② Erfahrungswerte bei normalen Kühlverhältnissen

③ Erfahrungswerte bei sehr guten Kühlverhältnissen.

Ölwechsel

Beim Einlaufvorgang verschmutzt das Öl häufig stark.
In diesem Fall das Öl nach dem Einlauf wechseln.

Im allgemeinen genügt ein jährlicher Ölwechsel bei:

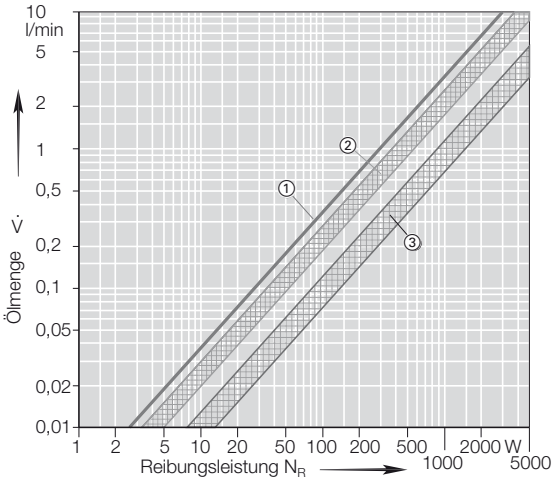
- Temperaturen im Lager unter 50 °C
- geringer Verschmutzung.

Erschwerter Betrieb

Bei erschwerten Bedingungen ist das Öl häufiger zu wechseln. Das gilt z. B. bei:

- höheren Temperaturen
- geringen Ölmengen
- hoher Ölumlaufrate.

Die genauen Fristen für den Ölwechsel mit dem Ölhersteller abstimmen.



① ohne Berücksichtigung von Wärmeleitung, -strahlung und Konvektion
② Erfahrungswerte bei normalen Kühlverhältnissen
③ Erfahrungswerte bei sehr guten Kühlverhältnissen

Richtwerte für die Ölmenge zur Schmierung/Kühlung

GLÜHFARBEN

Temperatur in Celsius etwa um...

550°C	
630°C	
680°C	
740°C	
780°C	
810°C	
850°C	
900°C	
950°C	
1000°C	
1100°C	
1200°C	
≥ 1300°C	

ANLASSFARBEN

Temperatur in Celsius etwa um...

	200°C
	220°C
	230°C
	240°C
	250°C
	260°C
	270°C
	280°C
	290°C
	300°C
	320°C

Hochlegierte Stähle lassen diese Anlaßfarben erst bei höheren Hitzegraden auftreten. Die Anlaßzeit beeinflußt die Anlaßfarben in dem Sinne, daß längeres Anlassen bei niedriger Temperatur die gleiche Anlaßfarbe ergibt, wie kürzeres Anlassen bei höherer Temperatur.

Sach-Nr. 932-842-001